Los efectos de un sistema nacional de evaluación sobre la enseñanza de las matemáticas: El caso de SIMCE en Chile

Carolina Gricel Ruminot Vergara

Université Paris Diderot – Paris 7

UFR de Mathématiques

ÉCOLE DOCTORALE Savoirs scientifiques: Épistémologie, histoire des sciences et didactiques des disciplines.

DOCTORAT

Spécialités: Didactiques de mathématiques

Carolina RUMINOT VERGARA

Effets d'un système National d'évaluation sur l'enseignement des mathématiques : Le cas de SIMCE au Chili

Los efectos de un sistema nacional de evaluación sobre la enseñanza de las matemáticas: El caso de SIMCE en Chile

Thèse dirigée par Mme Michèle ARTIGUE

Soutenue publiquement le 30 septembre 2014

Membres du jury :

Michèle ARTIGUE, Professeur Émérite, Université Paris 7, Directrice de thèse

Teresa ASSUDE, Professeur, Université d'Aix-Marseille, Rapporteur

Isabelle BLOCH, Professeur Émérite, Université Montesquieu-Bordeaux, Examinateur

Alain KUZNIAK, Professeur, Université Paris 7, Examinateur

Jorge SOTO-ANDRADE, Professeur, Université du Chili, Rapporteur

Remerciements

La thèse est une expérience qui m'a marqué profondément et qui génère nombreuses émotionnes et donc je voudrais remercier toutes les personnes qui ont échangé avec moi et qui m'ont permis de conclure ce travail.

J'adresse en premier lieu mes remerciements les plus sincères à Michèle Artigue pour avoir dirigé cette thèse. Je la remercie pour son implication, son exigence et sa motivation qui m'ont permis d'avancer et de finir ma recherche. Merci pour sa disponibilité sans limite et tous ses conseils. Elle m'a beaucoup appris en ce qui concerne la didactique et dans l'aspect humain d'une recherche.

Je remercie également à M. Jorge Soto-Andrade, qui m'a fait rentrer dans les arcanes de la didactique. Je suis profondément reconnaissante pour sa confiance et pour toutes les discussions et la richesse des échanges.

Je remercie mes rapporteurs Mme. Teresa Assude et M. Jorge Soto-Andrade pour la lecture de mon travail. Merci également à Mme. Isabelle Bloch et M. Alain Kuzniak qui m'ont fait l'honneur d'être membres de mon jury de thèse.

Je suis également reconnaissante à M. Alain Kuzniak de m'avoir accueilli très chaleureusement en France et de m'apporter de l'aide depuis les instants.

Je remercie Mme. Corine Castela, présente dès mes premiers pas en didactique des mathématiques, où elle m'a aidé à avancer dans mes travaux grâce à son sage regard et relecture rigoureuse.

Je remercie Mme. Marie-Jeanne Perrin-Glorian, pour l'intérêt qu'elle a porté à mon travail et en particulaire pour avoir partagé ses connaissances.

J'aimerai remercier Christophe Hache pour toujours avoir été ouvert à partager ses connaissances, ses expériences comme chercheur et surtout son amitié. Merci à touts ceux que font parte de la communauté didactique de Paris 7, Jérôme, Zoé, Assia, Lynn, Dominique, Luz, Edith, Charlotte, Robin, Joris, Nicolas et Valatin, avec qui j'ai partagé des séminaires, des journées de travail et beaucoup plus. Merci pour tous ses moments d'amitiés et tous les riches échanges.

Merci à M. Eric Molier, Mme. Nadine Grapin et Mme. Julie Horosk pour votre aide et encouragement dans ma première expérience en tant qu'enseignante en France lors du ATER à Paris 12.

J'ai des pensées spéciales pour tous les occupants des bureaux de doctorants 5C6 et 5B1 à Chevalleret. Merci pour tous les moments de détentes et divertissement et surtout pour m'avoir accueillie chaleureusement dans ce cadre inoubliable. Je pense à Avenilde, David, Pablo, Raquel, Julia, Yann, Rémi, Laura, Marc et Joseph. J'espère de ne pas avoir oublié quelqu'un. :-)

Je remercie à mes amis qui m'ont accompagner à distance, de forme inconditionnelle ; Marisol et Isabel. Merci pour vos conseils et votre amour.

Je remercie également à mes amis Parisiens, en particulier à Florencia, Lorena, Giancarlo et Carolina pour votre amitié depuis mes premiers pas dans cette ville. Merci pour toutes les aventures qui on enrichie ma vie. J'aimerais aussi remercier les autres amis qui sont parti à la recherche de nouveaux horizons, partout dans le monde : Maria, Fatima, Noelia, Jonas, Sandra, Claudia et Diana. La distance n'a changé ni notre amitié, ni votre présence dans ma vie.

Je remercie spécialement à ma famille au Chili – Ma mère, mon frère, mon père, ma grand-mère, mes tantes et mes cousins – qui m'on soutenu depuis mon départ et durant toute cette période. Merci pour vos mots d'encouragement et pour la confiance que vous avez toujours déposé en moi, et pour votre amour inconditionnel.

Je remercie à ma famille Canadienne, Sanchez Chaparro, pour votre attention et pour l'amour que vous m'avez donné durant ce temps.

Finalement je remercie également à ma nouvelle famille que j'ai fondée en France. Merci Juan pour ta patience et ton soutient absolu envers moi et mon travail. Merci mon amour. Mes dernières pensées sont dédiées à mon futur petit fils. Merci pour tout le bonheur et amour que tu m'as donné à ce jour, et pour la nouvelle étape que nous nous préparons à vivre avec toi.

TABLA DE CONTENIDOS

RESUME DE THESE EN FRANÇAIS

CHAPITRE 1 - INTRODUCTION ET PROBLEMATIQUE

On a assisté ces deux dernières décennies à la multiplication des évaluations standardisées à grande échelle tant au niveau national qu'au niveau international. Ces évaluations influencent de façon croissante les systèmes éducatifs. Elles influencent les programmes, leur contenu mais aussi leur organisation, les tâches proposées dans les évaluations, et par contre coup les pratiques d'enseignement. Diverses études montrent que ces effets ne sont pas nécessairement positifs (voir par exemple (Schoenfeld, 2007), (Mons 2009)). Elles montrent notamment comment la pression qui s'exerce sur les établissement scolaires et les enseignants pour qu'ils améliorent leurs scores, tend à induire une centration préjudiciable de l'enseignement sur la préparation des élèves à ces évaluations (« teaching to the test »), qui affecte plus particulièrement les populations scolaires les plus fragiles (Gamoran A. 2012 ; Jones et Egley, 2004; Belair, 2005; Jones, 2007…).

Dans ce contexte, venant d'un pays, le Chili, où il existe depuis 1988 une évaluation standardisée, SIMCE, passée par tous les élèves de la $2^{ème}$, $4^{ème}$ et $8^{ème}$ année de l'éducation de base, et de la $2^{ème}$ et 3ème année du lycée, avec une croissance régulière des niveaux d'enseignement et des disciplines prises en compte, et qui joue un rôle de plus en plus important dans le pilotage du système éducatif, j'ai souhaité, dans mon travail de thèse, étudier l'impact de cette évaluation sur l'enseignement des mathématiques au Chili.

L'évaluation SIMCE, dont le sigle signifie *Système de Mesure de la Qualité de l'Education*, se veut un système d'évaluation de la qualité de l'enseignement. Comme le souligne le rapport de l'OCDE de 2004 sur la *Révision des Politiques Nationales d'Education* concernant le Chili :

« lorsque l'évaluation SIMCE fut instituée en 1988, beaucoup l'ont considérée comme une mesure de 'l'efficacité' de l'école et continuent à la voir ainsi. Le nouveau gouvernement, à son tour, a utilisé les résultats de SIMCE en début des années 90 principalement pour identifier les institutions peu performantes, afin d'investir des ressources additionnelles et surveiller l'impact de ces investissements. Plus récemment, SIMCE a été utilisée comme mesure principale de la qualité et de l'amélioration des écoles au Chili » (OCDE 2004, p.163, notre traduction).

L'évaluation SIMCE a de fait évolué depuis sa création et est présentée actuellement de la façon suivante sur le site du Ministère de l'Education :

« Depuis 2012, SIMCE est devenu le système d'évaluation utilisé par *l'Agence pour la Qualité de l'Éducation* afin d'évaluer les résultats d'apprentissage des établissements, mesurant la réalisation des contenus et des compétences du curriculum actuel, sur différents sujets ou domaines d'apprentissage, à travers une mesure qui s'applique à tous les étudiants nationaux inscrits dans les niveaux de classes évalués.» (www.simce.cl, notre traduction)

Etudier l'impact de SIMCE n'est pas une tâche facile car les effets d'un tel système sont a priori multiples, à la fois directs et indirects, comme le souligne Bodin (2006) quand il écrit que *« Les retombées directes de ces études portent essentiellement sur des modifications des programmes d'enseignement, la formation des enseignants et les instructions qui peuvent leur être données »* (p.80), mais qu'il existe aussi des effets moins évidents à identifier, comme le sont les pratiques pédagogiques et les acquis des élèves. Ils sont de plus non homogènes à travers un pays et ses différents établissements. Ces effets s'inscrivent ainsi dans des dynamiques aux déterminants multiples qu'il n'est pas facile d'appréhender.

Dans ce travail de thèse, je me suis plus particulièrement attachée aux questions suivantes :

- Sachant que le Chili participe à différentes évaluations internationales à grande échelle, comment se situe l'évaluation SIMCE par rapport à ces objets et en quoi l'influencent-ils ?

- Sachant les limites que les contraintes des évaluations standardisées à grande échelle imposent, jusqu'à quel point l'évaluation SIMCE est-elle représentative des valeurs, du contenu et de l'esprit du curriculum chilien ?

- Comment les enseignants chiliens se situent-ils par rapport à cette évaluation et comment influence-t-elle leur vision de l'enseignement et leurs pratiques ?

- Sachant l'importance pour les établissements des résultats obtenus par leurs élèves à cette évaluation, quels sont les dispositifs éventuellement mis en place pour y préparer les élèves et améliorer les résultats ? Observe-t-on en particulier une réduction des enseignements autour des contenus évalués et des types de tâches proposés dans l'évaluation ?

- L'évaluation SIMCE est-elle par ailleurs utilisée comme outil de formation et de développement professionnel des enseignants ?

Ces questions sont multiples, et sans aucun doute trop ambitieuses pour un travail de thèse, mais elles ont guidé mon travail de thèse et il m'a semblé nécessaire de les prendre simultanément en compte vu la complexité de l'objet à l'étude. En revanche, pour rendre la recherche compatible avec un travail de thèse, j'ai choisi de me limiter à un niveau scolaire, celui de la huitième année d'enseignement, et à un domaine mathématique particulier, celui de la géométrie, incluant les grandeurs géométriques et leur mesure. Il y a à ces choix des raisons bien précises. Pour le niveau d'enseignement, c'est parce qu'il correspond à la fin de l'éducation de base, un des premiers niveaux où l'évaluation SIMCE a fonctionné et a donc une histoire substantielle, et parce qu'il permettait plus facilement que d'autres la comparaison avec des évaluations internationales comme TIMSS et PISA. Pour la géométrie, c'est parce qu'il s'agit d'un domaine qui pose particulièrement problème aux enseignants au Chili dans la scolarité obligatoire. Je m'y étais déjà intéressée dans mon mémoire de Master (Ruminot, 2009) et je souhaitais tout particulièrement étudier et comprendre l'impact éventuel de SIMCE sur les pratiques dans ce domaine, et sur la formation des enseignants.

Sur le plan théorique, ma recherche s'est appuyée sur la Théorie Anthropologique du Didactique (Chevallard, 1991, 1999, 2002). Cette approche théorique, par le rôle primordial qu'elle donne aux institutions, me semblait ici tout particulièrement adaptée. A travers la hiérarchie des niveaux de co-détermination didactique, elle me permettait de prendre en compte la diversité des conditions et contraintes en jeu, jusqu'au niveau que Chevallard nomme civilisation et que je reformulerai pour mes besoins propres. A travers les notions de praxéologie et de moments de l'étude, la TAD me fournissait aussi un cadre pour l'étude des tâches d'évaluation, du curriculum, des manuels, et leur mise en relation, comme cela a été fait dans de nombreuses thèses. A ce cadre macro-didactique, j'ai ajouté pour répondre au besoin de mon étude particulière, celui spécifique à la géométrie, des paradigmes géométriques développé par Houdement et Kuzniak (2006) et qui avait déjà été utilisé dans une étude comparative de l'enseignement de la géométrie en France et au Chili, sur laquelle je me suis appuyée (ECOS 2006).

A partir de ces choix, la recherche s'est organisée selon plusieurs dimensions : étude comparative des différentes évaluations à grande échelle dans lesquelles le système éducatif chilien est impliqué pour les mathématiques ; analyse des programmes de géométrie, des documents officiels associés et de deux manuels (le manuel officiel et un manuel très utilisé) ; sélection d'un ensemble d'établissements scolaires de caractéristiques diverses, développement de questionnaires à destination des enseignants de mathématiques et préparation d'entretiens avec différents acteurs de ces établissements, passation de ces questionnaires et entretiens, et enfin observation de séances d'enseignement, à la fois des séances ordinaires et des séances de préparation à l'évaluation SIMCE, dans un certain nombre de ces établissements.

Je rends compte de ces différents travaux et des résultats qui en ont issus dans les chapitres qui suivent. Plus précisément :

Le **chapitre 1** dans lequel s'insère cette introduction, présente la problématique de la recherche, son contexte et sa méthodologie globale.

Dans le **chapitre 2**, je décris le cadre théorique principal de cette étude, c'est à dire, comme précisé plus haut, la Théorie Anthropologique du Didactique développé par Chevallard (Chevallard, 1999), en me centrant sur les notions de la TAD qui sont celles sur lesquelles je me suis appuyée: hiérarchie des niveaux de co-détermination didactique, praxéologies et organisation mathématiques et didactiques, moments de l'étude. Je présente également la notion de paradigme géométrique telle que définie par Houdement et Kuzniak (2006) qui m'a servi à aborder le domaine précis pris en compte. Je complète par une synthèse de travaux de didactique de la géométrie concernant notamment les grandeurs géométriques et leur mesure qui me sert à construire une référence didactique pour le domaine concerné. Je termine par une synthèse de travaux de recherche sur les systèmes d'évaluations standardisées à grande échelle. Cette synthèse prend en compte des travaux abordant la question des évaluations de différents points de vue, et à différentes échelles (internationale, régionale et nationale). Toutes ces références servent d'appui pour les analyses des chapitres suivants.

Le **chapitre 3** est consacré à une étude comparative de l'évaluation SIMCE avec trois autres évaluations à grande échelle et standardisées. Les systèmes éducatifs étant de plus en plus soumis aux pressions de l'évaluation et à l'établissement de critères qui visent à évaluer l'impact des politiques de l'éducation et l'efficacité des systèmes d'éducation, il m'a semblé nécessaire d'étudier l'évaluation SIMCE non comme un objet isolé mais comme un objet prenant place dans un système. Ceci est en accord avec l'idée portée par la hiérarchie des niveaux de co-détermination didactique. Pour cela, j'ai comparé SIMCE avec les évaluations PISA, TIMSS et SERCE, auxquelles les élèves chiliens sont aussi soumis.

Pour réaliser cette étude, j'ai utilisé l'outil d'analyse proposé par Artigue et Winslow (2010) basé sur les niveaux de codétermination didactique. Plus précisément, j'ai comparé les quatre évaluations mentionnées par rapport à plusieurs niveaux de codétermination en plusieurs étapes. D'abord j'ai comparé la vision mathématique portée par chacune pour comprendre les motivations principales de ces évaluations (les niveaux 8 – 6 dans l'échelle de co-détermination didactique). Ensuite j'ai analysé et comparé les cadres théoriques de chaque évaluation pour comprendre comment ils sont véritablement structurés, quelles domaines sont traités et comment ils sont caractérisés (les niveaux 5 – 2 dans l'échelle de co-détermination didactique). Je le fais en me concentrant sur le domaine de la géométrie et la mesure. Finalement, j'analyse et compare des exemples de tâches précises de chacune des évaluations pour comprendre comment les structures précédentes sont transposées en tâches pour les étudiants et quelles sont les notions géométrique, et de la mesure qui sont mises en avant (les niveaux 1 et 2 dans l'échelle de co-détermination didactique).

Dans le **chapitre 4**, j'analyse le curriculum officiel Chilien (Decreto 220-2002), prenant en compte le fait que l'évaluation SIMCE est conçue à partir du curriculum national, ce qui se manifeste notamment dans son organisation par discipline et par niveau. Compte-tenu des choix effectués, je me suis centrée sur le programme de mathématiques de huitième année, en particulier sur les parties de ce programme concernant la géométrie et de la mesure.

Cette étude, comme indiqué plus haut, s'appuie sur le cadre théorique de la théorie anthropologique du didactique, ce qui me conduit à identifier les *organisations mathématiques* et les *organisations didactiques*. L'analyse débute par celle des *organisations mathématiques ponctuelles*, et c'est aussi à ce niveau que s'effectue l'analyse comparative entre les tâches SIMCE et celles des autres évaluations standardisées, ainsi qu'avec celles du programme d'étude. Je cherche ensuite à déterminer comment ces OMPs s'articulent pour créer des organisations mathématiques locales, au moins partielles, et mettre en évidence les caractéristiques prédominantes de ces OML. La conception du programme en tant que document destiné à l'enseignant pour organiser et orienter l'enseignement, permet par ailleurs de l'analyser en termes *d'organisation didactique*, et d'interroger sa vision des moments didactiques. Cette analyse des OMPs est enfin mise en perspective avec elles des connaissances demandées par l'évaluation SIMCE.

Pour compléter l'étude et prendre en compte l'importance des manuels dans la construction scolaire des connaissances des élèves et le travail professionnel des enseignants. Deux sont analysés : le manuel officiel, réalisé à la demande du Ministère d'Éducation Nationale (MINEDUC) et fourni gratuitement aux écoles publiques et un autre manuel, largement utilisé dans les écoles demi-privées. Les analyses effectuées sont ensuite mises en rapport avec celle du programme d'étude, et l'ensemble avec les résultats du projet ECOS (2006) déjà cité.

Le **chapitre 5** est consacré à l'analyse des questionnaires et des entretiens réalisés avec les enseignants de mathématiques et le personnel pédagogique (Directeurs et responsables de départements de mathématiques) de 12 établissements d'enseignement de divers contextes socio-économiques, de la région métropolitaine de Santiago du Chili. Le but de ce chapitre est d'abord de comprendre comment l'évaluation SIMCE impacte les écoles, en prenant en compte la possibilité d'effets différenciés suivant le contexte socio-économique, et de connaître la vision des enseignants sur la mise en œuvre de cette évaluation. Il s'agit également d'identifier les dispositifs et les ressources éventuelles qui existent pour préparer les étudiants à l'évaluation SIMCE et le rôle que jouent les enseignants dans la mise en œuvre de ces dispositifs. J'ai par ailleurs complété les donnés recueillies dans les questionnaires et durant les entretiens avec les informations ministérielles accessibles sur chaque établissement scolaire afin de mieux comprendre le contexte particulier de chaque école.

L'analyse est divisée en deux étapes clés. Dans une première étape, j'analyse les données qui caractérisent chaque institution suivant 3 dimensions : *son contexte socio-économique, l'historique de ses résultats à l'évaluation SIMCE et les dispositifs SIMCE employés.* Cette analyse permet d'établir des catégories d'établissements.

Dans la deuxième étape, j'analyse les questionnaires et les entretiens des enseignants selon quatre dimensions : *la formation et l'expérience de l'enseignant; sa position (rôle et niveau de responsabilité) dans l'institution; sa relation à l'évaluation SIMCE et sa sensibilité didactique.* Cette analyse permet d'établir des profils d'enseignants. Globalement, cette analyse permet de préciser l'impact de l'évaluation SIMCE dans les établissements étudiés en prenant en compte le point de vue des enseignants.

Le **chapitre 6** est consacré à l'analyse de sessions régulières de classe et à la préparation offertes aux étudiants pour l'évaluation SIMCE. Elle permet de mettre en regard les déclarations des enseignants dans les questionnaires et entretiens avec la réalité du terrain de la classe.

L'étude des pratiques d'enseignement est une tâche complexe, les actions des enseignants étant influencées par diverses restrictions et contraintes qui conditionnent leurs actions pédagogiques. Pouvoir ainsi déterminer les actions de l'enseignant qui sont influencées ou non par SIMCE, demande de créer une méthodologie pour analyser de séances de classe faisant intervenir de manière comparative des catégories de gestion pédagogiques de l'enseignant durant des sessions à la fois de classe régulière et préparatoire à l'évaluation SIMCE.

Ce chapitre est basé sur dix-sept sessions de classe. Les observations de classe ont été faites dans treize différents établissements de la région métropolitaine de Santiago du Chili. Nous faisons d'abord un travail de rédaction des séances de classe qui nous permet de construire des fiches pour des séances de classe (séance ordinaire et de préparation SIMCE) à partir de deux dimensions. Une dimension qui considère les organisations mathématiques proposées par l'enseignant et une autre dimension orientée vers les organisations didactiques mises en place. L'analyse des séances de classe considère également le profil des enseignants et les catégories institutionnelles définies dans le chapitre V, nous permettent de caractériser et de comparer les séance de classe ordinaires et de préparation SIMCE, et obtenir des résultats sur l'influence de l'évaluation SIMCE dans les choix de tâches et leur gestion didactique.

Le **chapitre 7** est la conclusion de ce travail de recherche, où notamment sont soulignés les constats et les résultats principaux de chaque partie de notre étude, ainsi que les questions ouvertes.

Je suis consciente que ce travail est de nature exploratoire et qu'il est certainement nécessaire d'approfondir les résultats initiaux obtenus par la voie de futures études de recherches qui pourraient être développé à partir des résultats obtenus.

CHAPITRE 2 – CADRE THEORIQUE ET REFERENCES

Introduction

Dans notre recherche, nous avons voulu étudier les effets d'un système d'évaluation standardisé, SIMCE - Système national de mesure de la qualité de l'éducation, sur l'enseignement des mathématiques au Chili. Nous présentons d'abord les principaux outils théoriques et les références sur lesquelles nous nous appuyons pour réaliser ce travail. Nous plaçons notre travail principalement dans le cadre théorique de la théorie anthropologique du didactique (TAD), mis au point par Yves Chevallard (Chevallard, 1999). Dans notre recherche, nous accordons une importance particulière au domaine mathématique de la géométrie et des grandeurs associées. Pour mieux couvrir ce domaine, nous complétons le cadre théorique de la TAD par celui des Paradigmes de la Géométrie (Kuzniak et Houdement, 2006) qui constituent une construction théorique spécifique à la géométrie. Des recherches en didactique déjà faites sur ces grandeurs géométriques sont également une référence importante pour notre recherche. Finalement, nous faisons une brève étude des travaux consacrés aux évaluations standardisées à grande échelle, et, plus particulièrement des évaluations que nous considérons dans notre recherche.

Cadres Théoriques

Théorie Anthropologique du Didactique

Notre recherche vise à comprendre les effets de l'évaluation nationale SIMCE sur l'enseignement des mathématiques au Chili. Pour ceci nous avons besoin de regarder les processus d'enseignement et d'apprentissage sous un angle général qui permette d'identifier les différents déterminants qui pèsent sur un tel système d'évaluation, les différentes institutions qui y contribuent et leurs effets, ainsi que les relations et influences qui existent entre les uns et les autres. C'est ce que permet justement la TAD par son approche institutionnelle. En plus de cette approche, la TAD nous fournit également un cadre pour l'analyse des organisations mathématiques (OM) et des organisations didactiques (OD ; Chevallard, 2002) en termes de praxéologies, pour analyser à la fois le programme de 8^{e} année de l'école élémentaire, les manuels et les tâches proposées dans les évaluations, ainsi que les séances de classe que nous avons observées.

La TAD postule que toute activité mathématique peut être modélisée à travers les notions de praxéologie et de niveaux d'organisations mathématiques (ponctuelles, locales, régionales et globales). Dans notre recherche, nous nous sommes confrontées à différents niveaux d'organisations mathématiques. Par exemple, l'analyse des tâches d'évaluation SIMCE peut se faire en mobilisant essentiellement la notion d'organisation mathématique ponctuelle, tandis qu'une vision plus globale de ce système d'évaluation à grande échelle, doit aller au-delà d'une approche uniquement ponctuelle. Pour analyser le programme de mathématique officiel de la 8^{e} année de l'école élémentaire et les documents associés, en comprendre les choix et la cohérence, il faut également tenir compte des organisations mathématiques locales voire régionales.

Cette analyse,, qui mobilise différents niveaux d'organisation mathématique, nous sert de référence pour considérer l'évaluation SIMCE de façon plus globale. Nous interrogeons sa validité, cherchant jusqu'à quel point elle évalue la réalisation des attentes du curriculum national, comme elle en affiche l'ambition. Nous mobilisons également ce modèle praxéologique dans les dimensions de notre recherche qui nous donnent accès directement ou indirectement à des pratiques didactiques : l'analyse du programme d'étude et les observations de classes. Nous étudions comment le programme d'étude organise les différents moments de l'étude et comment il les caractérise. Les séances consacrées aux ateliers SIMCE peuvent être considérées a priori comme des moments d'évaluation alors que les sessions de classes ordinaires peuvent intégrer une plus grande variété de moments. Nous nous interrogeons sur les caractéristiques des interactions didactiques dans chaque type de session, cherchant en particulier, si elles nous permettent d'identifier des effets de l'évaluation SIMCE sur les pratiques didactiques.

Comme mentionné dans l'introduction, étudier l'impact de l'évaluation SIMCE sur l'enseignement des mathématiques nous oblige à considérer de multiples influences des institutions locales, nationales et internationales sur les praxéologies mathématiques et didactiques. Pour couvrir ces influences, la notion d'échelle de niveaux hiérarchiques de co-détermination didactique (Chevallard, 2002) nous semble un outil particulièrement puissant. Nous utilisons également l'outil proposé par Artigue et Winslow (2010) pour une analyse comparative entre études. Cet outil associe à la hiérarchie des niveaux de co-détermination dix niveaux de comparaison possibles, définis par Artigue et Winslow (2010, p.52). Les auteurs distinguent les comparaisons verticales qui étudient les relations entre les différents niveaux de co-détermination dans un même contexte et les comparaisons horizontales qui étudient les relations entre les différents contextes pour un même niveau de co-détermination. Dans notre recherche, nous combinons les études de type vertical et horizontal. Dans les études de type vertical, nous essayons de comprendre l'influence de l'évaluation SIMCE située au niveau 0 sur l'enseignement des mathématiques au Chili, en particulier, en ce qui concerne le domaine de la géométrie et des grandeurs. Dans les études de type horizontal, nous comparons l'évaluation SIMCE avec d'autres systèmes d'évaluations standardisées à grande échelle comme PISA, TIMSS ou SERCE.

Les paradigmes de la géométrie

Nous nous appuyons sur le cadre théorique proposé par Houdement et Kuzniak (2006) pour étudier les spécificités du domaine et établir des distinctions entre les tâches des différentes institutions considérées en fonction des trois paradigmes de la géométrie proposés par ce cadre. Nous considérons la Géométrie I quand les hypothèses de travail sont validées de façon perceptive ou instrumentée, selon ce que la figure perceptivement donne à voir ou permet de mesurer. Lorsque il y a besoin d'utiliser les propriétés géométriques plutôt que la figure comme moyen de validation, nous considérons que la tâche se situe en Géométrie II. La tâche est ainsi considérée en Géométrie II même lorsque l'axiomatisation sous-jacente n'est pas explicite. Nous tenons également à souligner que le paradigme de la Géométrie III, dite axiomatique formelle, n'intervient pas dans le niveau scolaire de travail choisi, la 8^{e} année.

Étude Didactique sur les Grandeurs Géométriques

Avec une relecture de travaux de didactique de la géométrie, nous voulons établir une référence didactique sur les grandeurs géométriques, qui jouent un rôle important à la fois dans le programme d'étude, les organisations mathématiques, les tâches d'évaluation et les séances de classe. En particulier, nous nous concentrons sur les notions d'aire et de volume qui sont traitées dans un certain nombre de recherches en didactique sur les niveaux d'enseignement que nous considérons.

Aire

Les travaux didactiques menés sur cette notion montrent clairement que la conceptualisation de la grandeur « aire » est plus complexe que ce qui est généralement présenté dans les manuels scolaires et que ce qui est enseigné à l'école primaire (Perrin-Glorian, 2002). Ces travaux montrent aussi que le fait de passer rapidement au calcul d'aires et d'aplatir cette grandeur sur sa mesure peut, d'une part, constituer un obstacle à la différenciation de l'aire et du périmètre, d'autre part, peut empêcher la compréhension des trois pôles constitutifs de l'aire (les objets à mesurer, les magnitudes et les numéros). Ceci contribue à rendre plus difficile la compréhension du côté multidimensionnel de l'aire. Comme le montrent les recherches, la compréhension de cet aspect de l'aire ne peut pas être acquis par des étudiants via la seule utilisation des formules de calcul, ou l'utilisation de pavages carrés. Il en ressort le besoin de travailler l'aspect unidimensionnel de l'aire en utilisant une variété d'unités pour permettre ensuite de donner un sens à l'aspect bidimensionnel de l'aire.

Volume

Cette grandeur géométrique, comme l'aire, possède la caractéristique d'être une grandeur à la fois unidimensionnelle et multidimensionnelle (Rogalski J., Rouchier A. , Ricco G. , Vergnaud G. , Des-moulières S. , Landré C. , Marthe P. , Samurçay R. , Viala A., 1983). Cette diversité d'aspects fait intervenir de nombreux processus dans lesquels participent différentes représentations et opérations géométriques, physiques et arithmétiques. Par ailleurs, le volume a des relations avec des concepts tels que la proportion, la surface, les structures numériques et algébriques. Toutes ces caractéristiques font du volume une grandeur dont l'appréhension dans ses dimensions à la fois unidimensionnelle et multidimensionnelle est difficile. Comme le montrent les recherches, en général, des dimensions et leurs interactions ne sont pas travaillées correctement puisque l'enseignement, comme dans le cas des aires, très souvent se concentre sur l'application de formules.

Systèmes d'Évaluation Standardisée à Grande Échelle

L'état actuel des systèmes d'évaluation à grande échelle

Au cours des dernières décennies, les systèmes d'évaluation standardisée à grande l'échelle ont proliféré à travers le monde. Chaque jour celles-ci exercent des pressions grandissantes sur les systèmes d'éducation. Dans ce contexte, les recherches sur ces systèmes se sont multipliées. Ces recherches adoptent une variété d'approches. En ce qui concernant les évaluations internationales, par exemple, certaines études mettent l'accent sur les résultats obtenus par les pays participants, et tentent de déterminer les raisons des différences observées entre les pays dans les caractéristiques des systèmes d'éducation ou d'autres conditions socio-économiques ou culturelles. D'autres études considèrent de façon critique les choix faits dans ces évaluations, leurs méthodologies, et remettent en question l'ambition qu'elles ont de mesurer l'état et les processus cognitifs des élèves. D'autres études sont préoccupées par l'impact de ces évaluations sur les politiques éducatives : réformes structurelles, changements curriculaires, dans les contenus enseignés, ou bien dans la formation initiale et continue des enseignants. Notre étude s'est située dans cette dernière approche. Notre intérêt est de connaître l'impact de SIMCE sur le système éducatif chilien, et, plus particulièrement, sur l'enseignement des mathématiques en 8e année élémentaire. Parmi les multiples références existantes, nous nous sommes pour cela appuyés plus particulièrement sur trois méta-analyses : la première de De Lange (2007), la deuxième de Mons (2009), et, la troisième coordonnée par Artigue, Nassouri, Smida et Winslow pour EMF (2009). Nous faisons référence également à deux analyses sur l'évaluation SIMCE, effectuées respectivement par l'OCDE (2004) et García Huidobro (2002).

L'impact des systèmes d'évaluations internationales

Il n'y a aucun doute sur le fait que les systèmes d'évaluation standardisée ont un impact de plus en plus important sur les politiques éducatives. Cela s'applique aussi bien aux évaluations internationales qu'aux nationales. L'étude réalisée pour l'EMF 2009, le montre pour les évaluations internationales TIMSS et PISA. Cette étude considère principalement des pays francophones comme la France, la Belgique, le Canada, la Tunisie, le Maroc et le Burkina Faso et donne également des informations sur l'état de Baden-Wurtemberg en Allemagne. Elle permet en particulier d'identifier les différents niveaux qui peuvent être affectés : les politiques éducatives globales, les organisations curriculaires, les programmes d'étude et la formation des enseignants.

Les évaluations standardisées à l'échelle nationale

Dans cette étude, nous nous intéressons plus particulièrement à la manière dont Mons (2009) analyse les possibles contributions et les limites d'un tel système d'évaluation. En particulier, elle distingue deux modèles théoriques qu'elle qualifie respectivement de «*accountability douce ou dure* ». Comme elle le souligne, quel que soit le type d'évaluation nationale, ces modèles font l'hypothèse que de telles évaluations peuvent améliorer le fonctionnement du système d'éducation et l'efficacité de l'école. Cependant, elle précise également qu'il n'y a pas de preuve que cette hypothèse soit vraiment fondée, et même que les résultats de certaines études empiriques tendent à montrer le contraire. Cette étude nous a aidé à classer les effets des évaluations à grande échelle à différents niveaux : les établissements, l'enseignement et les enseignants.

La vision de l'OCDE de l'évaluation SIMCE

Selon cette institution, depuis le début des années 90 et jusqu'à aujourd'hui, le système d'éducation nationale chilien a fait de grands efforts pour améliorer les niveaux d'enseignement. Elle confirme que, tout au long de ce processus, l'évaluation SIMCE a été l'instrument de mesure le plus important des politiques éducatives. Pour l'OCDE, au niveau des politiques d'éducation, SIMCE joue le rôle « de focalisateur d'interventions » et donc, a une grande incidence à l'échelle nationale. L'étude faite par l'OCDE a identifié certains secteurs où l'évaluation SIMCE a été une source d'information à partir de laquelle des décisions ont été prises pour améliorer la qualité de l'éducation. Il y a notamment cinq domaines où SIMCE intervient, selon cette institution, à savoir : « le secteur de la politique éducative, les médias de communication, les enseignants et l'école, la famille, les chercheurs universitaires. »

Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté d'abord le cadre théorique principal de cette recherche, la théorie anthropologique du didactique, les raisons qui nous ont conduit à faire ce choix, et les principales notions de cette théorie que nous avons utilisées : les notions d'institution, de praxéologies mathématiques et didactiques, de moments d'étude et de hiérarchie des niveaux de codétermination didactique. Nous avons expliqué aussi pourquoi dans notre recherche nous avons prêté une attention particulière au domaine de la géométrie et des grandeurs, et comment ce choix nous a amenée à compléter le cadre théorique de la TAD par le cadre des paradigmes géométriques, un cadre infra-didactique qui nous aidera à différencier les différents types de géométrie mis en jeu dans l'enseignement et l'évaluation. Ensuite, nous avons examiné une série d'études sur la géométrie, plus particulièrement sur les aires et les volumes, qui jouent un rôle important dans les programmes et les évaluations que nous considérons. Finalement, nous avons mené une étude sur les évaluations standardisées, partant des niveaux supérieurs de la sphère sociale pour observer l'importance qu'elles ont dans les systèmes d'éducation actuels. Les méta-études sur lesquelles nous nous sommes appuyés nous ont permis également d'identifier différents niveaux et formes d'impact des évaluations sur les systèmes éducatifs, d'identifier également les risques associés à ces évaluations, ce qui nous guidera lors de l'étude de l'évaluation SIMCE. Avec l'étude de l'OCDE, une organisation favorable à ce type d'évaluation, nous avons la vision internationale de l'impact de l'évaluation SIMCE au niveau national, une vision que nous pourrons questionner dans notre travail, en adoptant une perspective didactique.

Chapitre 3 – Étude Comparatif des Évaluations Standardisees

Introduction et Méthodologie

Les systèmes d'éducation sont de plus en plus soumis aux pressions des évaluations et à la mise en place de critères qui visent à évaluer l'efficacité et l'impact des politiques éducatives. Pour cette raison nous avons considéré nécessaire d'étudier l'évaluation SIMCE en la plaçant dans un contexte macro-didactique, selon la hiérarchie des niveaux de co-détermination (cf. § 2.2.1.3). Compte tenu du contexte de la mondialisation dans laquelle se trouvent actuellement les évaluations standardisées, nous nous sommes intéressés à comprendre comment l'évaluation SIMCE se situe par rapport à d'autres évaluations standardisées comme PISA, TIMSS et SERCE. Pour essayer de répondre à cette question, nous considérons que chaque évaluation représente implicitement un contexte, que nous identifions, tout en prenant en compte les particularités de chaque évaluation. De cette façon, nous déterminons les similitudes et les différences entre les évaluations dans une perspective comparative. Pour réaliser cette étude, nous utilisons l'outil d'analyse comparative proposé par Artigue et Winslow (2010), basé sur les niveaux de co-détermination didactique (cf. § 2.2.1.3). Plus précisément, nous nous concentrons sur les aspects de comparabilité et de corrélation entre les mêmes niveaux de co-détermination pour des contextes différents.

Dans ce chapitre, nous présentons dans un premier temps une synthèse des caractéristiques de chaque évaluation. Ensuite, nous analysons le discours sur la vision mathématique que porte chacune d'elles. Les aspects que nous décrivons dans cette section sont principalement situés au niveau 8 de l'échelle de la hiérarchie de co-détermination, de type transnationaux pour PISA, TIMSS, LLECE, et de type national pour SIMCE. Nous complétons cette première étude avec une analyse des catégories structurelles de chaque évaluation. Nous terminons ce chapitre par une analyse comparative de tâches accessibles proposées par chaque évaluation. À ce stade de notre étude, nous nous concentrons sur les tâches relevant des contenus de la géométrie et des grandeurs géométriques.

Les Caractéristiques Générales des Évaluations

À ce stade de notre étude des évaluations standardisées, nous mettons en évidence les caractéristiques générales de chaque évaluation, ce qui nous permet de prendre en compte le contexte dans lequel chacune d'elle est définie et structurée. Ensuite, pour comprendre comment ces évaluations se situent les unes par rapport aux autres, nous étudions la vision des mathématiques sous-jacente à chacune d'elles et conditionnant la construction de son cadre théorique. De façon générale, les évaluations n'énoncent pas explicitement cette vision, mais leurs discours respectifs permettent néanmoins de l'identifier. Finalement, nous étudions les cadres théoriques de ces évaluations pour savoir comment chaque vision s'y exprime.

Catégories Structurelles des Évaluations

Les évaluations présentent des similitudes au niveau des catégories structurelles. Dans chacune d'elles, nous identifions une structure générale composée de trois dimensions : les domaines mathématiques, les processus cognitifs et les niveaux de réussite. Cette même structure est utilisée dans la construction des tâches utilisées pour évaluer l'apprentissage des élèves. La comparaison des évaluations est essentiellement ici «horizontale» et considère surtout le niveau 5 de l'échelle de co-détermination didactique. À ce stade, nous examinons comment chaque évaluation définit ses domaines ou catégories mathématiques et sur cette base nous effectuons une analyse comparative des dimensions, ce qui nous fournit plusieurs résultats.

La structure des domaines mathématiques

Parmi les distinctions observées, la plus marquée s'avère entre l'évaluation PISA et les évaluations TIMSS, SIMCE et SERCE. Cette différenciation se manifeste dans les intentions explicites des évaluations sur ce qu'elles prétendent évaluer chez les élèves. PISA a considéré différents curriculums dans la construction de ses catégories. Cependant, elle ne cherche pas à évaluer des connaissances curriculaires mais des compétences mathématiques jugées nécessaires pour la vie professionnelle et sociale future (PISA 2012, p.39). Ceci contraste avec les trois autres évaluations qui, elles, évaluent le curriculum. En ce qui concerne le contenu, il existe de plus plusieurs différences au niveau des domaines, des secteurs et des thèmes.

La structure des processus cognitifs et mathématiques

La deuxième dimension étudiée est celle des processus cognitifs utilisés par chaque évaluation pour mesurer les compétences et les aptitudes en mathématiques que les élèves devraient posséder. Dans presque toutes les évaluations, nous constatons une similarité dans la façon de structurer les processus cognitifs, notamment à travers des niveaux hiérarchiques de difficulté croissante. En dépit de cette similitude, notre étude montre bien que chaque évaluation a ses propres caractéristiques, nous faisons ressortir des différences dans la représentation des processus cognitifs : PISA dispose d'un design des processus cognitifs (nommés en interne « processus mathématiques ») entièrement axés sur les compétences mathématiques ; TIMSS présente ces processus cognitifs en combinant les contenus et les compétences ; SERCE présente des processus cognitifs en établissant des niveaux de difficulté, selon que la tâche proposée est un problème simple ou complexe ; SIMCE enfin établit des aptitudes à partir des contenus de chaque domaine, et, à l'intérieur de chaque domaine définit un niveau hiérarchique de compétences.

La structure des niveaux de réussite en mathématiques

Chaque évaluation intègre sa propre conception de niveaux de réussite. Ces niveaux visent à positionner l'apprentissage des élèves soit à travers des compétences mathématiques, soit à travers des contenus. Dans chacune des quatre évaluations, nous constatons que les niveaux hiérarchiques sont construits de manière différente. Chaque évaluation établit sa hiérarchie par différentes combinaisons des composants structurants. Comme nous l'avons mentionné, PISA vise à évaluer les compétences mathématiques des étudiants. Elle le fait en organisant leurs niveaux de réussite en prenant en compte les processus cognitifs les contextes et les domaines. L'évaluation TIMSS, par contre, combine pour définir ces niveaux les processus cognitifs et les contenus, tandis que SERCE et SIMCE combinent les processus cognitifs et les contenus, en privilégiant ces derniers.

L'Analyse des Tâches des Évaluations

Dans notre analyse de la manière dont la géométrie et la mesure apparaissent dans les évaluations, nous constatons que les thèmes des propriétés et des attributs de figures géométriques et des grandeurs (angles, périmètre, aire et volume) sont présents dans les quatre évaluations. En revanche, certains contenus, comme la localisation spatiale, les angles, la congruence et les transformations entre polygones, sont présentés différemment dans les évaluations. À ce stade de notre étude, nous cherchons à connaître comment les contenus décrits dans les documents analysés sont transposés dans les tâches à réaliser par les élèves. Par cela nous nous appuyons sur la collection des tâches accessibles de chaque d'évaluation (cf. § 9 Annexe A), correspondant au domaine étudié et nous réalisons une analyse détaillée d'une sélection de 18 de ces tâches correspondant aux grandeurs et aux mesures géométriques qui nous semblent particulièrement représentatives. L'analyse de ces tâches montre des proximités évidentes, en particulier en ce qui concerne les tâches sur les volumes, qui pour ce qui concerne aire et volume mobilisent souvent le pavage et sont clairement dans G1. Celles de SIMCE privilégient les contextes internes aux mathématiques, et la plupart sont relativement routinières.

Conclusion

L'analyse comparative que nous avons faite tient compte des trois dimensions présentes dans les quatre évaluations : la vision mathématique, le cadre théorique et les tâches. En analysant chacune de ces dimensions nous avons essayé de situer l'évaluation SIMCE par rapport aux trois autres évaluations standardisées. Entre les évaluations considérées, SIMCE est celle qui est le plus centrée sur une évaluation curriculaire, ce qui est favorisé par son caractère national et la fonction de pilotage qui lui est clairement attribuée. Sa vision mathématique, elle, reste implicite, contrairement par exemple à PISA et SERCE qui définissent ce qu'elles entendent par « culture mathématique ».

En analysant les cadres théoriques des quatre évaluations, nous avons identifié trois domaines qui sont présents dans les quatre évaluations, que nous appelons les catégories structurelles : les domaines mathématiques, les processus cognitifs et les niveaux de réussite. Concernant les domaines mathématiques, nous avons constaté l'absence de certains thèmes dans l'évaluation SIMCE. Par exemple, le calcul par estimation, les transformations et mouvements dans le plan, les fonctions et les inéquations apparaissent tous dans TIMSS, PISA et SERCE (sauf les inéquations pour cette dernière), mais ils ne sont pas présents dans SIMCE. En comparant les processus cognitifs nous avons constaté que le degré de difficulté des capacités et compétences requises par SIMCE est plus bas que celui demandé par TIMSS et beaucoup plus bas que celui de PISA. Ceci est vrai notamment pour les compétences les plus avancées telles que l'argumentation, la généralisation et la modélisation. En analysant les définitions des niveaux de réussite, nous avons trouvé une grande différence entre la quantité et l'explicitation des niveaux de réussite attendus. Dans l'évaluation SIMCE, nous ne retrouvons que trois niveaux, comparé aux six de PISA. Nous constatons par ailleurs que les niveaux de SIMCE sont définis moins explicitement que ceux des autres évaluations. Le niveau initial de SIMCE, par exemple, est défini comme le manque de capacités et de connaissances présents au niveau intermédiaire, mais sans plus d'explication. À travers l'analyse comparative des tâches, nous avons observé de multiples relations entre les tâches et les évaluations associées (cf. § 3.8.7). En ce qui concerne SIMCE, une des grandes différences avec PISA et SERCE est la présence majoritaire de tâches en contexte mathématique interne, notamment de type routinier. Par ailleurs, nous avons également identifié certaines influences des évaluations TIMSS et PISA sur le système éducatif chilien. Ayant constaté dans l'analyse des domaines que certains contenus étaient absents dans le programme d'étude de 2002, mais présents dans cette de 2010, nous pouvons faire l'hypothèse que TIMSS a une influence directe sur les politique éducatives et notamment sur l'incorporation de certain contenus. Nous trouvons aussi des influences de PISA jouant sur le programme national. Actuellement il y a une nouvelle adaptation du curriculum visant spécifiquement les 7^{e} et 8^{e} années de primaire et les 1ère et 2^{e} année de l'école secondaire. Ces ajustements scolaires, qui impliquent des nouveaux noms de domaines et une réorganisation de certains d'entre eux, seront mis en œuvre à partir de 2016. Ces ajustements seront accompagnés d'une nouvelle définition des niveaux de compétences et aptitudes (Bases Curriculaires des 7^{e} et de la 8^{e} Années Primaires, et des 1^{e} et 2^{e} Années de Secondaire - MINEDUC 2013), reprenant comme modèle les « Facultés Mathématiques Fondamentales » de PISA (Cadre d'Evaluation et d'analyse du cycle de - PISA 2012, p.33).

CHAPITRE 4 – ANALYSE DU PROGRAMME D'ÉTUDE

Introduction et Méthodologie

Étant donné que l'évaluation de SIMCE est une évaluation qui mesure l'appropriation du programme d'études national, nous sommes intéressés par l'analyse du programme officiel chilien (cf. § 11 Annexe C). Ce programme (Décret 220-2002) est un outil conçu par le Ministère de l'Éducation dans le but d'organiser et de guider le travail scolaire basé sur les *Objectifs Fondamentaux* (OF) des *Contenus Minimums Obligatoire*s (CMO) et les *Apprentissages Attendus* (AE) définis dans ce document. Pour réaliser notre étude, comme déjà expliqué nous nous appuyons sur le cadre théorique de la Théorie Anthropologique du Didactique (Chevallard, 1999) qui nous permet de mener une analyse des organisations mathématiques et les organisations didactiques en termes de praxéologies et moments de l'étude (cf. § 2.2.1.2).

Dans notre recherche, nous explorons la vision mathématique présente dans le programme d'étude pour voir comment elle est structurée du point de vue des unités thématiques, des objectifs généraux et spécifiques, des apprentissages attendus, du contrat didactique, des restrictions, des possibles articulations entre les unités thématiques ou les contenus, et des suggestions faites aux enseignants. Nous effectuons un zoom progressif sur les structures et les caractéristiques générales des activités proposées dans le programme. Dans un premier temps, nous considérons la possibilité d'identifier des organisations mathématiques locales et / ou les organisations mathématiques ponctuelles, à travers les technologies incluses dans le programme. Une fois que nous avons identifié les organisations mathématiques nous analysons les types de tâches associés en mettant l'accent sur les caractéristiques des blocs pratiques et théoriques. Dans un deuxième temps, nous analysons le programme à partir des organisations didactiques. Nous complétons l'étude par l'étude de deux manuels scolaires de 8^{e} année, un mandaté par le ministère de l'éducation, MINEDUC, et un autre manuel privé.

Le Cadre Général du Curriculum et du Programme d'Étude

La matérialisation des disciplines s'explicite à travers le programme d'étude. Dans celui-ci sont présentees les connaissances mathématiques et les compétences que les élèves sont censés apprendre. La première partie de l'étude est orientée sur la connaissance de la vision de l'enseignement des mathématiques dans le programme d'étude.

La vision mathématique du programme

Dans le programme, nous trouvons exprimées trois idées fondamentales qui nous conduisent à identifier une vision de l'enseignement des mathématiques. La première idée porte sur le fait que les connaissances mathématiques peuvent être utilisées tout au long de la vie ainsi que pour relever les défis de la société. La deuxième idée consiste à considérer les étudiants d'aujourd'hui comme des personnes intéressées par le monde extérieur, faisant partie de la vie économique, politique et sociale, c'est-à dire, l'idée du citoyen. La troisième idée développée se centre sur le développement des compétences et des aptitudes en mathématiques. Pour savoir comment cette vision est transposée par le programme nous étudions les deux unités consacrées à la géométrie et grandeurs géométriques.

Les unités thématiques sur la géométrie et la mesure

Un premier aspect qui nous intéresse concerne l'articulation du contenu et des apprentissages attendus. Nous voulons aussi connaître les orientations didactiques que le programme offre aux enseignants et comment cette orientation s'articule avec les apprentissages attendus. Nous nous concentrons sur l'unité 1, « Polygones, cercles, aires et périmètres », et l'unité 2, « Volumes ». Ces unités sont organisées en activités, chacune avec son objectif, lui même développé à travers un ensemble de tâches. Certaines tâches sont accompagnées de commentaires qui visent à guider le travail des enseignants.

Les Organisations Mathématiques du Programme d'Étude

L'étude des activités proposées par le programme nous a conduit à grouper et à unifier les tâches par les technologies associées. Nous identifions donc d'abord les technologiques des tâches. Comme les organisations mathématiques sont étudiées en termes de « complexité croissante », elles sont déterminées par le bloc théorique [θ, Θ]. Nous constatons que certaines tâches sont intégrées dans une seule technologie. De plus, ces différentes technologies peuvent être intégrées dans une technologie commune. Compte tenu de ces deux constatations, nous différencions quatre blocs de contenus qui tournent autour d'un même discours technologique : les angles entre lignes sécantes et parallèles ; la circonférence, le périmètre et l'aire, les volumes et les polygones. Les trois premiers blocs correspondent plutôt à des organisations mathématiques locales (OMLs), tandis que le dernier correspond davantage à une organisation mathématique ponctuelle (cf. § 2.2.1.2). Dans chaque groupe, nous avons identifié des caractéristiques communes entre les tâches, selon leur genre et les techniques qui leur sont associées.

Analyse des organisations mathématiques

Nous analysons chaque OML et OMP en considérant la technologie qui les constitue, les types de tâches et les techniques qui leur sont associées. Au sein de chaque organisation mathématique, nous retrouvons certains discours technologiques implicites, présentant seulement quelques propriétés et définitions. C'est pour cette raison que nous complétons les définitions et propriétés absentes ou incomplètes. En analysant les organisations mathématiques, nous avons identifié des genres de tâches semblables entre différents OMLs, notamment des tâches de reconnaissance, de construction, de démonstration et d'application. De même, l'utilisation de techniques de manipulation d'objets, de décomposition et composition de figures et l'utilisation d'instruments de mesure sont présentes dans les différentes OMs. À partir des résultats obtenus par la voie de preuves empiriques, il est attendu que les étudiants génèrent des conjectures et des arguments, qui seront ensuite généralisés et qui, dans de nombreux cas, produiront des formules. L'analyse des tâches nous permet de faire une première comparaison entre les tâches du programme d'étude et de l'évaluation SIMCE. Nous constatons en effet que le programme propose différents genres de tâche d'application : de calcul, de démonstration, de construction, des tâches ouvertes et des tâches d'application en contexte. Parmi ces genres de tâches dans l'évaluation SIMCE nous retrouvons essentiellement des tâches de calcul et d'application routinières. Il y a donc une réduction sensible quand on passe des tâches du programme d'étude aux tâches SIMCE, et donc de la vision globale des mathématiques du programme.

Les Organisations Didactiques du Programme d'Étude

Pour l'analyse des organisations didactiques (OD), nous avons repris les caractéristiques trouvées dans les organisations mathématiques étudiées. À partir de celles-ci nous caractérisons quatre moments de l'étude. Compte tenu du bloc pratique et la manière dont il est structuré pour construire le discours technologique, nous avons réuni les deux premiers moments de l'étude - la rencontre avec la tâche et l'exploration de la technique – en un seul moment, « exploratoire ».

Analyse des organisations didactiques

Par notre analyse nous constatons que le programme se concentre sur les trois premières étapes de l'étude. La première, la rencontre avec un thème est orientée par une phase d'exploration, en s'appuyant sur les connaissances antérieures de l'étudiant et sur ses diverses expériences de la vie quotidienne. Dans la deuxième, nous trouvons une phase de travail de la technique, qui a la particularité d'être différente selon le moment de l'étude. Dans la troisième, nous trouvons le moment de construction du bloc théorique qui est motivé par une variété de situations, notamment du genre exploratoire. Le moment de l'institutionnalisation a attiré notre attention car parfois les discours technologiques dans le programme sont peu explicites, ce qui place son développement pour certains thèmes d'étude sous la seule responsabilité de l'enseignant. Dans le moment d'application nous retrouvons une diversité de tâches, ainsi que des propositions de travail collaboratif.

Conclusion

Nous avons d'abord étudié la vision de l'enseignement des mathématiques du programme (cf. § 4.3.1). D'une part, nous avons exploré le discours que le programme développe sur l'enseignement de la discipline, et d'autre part, nous avons constaté comment cette vision se manifeste dans les organisations mathématiques et didactiques. De plus, l'analyse des organisations mathématique et didactique nous a permis de connaître les bases du programme de mathématique pour la 8^{e} année scolaire et de comprendre les façons dont l'étude est organisée. Du point de vue comparatif, l'analyse des organisations mathématiques a démontré que les tâches retrouvées dans l'évaluation SIMCE ne représentent qu'une faible partie de celles du programme (cf. § 4.4.2). De plus le travail des étudiants peut de manière générale s’inscrire dans les paradigmes géométriques GI et GII, même si certain cas présentent un mélange de paradigmes. Du point de vue des organisation didactiques, nous avons constaté que le programme privilègie un processus d’enseignement basé, a priori, sur les trois premiers moments de l’étude, où les travaux du genre exploratoire occupent une grande place. En analysant les deux manuels scolaires nous retrouvons deux approches différentes. Le manuel officiel, *Arrayán*, suit la même approche que le programme, tandis que le manuel privé, *Santillana Futuro*, ne s'inscrit pas dans la même perspective que le programme d'études. Contrairement au manuel officiel, *Santillana Futuro* a deux accents principaux : donner des définitions des notions mathématiques d’une part, et, proposer des exercices d'application d’autre part. En ce qui concerne les organisations didactiques, nous nous interrogeons sur le moment de construction du discours technologique et sur le moment de l'institutionnalisation. Nous trouvons quelques ambiguïtés dans les attentes du programme sur le rôle de l'enseignant lors de ces deux moments. Notamment dans la plupart des tâches, les concepts et les propriétés mathématiques ne sont pas suffisamment explicites et, pour cette raison, nous nous demandons comment les enseignants construisent ces deux moments.

CHAPITRE 5 – PREMIERES ANALYSES ET EXPLOITATION DES QUESTIONNAIRES ET DES ENTRETIENS AVEC LES ENSEIGNANTS.

Introduction

Au cours des deux prochains chapitres nous proposons de montrer l’influence de l’évaluation SIMCE sur le système éducatif chilien, et ce avec une perspective plus micro-didactique, en étudiant ce qui se passe dans des établissements d'enseignement chiliens. Cette nouvelle approche place notre recherche principalement au niveau de « Pédagogie » et de l'« École », les niveaux 6 et 5 de l'échelle de co-détermination didactique. L'évaluation SIMCE est actuellement une évaluation reconnue au sein de la communauté éducative chilienne comme un outil fiable pour mesurer la qualité de l'éducation nationale (García-Huidobro 2002, p. 4). . Cette reconnaissance a naturellement induit sur le terrain la volonté d'obtenir de bons résultats dans les évaluations, c'est notamment vrai pour les établissements. Par la voie d’une étude sur le terrain nous essayons tout d'abord de connaître les actions effectuées par les divers établissements éducatifs afin d'améliorer leurs performances dans l'évaluation SIMCE. Nous nous fixons plus précisément comme objectif de caractériser les adaptations mises en place dans le cadre des évaluations SIMCE par chacun des établissements d'enseignement dans son contexte propre. Nous souhaitons ensuite voir le rôle que jouent les enseignants dans ces actions définies par leurs établissements. Nous voulons enfin connaître la vision des enseignants sur l'évaluation SIMCE, analyser leur contexte de travail avec un premier regard sur les pratiques existantes liées à SIMCE.

La Méthodologie du Travail de Terrain

Pour atteindre les trois objectifs mentionnés ci-dessus, nous avons mené une étude sur le terrain à Santiago, du Chili, pendant presque deux mois entre septembre et octobre 2011, dans des écoles publiques et semi-privées. Nous avons recueilli diverses données : les informations publiées par le ministère de l'éducation sur chaque établissement, y compris les résultats obtenus dans l'évaluation SIMCE ; des questionnaires préparés par nos soins destinés aux enseignants de mathématiques de 8e année (élèves de 13 et 14 ans) ; des entretiens que nous avons menés avec les directeurs pédagogiques des écoles, et avec les enseignants des mêmes établissements ; et des observations de classes ordinaires et d'ateliers de préparation pour l'évaluation SIMCE (toujours dans ces établissements). Nos données ont été recueillies dans un échantillon de douze établissements d'enseignement, repartis entre les deux types d'établissements mentionnés ci-dessus.

Les outils de recueil des données

Les données mentionnées ci-dessus, qui ont servi pour construire notre cadre méthodologique et donc pour atteindre nos objectifs, ont été recueillies avec l'aide de plusieurs outils :

Une fiche des caractéristiques institutionnelles (cf. § 14 Annexe F), qui offre un ensemble d'informations concernant chaque école étudiée, tel que le coût de scolarité annuel moyen par étudiant, l'approche institutionnelle, les ressources pédagogiques et le travail de renforcement proposé aux élèves. Nous avons également considéré les catégories socio-économiques, les résultats atteints dans l'évaluation SIMCE, ainsi que les pourcentages dans les niveaux de réussite de cette évaluation.

Un questionnaire aux enseignants de mathématiques de 8^{e} année de l'école primaire (cf. § 15.1 Annexe G). Le questionnaire a pour objectif de recueillir des informations sur leur formation initiale et continue, leur ancienneté, les ressources qu'ils utilisent, leur statut dans l'établissement et participation aux actions liées à SIMCE, à commencer aussi à cerner leurs pratiques d'enseignement actuelles.

*Des entretien*s dirigés avec les mêmes enseignants pour compléter les résultats dégagés des réponses au questionnaire (cf. § 15.2 Annexe G).

Des enregistrements en vidéo de séances de classe : séances ordinaires et séances correspondant à des d'ateliers de préparation SIMCE, dans un but de comparaison. Dix sept séances de classe ont ainsi été filmées au total.

Les Établissements d'Enseignement et leur Rapport à SIMCE

Nous avons voulu analyser nos données sur les établissements de manière à pouvoir caractériser le contexte de chacun, et à chercher à voir comment ils s'étaient adaptés à la présence de l'évaluation SIMCE.

Dimensions d'analyse et contexte des établissements

Notre analyse du contexte des institutions où travaillent les enseignants, et notamment l'étude de l'existence de liens possibles entre le cadre socio-économique des institutions et les résultats SIMCE qu'elles ont obtenus, ne nous a pas permis de déterminer si le contexte socio-économiques influence directement les résultats des écoles ou non. C'est pour cette raison que nous considérerons que ces caractéristiques font partie d'un contexte externe à l'évaluation SIMCE. Pour développer les dimensions qui caractérisent *le rapport des institutions à SIMCE*, nous avons examiné différents critères liés aux établissements, l'enseignement dans ces institutions et leurs performances dans l'évaluation SIMCE. Nous avons montré que ces critères étaient pertinents et nous les avons organisés pour établir deux dimensions distinctes, caractérisant le rapport des institutions à SIMCE. La première dimension, l'*Historique SIMCE,* résume les résultats obtenus par les institutions dans l'évaluation SIMCE, au cours des trois dernières éditions, en 2004, 2007 et 2009. La deuxième dimension, *Dispositifs SIMCE,* décrit les différents dispositifs mis en œuvre par les établissements pour essayer d'améliorer les résultats SIMCE. Pour cette dernière dimension, au sein des institutions nous avons identifié quatre différents dispositifs, à savoir *l'essai SIMCE*, *l'atelier SIMCE, le renforcement* et *le recrutement de personnel externe à l'institution*.

Le développement de catégories institutionnelles relativement à l'évaluation SIMCE

Pour caractériser chacune des institutions, et voir dans quelle mesure elles se sont adaptées pour faire face à l'évaluation SIMCE, nous les avons décrites et comparées selon nos deux dimensions institutionnelles de rapport à SIMCE. Chacune des dimensions est décrite à l'aide de plusieurs critères distincts, exprimées en termes qualitatifs et / ou quantitatifs, nous avons transformé ces informations en système de données quantitatives normalisées. Ce sont sur la base de ces données quantitatives normalisées que nous avons comparé les établissements. Nous avons alors également identifié les établissements qui manifestent des similitudes entre eux pour ainsi les classer en catégories selon leurs relations à l'évaluation SIMCE.

Description des catégories institutionnelles par rapport à SIMCE

Sur la base de cette analyse (cf. § 5.3.3), nous avons défini trois catégories institutionnelles de rapport à SIMCE. Ces catégories dépendent d'une part du nombre de dispositifs mis en place par les institutions pour préparer les étudiants pour l'évaluation SIMCE, d'autre part des résultats qu'elles ont obtenu à l'évaluation. Les catégories sont : *Catégorie 1. Haute action – Haute performance* ; *Catégorie 2. Haute action – Performance moyenne* et *Catégorie 3. Haute action – Basse performance*. Malgré les différents contextes socio-économiques qui existent, y compris les grandes différences dans le coût de scolarité annuel moyen par étudiant, qui varie de 0 à 380.000 pesos chiliens selon le type d'école, tous les établissements ont mis en place plusieurs dispositifs avec l'intention d'améliorer leurs résultats à SIMCE. L'analyse des catégories institutionnelle du rapport à SIMCE nous permet de répondre en partie à nos questions sur le contexte de travail des enseignants. Nous avons notamment constaté une réduction de l'enseignement de certaines disciplines, par exemple la musique, la religion et l'anglais, qui sont laissés de côté car elles ne seront pas évaluées. Un des dispositifs mis en place, le *recrutement de personnel externe*, concerne la mobilisation de personnel issu de différentes formations, par exemple des psychologues, des ingénieurs, des étudiants en mathématiques, qui fournissent des services supplémentaires au sein de l'institution, liés à l'évaluation SIMCE. Cette observation en particulier nous permet de questionner le rôle des enseignants dans l'institution. Sur la base de ces résultats, nous avons aussi voulu connaître la perception des enseignants à propos de SIMCE et la façon dont ils sont influencés par ces dispositifs.

Les Enseignants : Leur Vision et las Influences de SIMCE

Nous avons essayé de comprendre et d'analyser la vision des enseignants sur l'évaluation SIMCE en lien avec la catégorie institutionnelle de rapport à SIMCE de leur établissement pour étudier si elle influence et le cas échéant la façon dont elle influence leurs contextes de travail.

Les profils des enseignants

En mettant l'accent sur les effets éventuels de l'évaluation SIMCE et en analysant les réponses et les déclarations obtenues auprès de chaque enseignant par les questionnaires et les entretiens (cf. § 16 Annexe H), nous avons développé des profils d'enseignants avec l'objectif de créer un cadre pour mieux connaître chaque professeur et ses pratiques de travail en contexte. Les profils d'enseignants sont construits sur la base de quatre dimensions qui les caractérisent en situation et par rapport à SIMCE. Les dimensions constituant ces profils d'enseignants sont la *formation et l'expérience, le positionnement dans l'institution, la relation avec l'évaluation SIMCE, et la sensibilité didactique.*

La méthode de quantification des profils d'enseignants

Pour quantifier les dimensions des profils des professeurs, nous avons réorganisé les réponses des questionnaires et entretiens selon nos quatre dimensions (cf. § 5.4.1.1). Sur la base des réponses possibles de chaque question, nous avons défini des valeurs allant de 1 à 4. Une valeur de 4 représente un niveau élevé pour une dimension particulière, les valeurs 3 et 2 représente des niveaux *intermédiaire-élevé* et *intermédiaire-faible*, et une valeur 1 représente un niveau *standard*. Dans les cas de réponses où nous ne pouvions pas attribuer des valeurs de 1 à 4, nous avons utilisé une gamme de valeurs appropriées, et nous les avons normalisées sur la base de 4. Pour chaque dimension nous avons attribué un poids équivalent aux questions associées, et nous avons pris la moyenne de ces valeurs pour obtenir une valeur pour la dimension.

Conclusion

Dans l'analyse des établissements, le développement de la dimension du *rapport institutionnel à SIMCE* nous a permis d'analyser et de comparer les institutions et d'identifier trois catégories de rapport institutionnel à SIMCE, fondées sur les similitudes qui existent entre les établissements d'enseignement. À travers ces premières analyses, nous pouvons mettre en évidence qu'indépendamment du contexte socio-économique, tous les établissements étudiés mettent en œuvre au moins trois dispositifs pour essayer d'améliorer les résultats SIMCE. Les plus courants sont *l'essai SIMCE* et *les ateliers SIMCE*. Cependant, malgré ces efforts nous avons constaté que les niveaux de performance atteints ne sont pas les mêmes. En nous appuyant sur l'analyse des profils de professeurs nous avons observé une réduction des contenus mathématiques enseignés, ce que l'on attribue à l'importance mise sur la préparation de SIMCE. Nous remarquons aussi qu'une partie importante du temps de classe est utilisé pour préparer les étudiants à l'évaluation SIMCE. Ce dernier effet est parfois subtil, mais nous pensons que cela a une conséquence négative sur l'apprentissage des élèves. La plupart des enseignants sont conscients que l'évaluation SIMCE interfère avec leurs pratiques normales d'enseignement. Ils ressentent la réduction du temps d'enseignement, et la pression pour réussir dans l'évaluation SIMCE. Cependant, nous avons constaté que selon la catégorie institutionnelle de l'enseignant, il y a des variations dans les façons dont ils gèrent cette préparation pour l'évaluation SIMCE. Les professeurs qui reçoivent plus de soutien et d'organisation dans leur travail sont ceux qui adoptent les dispositifs avec plus de motivation et qui considèrent que les résultats SIMCE sont un bon indicateur de leur travail en tant que professeur. Ces professeurs font tous partie des institutions de Catégorie 1. Haute action – Haute performance. Puisque nous voulons approfondir l'étude de l'influence de l'évaluation SIMCE sur les pratiques de l'enseignement au Chili, et ainsi confirmer les déclarations des enseignants lors des questionnaires et des entretiens, nous allons terminer avec une étude des séances de classe ordinaire et des séances de préparation SIMCE.

CHAPITRE 6 - ANALYSES D'OBSERVATIONS DE SEANCE DE CLASSE

Introduction

En analysant les entretiens et les questionnaires du chapitre précédent, nous avons identifié les actions des établissements d'enseignement, la vision qu'ont leurs enseignants sur SIMCE et les pratiques existantes liées à SIMCE. Pour compléter ces résultats, provenant en grande partie des déclarations des enseignants interrogés, nous avons également fait plusieurs observations de séance de classe avec l'objectif de voir comment les dispositifs SIMCE sont effectivement mis en œuvre dans la salle de classe et dans quelle mesure les pratiques d'enseignement ordinaire sont influencées par l'évaluation SIMCE.

Méthodologie d'Analyse

Pour atteindre ces objectifs, dans cette phase de notre étude, nous avons réalisé des observations de séance de classe pendant les mois de septembre et octobre 2011, dans neuf des établissements présentés dans le chapitre 5. Nous avons ainsi enregistré 17 séances en classe de mathématiques – des séances ordinaires et des séances ateliers SIMCE - de différents professeurs dans différents communes de la région métropolitaine de Santiago du Chili. Nous disposons donc d'une variété d'observations de classes, mais ne couvrons pas tous les contextes. Elles nous fournissons des éléments intéressants et complémentaires à l'analyse des questionnaires, pour apporter des réponses à nos questions de recherche. Nous avons fait les observations sur des classes de 8ème année de scolarité de base, en mathématiques.

Recueil de données

Nous avons pu observer neuf enseignants, chacun d'un établissement différent. Nos données brutes y compris l'enregistrement vidéo et la prise de notes des séances observées, les résultats des entretiens et des questionnaires auxquels ont répondu chaque enseignant, ont été également utilisés. Au début, toutes les vidéos de séance de classe ont été décrites par des narrations (cf. § 17 Annexe I). Ensuite, nous nous sommes concentrés sur la transcription de 9 séances de classe choisis pour leur lien direct à notre thème de recherche. À partir des narrations et des transcriptions des séances de classe, nous avons pu mettre en œuvre une méthodologie d'analyse des données, organisée par deux dimensions: les moments de l'étude et la gestion didactique de l'enseignant. Les séances de classes que nous avons sélectionnées pour notre analyse comprennent quatre ateliers SIMCE. Puisque nous voulons connaître les effets de l'évaluation SIMCE, dont examiner ce dispositif (cf. § 5.3.1.3), elles sont primordiales dans notre recherche. En outre, nous avons sélectionné deux séances de classe ordinaire correspondant à la géométrie, qui ont été faites par les mêmes enseignants que ceux des atelier SIMCE pour essayer d'identifier similitudes et différences entre ces deux types de séance. Enfin, nous avons également sélectionné deux séances de classe ordinaires qui correspondent au moment de l'étude d'application, car ce moment était le plus proche des ateliers SIMCE.

Analyse des données : construction de fiche de séance de classe

Les narrations des séances de classe permettent d'identifier des régularités entre les classes. Pour mettre en évidence ces caractéristiques, nous avons construit un modèle de fiche d'observations de séance de classe. Ce modèle nous permet aussi de distinguer le travail de la classe de chaque enseignant. Chaque fiche inclut une description du contexte de l'établissement dans lequel les observations ont été faites. Cela nous permet de prendre en compte le contexte et les co-déterminations didactiques qui pèsent sur l'enseignant. Nous considérons également les caractéristiques professionnelles et l'expérience de l'enseignant. De même, nous considérons le contexte de chaque séance de classe analysée. Cela inclut le contenu mathématique et les types de tâches étudiés au cours de la séance; le type de séance de classe «ordinaire» ou «atelier SIMCE » ; le moment de l'étude en déroulement et les ressources pédagogique utilisées par l'enseignant et les élèves. Enfin, nous analysons la gestion didactique de l'enseignant en termes d'interactions entre l'enseignant et les élèves. Les distinctions à ce niveau sont fondées sur la nature des interactions, sous forme d'interaction individuelle et collectives, et leur degré d'interactivité.

Observation de Séance d'ateliers SIMCE

Parmi les quatre observations de séances du dispositif Atelier SIMCE, nous avons observé seulement le travail pendant trois séances de ces dispositifs, car la dernière séance a été utilisée par l'enseignant pour réaliser le dispositif Essai SIMCE. Dans le cadre de ces séances de classe d'atelier SIMCE, les tâches qui sont proposées correspondent à différents domaines et secteurs des mathématiques, dans les fiches de travail des élèves et c'est aussi le cas dans la séance du dispositif essai SIMCE. Les tâches proposées sont pour la plupart avec réponse à choix multiples, sauf dans l'un des ateliers où le travail est fait avec un manuel d'exercices qui propose des tâches avec réponse ouverte. Le choix d'une technique particulière pour résoudre une tâche est un travail que les étudiants doivent effectuer de manière indépendante. Du point de vue de la gestion didactique de l'enseignant est privilégiée le travail de nature collective interactif alternant avec des formes de travail individuel très courtes.

Observation de Séance de Classe Ordinaires

Dans les observations, nous avons identifié des types de séance de classes plus proches de moments de première rencontre avec un thème, de construction du discours technologique et d'application. Dans les séances classes observées correspondant plus particulièrement au moment d'application, certains types de tâches sont favorisés et l'accent est mis sur le travail de la technique, souvent d'une seule technique. Nous observons que les types de tâche choisis par les enseignants ne reflètent pas la diversité des taches proposées par les documents d'accompagnement du programme pour ce moment (cf. § 4.4.1.2-Figure 4.12). Il s'agit essentiellement de tâches de calcul direct et de problèmes routiniers simples. Du point de vue de la gestion didactique de l'enseignant, les formes d'interaction collectives sont plus présentes dans les sessions de classe correspondant au moment d'application, un peu moins présentes au moment de la construction du discours technologique et presque absentes des séances de classe du moment de première rencontre avec un thème. Des trois moments étudiés, dans le moment d'application ces interactions sont utilisées par les enseignants pour donner sens à la tâche à partir d'un travail d'exploration de situation et la proposition de questions. L'accent est également mis sur les possibles erreurs des élèves, en notant les raisonnements erronés qui peuvent être effectués lors de la lecture d'un énoncé. Les interactions visent aussi à compléter et enrichir les connaissances mises en jeu dans la résolution de la tâche, en s'appuyant sur d'autres discours technologiques. Les formes individuelles de travail observées dans ce moment sont courtes, contrairement à ce qui se passe dans les séances de la classe de première rencontre avec un thème où ces phases individuelles sont longues mais correspondent souvent à un simple travail de recopie.

Analyse Comparative de Séance de Classe Ordinaire et Séance d'Atelier SIMCE

Nous observons deux enseignants dans le déroulement d'une séance de classe ordinaire et autre d'atelier SIMCE. Au cours des séances ordinaires et atelier SIMCE d'un des enseignant nous n'avons pas trouvé beaucoup de différences dans la gestion didactique des deux types de séances. Pour l'autre enseignant, les observations montrent plus de différences entre séance de classe ordinaire et dispositif SIMCE.

Conclusion

Les observations de séance de classe permettent de décrire les classes ordinaires et les ateliers SIMCE, et de savoir comment les organisations mathématiques et didactiques sont mises en œuvre. Par l'analyse des ateliers SIMCE nous identifions les types de tâches utilisés dans ces séances de classe. Dans ces séances nous avons également observé d'avantages dans le choix des techniques. D'un parte, les tâches représentent différentes domaines et thèmes, permettant aux élève de réaliser un travail qui demande la choix et l'applications adéquat d'un discours technologique. D'autre parte, l'utilisation de différents types de techniques sont privilégiés pour la résolution d'une tâche. Dans ces séances, la mise en œuvre de la gestion de l'enseignant se fait par la voie d'interactions de travail de nature essentiellement collectives, en tenant un fort accent sur la participation des élèves, dans la correction et validation du résultat d'un tâche. Dans ce contexte participative les erreurs sont travaillées de forme constructive, c'est-à-dire, dans certain cas l'enseignant anticipe de raisonnements erronés ou établis une discussion autour d'un faux résultat. Dans les séances de classes ordinaires nous avons observé la réalisation de différents moments de l'étude. Cependant, nous avons observé que pour les deux enseignants qui ont effectué des séances de classe à la fois ordinaire et atelier SIMCE, nous ne pouvions pas tirer des conclusions sur l'impact direct de l'évaluation SIMCE sur les pratiques de séance de classe ordinaire. Il était difficile d'identifier les effets directs de d'évaluation SIMCE sur les pratiques des enseignants. Cependant, dans les pratiques d'enseignement nous trouvons des organisations mathématiques et didactiques qui ne reflètent pas la diversité proposée dans le programme d'études. Cette distance entre organisations peut être un reflet de la contraction du programme d'étude dans les pratiques des enseignants résultant de la pression exercée par l'évaluation SIMCE.

CHAPITRE 7 - CONCLUSION ET PERSPECTIVES

Dans notre recherche, nous nous sommes intéressées à étudier les effets d'un système d'évaluation standardisé sur l'enseignement des mathématiques, considérant comme cas particulier, une évaluation nationale mise en place au Chili, l'évaluation SIMCE. Pour étudier l'influence de l'évaluation SIMCE sur le système, nous nous sommes posé cinq questions qui ont guidé notre étude et que nous développons ci-après avec nos résultats. Nous avons organisé notre recherche en plusieurs phases méthodologiques : une étude comparative de différentes évaluations à grande échelle – PISA, TIMSS et SERCE – dans lesquelles le système éducatif chilien est impliqué ; une analyse du programme d'étude chilien sur le thème de la géométrie et de deux manuels scolaires – un officiel et un autre privé ; l'étude de douze établissements d'enseignement différents au moyen de questionnaires et d'entretiens avec des enseignants de mathématiques de la 8$^{\text{ème}}$ année scolaire, plus l'observation de séances de classes ordinaires et de préparation SIMCE dans certains établissements. Sur le plan théorique, nous nous sommes située dans le cadre de la « Théorie Anthropologique du Didactique » (Chevallard, 1991, 1999, 2002). Cette approche théorique, par le rôle primordial qu'elle donne aux institutions, nous a semblé tout particulièrement adaptée. Pour répondre aux besoins de notre étude particulière, centrée sur la géométrie, nous avons utilisé également la notion de paradigme géométrique telle que développée par Houdement et Kuzniak (2006), et nous nous sommes appuyées sur les acquis des recherches menées sur l'apprentissage des notions d'aire et de volume.

L'évaluation de SIMCE par Rapport aux Autres Evaluations Standardisées

Le cadre théorique de l'approche anthropologique dans lequel s'est située cette recherche nous à conduite à considérer l'évaluation SIMCE non comme un objet isolé mais comme un objet situé dans un système d'évaluations standardisées, dont elle partage a priori des caractéristiques, et subit les influences. *C'est pourquoi, dans un premier moment de la recherche, nous avons réalisé une étude visant à comprendre comment l'évaluation SIMCE se situait par rapport à ces objets et en quoi ils l'influençaient.* Pour répondre à cette question, nous avons caractérisé les quatre évaluations – PISA, TIMSS, SERCE et SIMCE, auxquelles le Chili participe, considérant le contexte particulier à chacune d'elle ainsi que sa structure. A partir de ces caractéristiques, nous avons comparé les évaluations entre elles. Ceci nous permet alors de préciser comment se situe l'évaluation SIMCE par rapport à elles. Pour contextualiser ces différentes évaluations, un premier aspect qui nous intéresse est la vision mathématique que porte chacune d'elle. Dans toutes les évaluations, nous remarquons l'accent mis sur les applications des mathématiques, selon les objectifs définis par chacune. Par exemple, l'évaluation PISA propose principalement des tâches avec un fort accent voulu sur le monde réel, et les élèves doivent représenter ces situations par des modèles mathématiques. Dans le cas des évaluations TIMSS, LLECE et SIMCE, l'accent est mis selon les concepteurs sur l'usage de « situations problèmes » qui permettent de montrer aux élèves l'utilité des mathématiques pour résoudre différentes questions de la vie quotidienne. Cependant, au vu des tâches, ceci n'est pas aussi systématique que dans l'évaluation PISA.

Dans les quatre évaluations standardisées, nous constatons des similitudes dans les définitions des cadres généraux. Ces cadres sont principalement structurés par trois catégories: *les domaines, les processus cognitifs et les niveaux de réussite*. Notre analyse montre que la segmentation des domaines est relativement similaire d'une évaluation à l'autre. Par exemple, nous retrouvons les domaines *Nombre et Quantité* et *Géométrie* (*Espace et formes* selon PISA) dans les quatre évaluations. Il y a aussi des similitudes dans la description des *processus cognitifs* qui se fait en termes de capacités et de compétences mathématiques, telles que *connaissance, interprétation et représentation, application, raisonnement et argumentation.* Finalement, toutes les évaluations identifient des *niveaux de réussite*. Cependant, le nombre de ces niveaux varie en fonction de l'évaluation, passant de trois niveaux pour SIMCE à six pour PISA. Malgré cette différence, nous retrouvons la présence de trois niveaux de réussite fondamentaux dans toutes les évaluations: initial, intermédiaire et avancé. En dépit de ces similitudes, d'une structure à l'autre existent des différences visibles, telles que l'inclusion ou non de certains contenus dans les domaine ou la définition des compétences dans les processus cognitifs. Par exemple l'évaluation SERCE met l'accent sur la « résolution de problèmes » et PISA définit des compétences à partir de sa vision mathématique du « monde réel ». La comparaison de la structure de l'évaluation SIMCE avec celle des trois autres montre que c'est celle qui explicite le moins son cadre théorique, et qu'il n'existe d'ailleurs pas de document officiel pour la décrire précisément. En raison de cette faible explicitation de l'évaluation, nous constatons, par exemple, un mélange de descriptions en capacités non-hiérarchisées spécifiques à certains domaines, et en capacités communes à plusieurs domaines, comme c'est le cas dans l'utilisation des capacités *application et raisonnement*. Ceci rend plus difficile la compréhension des processus cognitifs associés.

Au niveau des catégories structurelles, dans certains domaines il y a des thématiques qui ne sont pas incluses dans SIMCE mais le sont dans l'évaluation TIMSS qui évalue les élèves au même niveau d'enseignement. Ceci concerne des contenus tels que *la congruence des figures géométriques, les mouvements dans le plan, fonctions et proportionnalités,* ainsi que les contenus relatifs aux *échantillons et probabilités théoriques d'occurrence d'événements*. Il faut cependant signaler que, durant notre travail de recherche, il y a eu des changements curriculaires (2009-2010) intégrant ces thématiques au sein du programme de la 8ème année d'étude de base. On peut voir dans ces changements, au moins en partie, une influence de l'évaluation TIMSS.

En ce qui concerne les niveaux de réussite, des trois niveaux existants, le niveau initial n'est pas explicitement défini dans SIMCE. Ce point nous semble très regrettable sachant qu'en 2011, à l'échelle nationale, 64% des élèves ont atteint seulement ce niveau initial. Il nous semble important que les enseignants sachent quels sont les apprentissages nécessaires pour atteindre ce niveau, ce qui nous conduit à la question de savoir comment on peut utiliser l'évaluation SIMCE comme outil d'enseignement et/ou de formation.

Ces évaluations influencent le système éducatif chilien depuis les plus hauts niveaux de la hiérarchie de co-détermination. Nous montrons, par exemple, dans la thèse l'influence des évaluations TIMSS et PISA sur ce système (cf. § 3.9). D'une part, l'évaluation TIMSS a influencé les ajustements curriculaires effectués durant les années 2009-2010 sur les contenus mathématiques de la $8^{ème}$ année d'études de base. D'autre part, les changements curriculaires actuellement prévus semblent être influencés par le cadre théorique de l'évaluation PISA, notamment ses descriptions en termes de capacités et de compétences mathématiques. Soulignons que l'étude que nous avons menée des évaluations internationales à partir de quelques textes de synthèse montre que ce type d'influence n'est pas propre au Chili mais est observé dans d'autres pays. (cf. § 2.4.2)

L'Evaluation SIMCE comme Outil d'Enseignement

La question de savoir si et comment on peut utiliser l'évaluation SIMCE pour aider les enseignants est soulevée par l'OCDE (OCDE, 2004, p. 95), qui constate que ce n'est pas le cas à l'époque. Ceci nécessiterait sans doute d'élaborer un document officiel sur cet instrument qui explique ses objectifs, son cadre théorique, les types de tâches qui y sont proposés et leur relation avec le programme d'études, ce qui n'existe pas même actuellement. Nous pensons que l'existence d'un tel document pourrait permettre aux directions des établissements scolaires et aux enseignants de mieux comprendre comment l'évaluation SIMCE essaie de réaliser son objectif de mesurer les apprentissages curriculaires, son potentiel et ses limites pour cela.

Pour approfondir cette question, et prenant en compte le fait que l'évaluation de SIMCE est conçue à partir du curriculum national et vise à mesurer les apprentissages associés à ce curriculum, nous avons décidé d'étudier le programme d'étude de la $8^{ème}$ année d'éducation de base, en nous centrant sur un domaine particulier, celui de la géométrie, dont l'apprentissage est reconnu comme posant problème au Chili.

La Représentativité du Programme d'Etudes dans l'Evaluation SIMCE

Sachant que l'évaluation SIMCE est soumise à l’influence des autres évaluations standardisées, en particulier au niveau de sa structure, de ses contenus et des niveaux de réussites généraux qui y sont utilisés, nous nous sommes demandé jusqu'a quel point cette évaluation était représentative des valeurs, du contenu et de l'esprit du curriculum chilien.

Pour répondre à cette question, nous avons analysé le programme d’étude, au niveau de la 8ème année scolaire, en cherchant d’abord à identifier la vision de l'enseignement des mathématiques qui le sous-tendait. De notre analyse, nous concluons que la vision mathématique officielle décrite dans le programme renvoie à l'idée du citoyen capable d'utiliser les mathématiques dans la vie quotidienne. Il y a également un accent mis sur le développement de capacités permettant la résolution de problèmes. Dans le domaine de la géométrie et des grandeurs que nous avons analysé particulièrement dans notre travail, la réalisation de cette vision est conçue à travers des tâches qui convoquent diverses situations de la vie quotidienne, telles que déplacement dans les rues, construction de nappes et de sous-verres, dessin d’un terrain de football ou bien optimisation d’un terrain. De ce point de vue, l’évaluation SIMCE ne reflète que très partiellement la vision mathématique du programme. Les résultats de l'analyse des tâches de l'évaluation SIMCE dont nous disposons montrent en effet que celles-ci sont principalement situées dans un contexte interne aux mathématiques et demandent l'application directe de concepts et propriétés mathématiques. De plus, ce sont plus des tâches routinières que des tâches de résolution de problèmes.

Contrairement aux tâches de types SIMCE, en analysant les organisations ponctuelles du programme nous avons trouvé une grande variété de tâches. Au sein des deux unités étudiées, nous avons en effet identifié plusieurs genres de tâches: des tâches de reconnaissance, des tâches de construction avec des outils géométriques, des tâches d'application et de calcul, des tâches de démonstration et de construction de formules, et la présence fréquente de tâches contextualisées. Examinant SIMCE selon ces catégories, nous avons seulement trouvé des tâches d'application et de calcul, ainsi que certaines tâches contextualisées mais routinières. Bien sûr, toutes les tâches SIMCE ne sont pas publiques ; néanmoins ceci tend à confirmer que l'évaluation SIMCE ne représente que partiellement le programme national d’étude.

Etant donné que la conception du programme d'étude est destinée à guider les enseignants dans l'organisation et l'orientation de leur enseignement, nous avons aussi analysé comment y est construit le discours technologique et comment sont caractérisés les moments de l'étude du programme. Ceci nous a permis de constater que, dans ce programme, on rentre dans un thème avec des tâches exploratoires et des techniques locales, souvent perceptives, convoquées par la situation. Ensuite les résultats conjecturés ou obtenus sont corroborés en utilisant la mesure, puis généralisés et des formules éventuellement associées. Des propriétés et des concepts mathématiques doivent émerger au cours de ce processus de validation qui seront institutionnalisés et systématiquement utilisés ensuite pour résoudre des exercices. Le moment de la construction du discours technologique repose sur une série de questions qui vise à ce que les élèves puissent eux-mêmes établir des conjectures. Mais notre attention a été attirée par l'absence d'indications dans le programme d'étude sur la gestion par l'enseignant de ce moment délicat. Le programme ne précise pas en effet ce qui est attendu des élèves, ni comment le professeur peut, doit gérer leurs réponses. Pour les phases d'institutionnalisation également, le degré de précision est variable. Dans certains cas, le programme précise ce que l'enseignant doit institutionnaliser, alors que dans d'autres cas la responsabilité de la construction de ce discours est laissée entièrement à l'enseignant.

Dans le programme d'étude, les tâches exploratoires conduisent les étudiants à travailler sur des objets matériels ou des dessins, et à valider les résultats en s'appuyant sur la mesure. Ce type de travail est clairement situé dans le paradigme GI. Au fur et à mesure que les connaissances des propriétés et des concepts sont formulées, des tâches d'applications sont présentées qui doivent être gérées en s'appuyant sur ces connaissances, dans une forme de travail qui relève davantage du paradigme GII, même si il n'y a pas eu formulation d'axiomes. Il existe aussi des situations où les élèves doivent résoudre une tâche qui peut être interprétée aussi bien dans GII que dans GI, par exemple la tâche sur les relations angulaires (cf. § Figure 4.3). En fait, dans de nombreux cas, il y a une certaine ambiguïté et il n'est pas facile de déterminer exactement dans quel type de paradigme est supposé se situer le travail géométrique. Dans les deux manuels, ainsi que dans l'évaluation SIMCE, nous retrouvons la même situation.

Avec la meilleure compréhension du programme d'étude chilien et de l'évaluation SIMCE, en particulier de ses valeurs et de son contenu, que cette partie de notre recherche nous a donnée, nous avons ensuite étudié la relation à SIMCE des enseignants et des établissements qui préparent les étudiants à cette évaluation.

Le Rapport des Enseignants à l'Evaluation SIMCE

Dans le système éducatif chilien comme dans tout système éducatif, les enseignants jouent un rôle clé dans ce que les élèves peuvent ou non apprendre, et l'on peut faire l'hypothèse que leurs décisions et pratiques sont influencés par l'évaluation SIMCE, notamment lorsqu'ils enseignent aux niveaux où est passée cette évaluation et y préparent leurs élèves. C'est pourquoi, il nous a paru important de comprendre *« comment les enseignants chiliens se situent par rapport à cette évaluation et comment elle influence leur vision de l'enseignement et leurs pratiques».*

Pour réponse à cette question, nous avons d'abord contacté un panel d'institutions de contextes socio-économiques et statuts variés, des enseignants et responsables de ces institutions, et déterminé les types d'action utilisés dans la préparation des étudiants à l'évaluation SIMCE et le niveau de performance atteint dans celle-ci. Ceci nous a amené à distinguer trois catégories institutionnelles : Cat. 1 « Haute action - Haute performance », Cat. 2 « Haute action – Moyenne performance », Cat. 3 « Haute action - Basse performance ». Ces catégories nous aident à identifier les différences de situation entre les douze professeurs que nous avons considérés dans l'étude. Les résultats des entretiens et des questionnaires menés avec les enseignants montrent qu'ils on une vision plutôt positive de l'évaluation SIMCE, surtout ceux situés dans les deux premières catégories ayant atteint des niveaux de performance moyens et hauts.

Les trois professeurs de la première catégorie institutionnelle affirment que les résultats de l'évaluation fournissent des informations utiles pour leur travail d'enseignement, et qu'ils peuvent identifier les connaissances acquises par leurs élèves. Ils ressentent une pression forte pour obtenir de bons résultats à l'évaluation SIMCE, mais grâce à la collaboration existant dans leurs institutions, cette pression est moins stressante que pour les enseignants que leurs institutions soutiennent moins, mais qui exigent aussi de bons résultats.

Les quatre enseignants de la deuxième catégorie institutionnelle ont également une vision positive de l'évaluation SIMCE, et ils pensent qu'à travers d'elle, ils peuvent connaître les apprentissages de leurs élèves. Ils ressentent eux aussi la pression pour obtenir de bons résultats, mais ils ont une position plus critique que ceux de la première catégorie. Par exemple, lors de l'entretien un des enseignants nous a souligné que *« SIMCE fait que l'enseignement devient mécanique afin que les élèves obtiennent les bonnes réponses aux questions ».* Dans cette catégorie, on voit aussi l'émergence d'un discours sur l'évaluation SIMCE comme instrument discriminateur, mais cette critique s'avère beaucoup plus forte dans la troisième catégorie.

Dans la troisième catégorie, la vision des cinq enseignants concernés sur l'évaluation est mitigée. Certains soulignent l'utilité de connaître les résultats, mais ils considèrent que dans les écoles de zones socio-économiques défavorisées (de groupe socio-économique de niveau moyen à bas), les étudiants ne devraient pas être mesurés avec le même instrument. Dans cette catégorie, les enseignants manifestent un grand niveau de sensibilité à la discrimination et la marginalisation que provoquent les faibles résultats de l'évaluation SIMCE, même s'ils indiquent que les résultats les aident à voir dans une certaine mesure les apprentissages de leurs élèves.

Après avoir donné une idée de la vision des différents enseignants de l'évaluation, examinons comment l'accent mit sur l'obtention de bons résultats de la part des institutions affecte les pratiques de ces enseignants.

Les Dispositifs SIMCE mis en place dans les Etablissements Scolaires et leurs Effets

Notre étude montre clairement que les institutions cherchent à obtenir de bons résultats à l'évaluation SIMCE. C'est dans cet esprit que nous nous demandons *« quels sont les dispositifs éventuellement mis en place pour y préparer les élèves et* *améliorer les résultats »* et si l'on observe *« en particulier une réduction des enseignements autour des contenus évalués et des types de tâches proposés dans l'évaluation ».*

À travers les douze institutions considérées, nous avons identifié quatre types de dispositifs: l'Atelier SIMCE, l'Essai SIMCE, le Renforcement de mathématiques et l'Engagement de personnel externe à l'établissement. L'atelier SIMCE correspond à une session de classe spécifique où les élèves résolvent des exercices similaires à ceux qui seront utilisés lors de l'évaluation SIMCE, avec une fréquence et durée de session variable selon l'institution. L'essai SIMCE est une évaluation avec des exercices similaires à ceux de l'évaluation officielle. Ce sont des évaluations à base de questions de choix multiple qui évaluent des contenus acquis au cours des quatre années d'études (II cycle de base). Le renforcement de mathématiques est une aide supplémentaire destinée aux élèves ayant des obtenus de mauvaises notes dans les évaluations scolaires, ou dans certains cas aux étudiants qui se trouvent au niveau de réussite intermédiaire. Il est généralement appliqué dans l'année scolaire où les étudiants seront évalués, et dans certains cas également l'année précédant l'évaluation. L'engagement de personnel externe à l'établissement doit son existence à une subvention de la part du gouvernement fournissant des fonds aux établissements d'enseignement ayant un faible niveau socio-économique (loi SEP, 2010), et qui soutient les investissements matériels comme de personnel spécialisé visant à améliorer les résultats SIMCE de l'établissement. Nous avons constaté que dans ce cadre de ce dispositif, il existe des organisations et des professionnels de différentes spécialités liées à l'éducation qui offrent des conseils aux écoles.

Chaque dispositif est mis en œuvre différemment au sein des institutions. La mise en œuvre de certains dispositifs est peu différenciée entre les institutions. C'est le cas de *l'essai SIMCE* qui varie principalement par sa fréquence durant l'année scolaire. Certains établissements l'appliquent une fois par mois, tout au long de l'année, tandis que d'autres l'appliquent moins souvent et de façon irrégulière. Dans l'ensemble, ce dispositif influence l'organisation des pratiques, puisque les unités thématiques sont adaptées selon les résultats. Le dispositif *atelier SIMCE* est effectué par l'enseignant de la discipline dans presque tous les établissements, sauf dans le cas où il y a un professionnel externe qui travaille de façon conjoint avec l'enseignant. Cet atelier est organisé systématiquement une fois par semaine, tout au long de l'année scolaire. Nous avons observé le dispositif *renforcement de mathématique* dans six des douze établissements, où il est parfois effectué par du personnel externe à l'établissement, parfois durant des heures supplémentaires aux heures des classes ordinaires. Nous n'avons pas constaté alors de coordination entre le personnel externe faisant le renforcement et l'enseignant de la discipline de mathématique.

Après l'essai SIMCE, le dispositif le plus utilisé est *l'engagement de personnel externe*, avec neuf institutions qui l'appliquent. La mise en œuvre de ce dispositif est variée. Certains établissements engagent un professionnel pour faire le renforcement de mathématiques et pour s'approvisionner en essais SIMCE. Dans deux institutions, nous avant constaté qu'on rajoute des assistants dans la salle de classe. Dans le cadre du même dispositif, nous avons noté également deux organismes qui offrent des formations pour les enseignants. Dans le premier cas, ce dispositif a la particularité de viser directement l'enseignant pour améliorer son travail, sans intervention dans la classe. D'une part, le formateur fournit des planifications de cours détaillées et des fiches de travail pour les étudiants. Le matériel fourni est développé à partir du programme d'études officiel et avec une approche didactique (un modèle holistique combinant la TAD et la théorie des situations didactiques). D'autre part, les enseignants reçoivent des formations sur les domaines mathématiques qu'ils doivent enseigner et la façon de les construire avec leurs élèves. Dans le deuxième cas le dispositif est également destiné aux enseignants. Une quarantaine de professeurs reçoivent une formation collective, dirigée par trois instructeurs. De plus, les instructeurs visitent l'institution une fois par mois, pour accompagner les enseignants dans les classes et répondre à leurs questions éventuelles.

Dans notre recherche, nous nous intéressons également à la formation et du perfectionnement professionnel. Plus précisément, nous nous demandons si *« l'évaluation SIMCE est par ailleurs utilisée comme outil de formation et de développement professionnel des enseignants ».* Nous avons pu identifier certains organismes qui orientent leur travail vers le développement professionnel des enseignants. Le premier organisme décrit plus haut, par exemple, assiste un établissement (une institution de la catégorie 1) cependant que le deuxième organisme travaille avec un grand groupe d'établissements (nos institutions de catégorie 3) situés dans la même municipalité. Lors des entretiens, les enseignants expriment de la reconnaissance pour la formation qu'ils reçoivent, considèrent qu'elle leur fournit des connaissances mathématiques importantes pour leur travail en classe. Du point de vue didactique, selon les déclarations des enseignants, le premier organisme apporterait plus d'outils didactiques aux enseignants que le second.

Nous avons décrit les dispositifs qui existent dans les établissements d'enseignement et la façon dont ils sont mis en œuvre. Nous soulignons dans le paragraphe suivant quelques effets observés de ces dispositifs.

La Contraction de l'Enseignement du fait de l'Evaluation SIMCE

L'utilisation des dispositifs identifiés dans notre étude influence les pratiques d'enseignement, et dans certains cas conduit à une contraction de certaines disciplines qui n'ont pas été évalués jusqu'en 2012. Certaines disciplines comme l'anglais, la religion, la musique, l'éducation physique et les arts, sont laissés de côté un mois avant l'évaluation SIMCE. En général, les heures correspondantes sont utilisées pour faire des essais SIMCE et/ou mettre en œuvre des guides d'exercices et du renforcement. Nous observons également une contraction dans le programme de mathématiques même. D'une part, le travail des unités thématiques est suspendu un ou deux mois avant l'évaluation, en août et septembre, puis repris après l'évaluation. Comme les unités thématiques sont organisées pour remplir l'année scolaire, cette réduction du temps d'enseignement fait que tous les contenus ne sont pas traités avec les élèves. D'autre part, les enseignants déclarent ne pas avoir assez de temps pour couvrir tout le contenu à enseigner. Des enseignants nous on dit que certains contenus sont laissés pour la fin de l'année et traités s'il reste le temps.

Poursuivant dans cette direction, pour voir si il y avait effectivement des réductions autour des contenus et des types de tâches évalués, nous avons observé des séances régulières de classe et de séances de préparation SIMCE. Nous avons observé quatre séances de préparation SIMCE, dont trois ateliers SIMCE. Dans deux de ces sessions, nous avons observé une gestion de l'enseignement hautement interactive entre les enseignants et leurs élèves, la mise en œuvre des différentes stratégies pour résoudre une tâche et un accent mis sur les erreurs des élèves. Nous avons aussi vu un accent mis sur la compréhension des tâches et la capacité de communiquer et argumenter une réponse. Dans les séances ordinaires, nous avons observé cinq professeurs différents. Ces séances de classe s'avèrent très différentes selon le moment de l'étude. Les séances correspondant aux premières rencontres avec un thème s'inscrivent dans un modèle d'éducation classique, où l'on commence avec un moment d'institutionnalisation suivi de la mise en œuvre de la technique. Cette caractéristique est également observée dans la séance de construction du discours technologique. Du point de vue des organisations mathématiques, l'accent est d'abord mis sur la description des techniques, mais on observe des imprécisions dans la définition des propriétés au moment de l'institutionnalisation. Au cours des séances correspondant au moment d'application, on observe en revanche une gestion didactique assez similaire à celle des ateliers SIMCE. Il résulte de ces observations que la qualité de l'activité mathématique des élèves ne semble a priori pas moindre quand il s'agit de séances de préparation à l'évaluation SIMCE contrairement à ce que l'on aurait pu a priori penser.

Lors de ces cinq séances de classe ordinaires, nous avons identifié certains types de tâches proposées par le programme d'études, mais nous avons observé seulement certains des types de situations d'apprentissage que le programme souhaite voir transposer dans les séances de classe. Par exemple, les caractéristiques des moments d'exploration de types de tâche et des moments de construction du discours technologique proposées par le programme ne sont pas observées dans les séances de classe. Ainsi, sans qu'il soit possible de l'attribuer directement à l'influence de l'évaluation SIMCE, on observe bien une contraction de la vision du programme d'enseignement.

Perspectives

Notre recherche sur l'évaluation SIMCE et son effet sur les pratiques est une recherche qui explore diverses pistes qui mériteraient d'être sans aucun doute approfondies. Une des questions qui avait motivé notre recherche était par exemple de savoir si l'évaluation SIMCE était ou pouvait être utilisée comme outil de formation et de développement professionnel des enseignants. Les informations que nous avons recueillies montrent qu'aujourd'hui ce levier de formation n'est pas exploité. Pour avancer dans cette direction, il nous aurait fallu concevoir et expérimenter une ingénierie de formation, ce qui n'a pas été possible dans les contraintes de ce travail de thèse. Cela reste donc une question ouverte mais, vu l'importance accordée dans le système éducatif chilien à cette évaluation, nous pensons que c'est une piste de recherche qui devrait être plus systématiquement travaillée dans le cadre de la formation initiale et/ou continue des enseignants.

Certains des résultats que nous avons obtenus ouvrent aussi de nouvelles pistes de travail. Par exemple, en situant l'évaluation SIMCE par rapport à d'autres évaluations standardisées, nous avons constaté que cette évaluation explicitait moins que d'autres ses cadres théoriques, ses catégories et ses critères, et que les informations fournies aux enseignants et aux établissements étaient insuffisantes pour permettre de construire une exploitation didactique efficace. On constate donc des limites évidentes à surmonter si l'on veut que cette évaluation soit bien comprise des enseignants et que ses rétroactions puissent être utiles à l'enseignement. Les comparaisons effectuées fournissent un exemple de stratégie possible à travers le cas de l'organisme LLECE. Celui-ci, en effet, dans son *Deuxième Rapport Comparatif Régional* (LLECE, 2009), propose des exemples de tâches pour approcher des contenus spécifiques et développer les connaissances et compétences associées, accompagnés d'une analyse didactique. Ce type de travail mené à partir de l'évaluation SERCE pourrait être envisagé dans le cas de SIMCE. Un autre résultat qui devrait être pris en compte est le fait que l'évaluation SIMCE, au vu des items accessibles, ne représente que très partiellement la vision mathématique du programme d'étude. La question de la représentativité du programme d'étude dans l'évaluation SIMCE est une question qui mériterait d'être approfondie, vu l'impact de cette évaluation sur les pratiques, mais un tel approfondissement supposerait l'accès à des données autres que celles auxquelles nous avons eu accès pour cette thèse.

Nous avons identifié des effets directs et indirects de l'évaluation SIMCE sur les pratiques d'enseignement des mathématiques. Parmi les effets directs, ceux qui ont attiré notre attention sont naturellement les dispositifs SIMCE. Dans notre étude nous nous sommes concentrée sur la caractérisation de ces dispositifs, sur la compréhension de leur mise en ouvre et nous avons essayé d'approcher leurs effets sur les pratiques d'enseignement à travers questionnaires, entretiens et quelques observations de classe. Nous avons mis en évidence des effets négatifs de ces dispositifs comme la contraction des disciplines non-évaluées par SIMCE, et la diminution du temps scolaire disponible pour travailler les unités thématiques du curriculum. Les observations faites nous ont montré, en revanche, que ces dispositifs allaient au delà du simple bachotage et pouvaient nourrir un travail mathématique des élèves aussi intéressant sinon plus que celui observé dans les séances de classes ordinaires. Cependant, nous n'avons pas abordé la question de l'efficacité de ces dispositifs. Les résultats de la dernière évaluation de 2011 (communiqués en 2012) montrent en fait une stabilité ou une légère baisse selon l'institution par rapport aux résultats des années 2004, 2007 et 2009 pour les institutions étudiées. Ils posent donc clairement la question de l'efficacité réelle des nombreux dispositifs mis en place, et des limites d'une action didactique organisée autour de la préparation d'une évaluation, même si elle est de qualité. Aller plus loin encore une fois supposerait d'autres moyens méthodologiques que ceux que nous avons utilisés dans la thèse.

Manifestement notre sujet de recherche est vaste et ambitieux. Notre étude a été contrainte par le temps mais aussi par les limites qu'a rencontrées notre étude de terrain, du fait de problèmes locaux. Nous croyons cependant qu'elle montre la pertinence d'une approche didactique de ces questions d'évaluation standardisée, contribue à la connaissance de ce type d'objets et ouvre des perspectives pour développer d'autres études didactiques, à différents niveaux de la hiérarchie des niveaux de co-détermination didactique.

1 INTRODUCCION Y PROBLEMATICA

Durante las dos últimas décadas hemos asistido a la multiplicación de las evaluaciones estandarizadas a gran escala, tanto a nivel nacional como internacional. Estas evaluaciones influyen cada vez más en los sistemas educativos, e influencian, por un lado, los programas de estudio, sus contenidos, su organización, las tareas propuestas en las evaluaciones y, por otro lado, las prácticas de enseñanza. Diversos estudios muestran que estos efectos no son necesariamente positivos (véase, por ejemplo (Schoenfeld, 2007), (Mons 2009)). Ellos muestran particularmente, cómo la presión ejercida sobre los establecimientos escolares y los profesores – para que ellos mejoren sus resultados – produce un resultado adverso en el proceso de enseñanza; resultado que se traduce en una preparación excesiva de los estudiantes a estas evaluaciones ("teaching to the test") afectando especialmente a las poblaciones estudiantiles más vulnerables (A. Gamoran 2012; Jones y Egley, 2004 Belair, 2005, Jones, 2007 ...).

En este contexto, viniendo de un país – Chile – donde existe desde 1988 una evaluación estandarizada – SIMCE – realizada por todos los estudiantes de 2do., 4to. y 8avo. año de enseñanza básica, y de 2do. y 3er. año de la enseñanza secundaria (con un aumento constante no solo de los niveles de enseñanza en los que se aplica sino también de las disciplinas que se evalúan) y que desempeña un papel cada vez más importante en la dirección del sistema educativo, yo deseo en mi trabajo de tesis, estudiar el impacto de esta evaluación en la enseñanza de las matemáticas en Chile.

La evaluación SIMCE, cuyas siglas significan Sistema de Medición de la Calidad de la Educación, se define como un sistema de evaluación de la calidad de la enseñanza. Como lo señala el informe de la OCDE de 2004 sobre la *Revisión de las Políticas Nacionales de Educación Chilena*:

"la prueba SIMCE en 1988, muchos la vieron como una medida de la "efectividad" de las escuelas y continúan viéndola así. El nuevo gobierno, a su vez, usó los resultados del SIMCE a comienzos de los años 90 principalmente para identificar

establecimientos de bajo rendimiento para invertir recursos adicionales en ellas y monitorear el efecto de esas inversiones. Más recientemente, el SIMCE ha sido usado como una medida principal de la calidad y mejoramiento de las escuelas en Chile." (OCDE 2004, p.163)

La evaluación SIMCE ha evolucionado desde su creación y se presenta actualmente de la siguiente manera en el sitio del Ministerio de Educación:

"*Desde 2012, el SIMCE se convirtió en el sistema de clasificación utilizado por la Agencia de Educación de Calidad para evaluar las instituciones de aprendizaje resultados, medir el logro de los contenidos y habilidades del plan de estudios actual en diferentes materias o áreas de aprendizaje, a través de una medida que se aplica a todos los estudiantes del país matriculados en los grados evaluados"* (www.simce.cl).

Estudiar el impacto de SIMCE no es una tarea fácil, porque los efectos de un tal sistema son *a priori* múltiples, a la vez directos e indirectos, como lo señala Bodin (2006) cuando señala que *"Les retombées directes de ces études portent essentiellement sur des modifications des programmes d'enseignement, la formation des enseignants et les instructions qui peuvent leur être données" (p.80).* Sin embargo, existen efectos menos evidentes a identificar, como lo son las prácticas educativas y los aprendizajes de los estudiantes. Además estos efectos no son homogéneos a través de un país y de sus diferentes establecimientos. Esos efectos se inscriben asimismo en una dinámica de múltiples determinantes lo que no es fácil de entender.

En este trabajo de tesis, nos interesamos particularmente a las preguntas siguientes:

- Sabiendo que Chile participa en diversas evaluaciones internacionales a gran escala ¿Cómo se sitúa la evaluación SIMCE en relación a estas evaluaciones y cómo se ve influenciada por ellas?

- Conociendo los límites y las restricciones de las evaluaciones estandarizadas a gran escala ¿En qué medida la evaluación SIMCE es representativa de los valores, del contenido y del espíritu del currículo chileno?

- ¿Cómo se sitúan los profesores chilenos con relación a esta evaluación y cómo esta influye en su visión de la enseñanza y sus prácticas?

- Conociendo la importancia que tienen para las instituciones educativas los resultados de los alumnos a esta evaluación ¿Cuáles son los dispositivos eventualmente puestos en marcha para preparar a los estudiantes y mejorar los resultados? ¿Se observa, en particular, una concentración de la enseñanza entorno a los contenidos evaluados y a los tipos de tareas propuestos en la evaluación?

- ¿La evaluación SIMCE es además utilizada como una herramienta para la formación y el desarrollo profesional de los profesores?

Estas preguntas son múltiples, y sin duda bastante ambiciosas para un trabajo de tesis, aun así ellas han guiado mi trabajo y me parece necesario tenerlas en cuenta de manera transversal dada la complejidad del objeto de estudio. Sin embargo, para hacer la investigación compatible con un trabajo de tesis, escogí limitar mi trabajo a un nivel escolar, el de octavo año de enseñanza, y a un dominio matemático, el de la geometría, particularmente las magnitudes y la medición. Estas decisiones tienen razones bien precisas. El nivel de la enseñanza escogido, corresponde al último año de la educación básica, uno de los niveles que SIMCE evalúa. Este nivel posee una historia substancial, y su elección favorece la comparación con evaluaciones internacionales como PISA y TIMSS. Con respecto a la geometría, se trata de un dominio particularmente problemático para los profesores de la educación obligatoria en Chile. Además de ser un dominio en el cual me interesé en mi memoria de Master (Ruminot, 2009) yo deseo estudiar y comprender el impacto eventual de SIMCE sobre las prácticas en este dominio, y sobre la formación de profesores.

En el plano teórico, nuestra investigación se apoya en la Teoría Antropológica de lo Didáctico (Chevallard 1991, 1999, 2002). Este enfoque teórico, por el rol primordial que da a las instituciones, me parece particularmente apropiado. A través de la jerarquía de niveles de co-determinación didáctica, este enfoque me permite tomar en cuenta la diversidad de condiciones y restricciones en juego, incluido el nivel que Chevallard llama civilización y que hemos reformulado por necesidades propias de esta investigación. A través de las nociones de praxeología y de los momentos del estudio, la TAD proporciona un marco para el estudio de las tareas de evaluación, del currículo, de los manuales escolares y de su puesta en relación. Diversos trabajos de tesis rinden cuenta de investigaciones que han considerado estos elementos. A este marco macro-didáctico he añadido – para responder a las necesidades de mi estudio en particular y específicamente con respecto a la geometría – los paradigmas geométricos desarrollados por Houdement y Kuzniak (2006), el cual ya ha sido utilizado en un estudio comparativo sobre el cual me he apoyado y que trata de una comparación de la enseñanza de la geometría entre Francia y Chile (ECOS 2006).

Tomando como punto de partida los elementos teóricos descritos precedentemente, mi investigación se organiza de acuerdo a varias dimensiones: estudio comparativo de las diferentes evaluaciones a gran escala en las que el sistema educativo chileno participa en matemáticas; análisis de programas de análisis de la geometría; análisis de los documentos oficiales y dos manuales escolares (un manual oficial y otro manual ampliamente utilizado); la selección de un conjunto de establecimientos escolares de características diversas, el desarrollo de cuestionarios destinados a profesores de matemáticas y preparación de las entrevistas con diferentes actores de esos establecimientos, la realización de esos cuestionarios y entrevistas, y finalmente, observaciones de sesiones de enseñanza, a la vez de sesiones ordinarias y de sesiones de preparación a la evaluación SIMCE en un cierto número de estas instituciones.

Tomando en cuenta estos diferentes trabajos y los resultados que se derivan en los siguientes capítulos. Preciso:

El **capítulo 1** en el cual se inscribe esta introducción y la presentación la problemática de la investigación, su contexto y su metodología general.

El **capítulo 2**, describe el marco teórico principal de este estudio, como se mencionó anteriormente, la Teoría Antropológica de lo Didáctico desarrollada por Chevallard (Chevallard, 1999), concentrándome sobre las nociones de la TAD en las que yo me apoyo: jerarquías de los niveles de co-determinación didáctica, organizaciones matemáticas y didácticas, en términos de praxeologías y momentos del estudio. Igualmente presentamos la noción de paradigma geométrico, definida por Houdement y Kuzniak (2006), la cual permite abordar el dominio preciso seleccionado. Completamos este estudio con una síntesis de trabajos sobre didáctica de la geometría concernientes a las magnitudes geométricas y su medida los cuales nos permiten construir un referente didáctico en el dominio concerniente. Concluimos con una síntesis de trabajos de investigación sobre los sistemas de evaluación estandarizada a gran escala. Esta síntesis tiene en cuenta trabajos que abordan el tema de las evaluaciones desde diferentes puntos de vista y a diferentes niveles (internacional, regional y nacional). Todas estas referencias se utilizan para apoyar los análisis de los capítulos siguientes.

El **capítulo 3** está dedicado a un estudio comparativo de la evaluación SIMCE con otras tres evaluaciones estandarizadas a gran escala. Los sistemas educativos están siendo cada vez con más frecuencia sometidos a las presiones de la evaluación y al establecimiento de criterios destinados a evaluar el impacto de las políticas de educación y de la eficacidad de los sistemas educativos. Bajo estas condiciones nos parece necesario estudiar la evaluación SIMCE no como un objeto aislado, sino como un objeto que tiene lugar en un sistema. Esto es consistente con la idea entregada por la jerarquía de los niveles de co-determinación didáctica. Para ello, comparamos SIMCE con las evaluaciones PISA, TIMSS y SERCE, a las cuales los estudiantes chilenos también participan.

Para realizar este estudio, utilizamos la herramienta de análisis propuesta por Artigue y Winslow (2010) basada en los niveles de co-determinación didáctica. Más precisamente, comparamos las cuatro evaluaciones mencionadas relacionando en varios niveles diferentes de co-determinación. En primer lugar comparamos la visión de la enseñanza de las matemáticas a la que adhiere cada evaluación con el fin de entender los motivos principales de estas evaluaciones (niveles 8 - 6 en la escala de co-determinación didáctica). Luego analizamos y comparamos los marcos teóricos de cada evaluación para entender cómo ellos están realmente estructurados, qué dominios están siendo tratados y cómo ellos se caracterizan (niveles 5 - 2 en la escala de co-determinación didáctica). Estos análisis han sido hechos concentrándonos en el dominio de la geometría y la medición. Por último, analizamos y comparamos ejemplos de tareas específicas de cada evaluación para comprender cómo las estructuras anteriores se transponen en las tareas para los estudiantes y cuáles son las nociones geométrica que se destacan (niveles 1 y 2 en la escala de co-determinación didáctica).

El **capítulo 4**, consiste en un análisis del currículo oficial chileno (Decreto 220, 2002). Este análisis se realiza teniendo en cuenta el hecho de que la evaluación SIMCE está concebida a partir del currículo nacional, hecho que se evidencia particularmente en su organización por disciplinas y por niveles. Dadas estas elecciones, nos centramos en el programa de matemáticas de octavo año básico, especialmente en las partes del programa consagradas a la geometría y la medición.

Este estudio, como se mencionó anteriormente, se apoya en el marco teórico de la teoría antropológica de lo didáctico, lo que nos conduce a identificar las organizaciones matemáticas y organizaciones didácticas. El análisis comienza con organizaciones matemáticas puntuales, y es también en este nivel que se realiza el análisis comparativo entre las tareas SIMCE y las de otras evaluaciones estandarizadas, así como aquellas del programa de estudios. A continuación, buscamos determinar cómo estas OMPs se articulan para crear organizaciones matemáticas locales, al menos parciales, y poner en evidencia las características predominantes de estas OML. La concepción del programa como un documento destinado al profesor para organizar y orientar la enseñanza, permite un análisis en términos de organizaciones didácticas e interrogar su visión de los momentos didácticos. Este análisis de las OMPs es finalmente puesto en perspectiva con los conocimientos requeridos por la evaluación SIMCE.

Para completar nuestro estudio consideramos la importancia de los manuales escolares en la construcción de los conocimientos de los estudiantes y el trabajo profesional de los profesores. Ambos manuales son estudiados: el manual oficial – elaborado a petición del Ministerio de Educación Nacional (MINEDUC) y que es proporcionado gratuitamente a las instituciones públicas – y otro manual ampliamente utilizado en las instituciones privadas y semiprivadas. Los análisis efectuados son también puestos en relación con los del programa de estudio junto con los resultados del proyecto ECOS (2006) antes citado.

El **capítulo 5** está dedicado al análisis de los cuestionarios y las entrevistas realizadas a los profesores de matemáticas y al personal pedagógico (Directores y jefes de departamento de matemáticas) de 12 instituciones educativas de diferentes contextos socio-económicos de la región Metropolitana de Santiago de Chile. El objetivo de este capítulo es, inicialmente, entender cómo la evaluación SIMCE impacta las instituciones teniendo en cuenta la posibilidad de efectos diferentes en función de los contexto socio-económicos, y, conocer la visión de los profesores sobre la aplicación de esta evaluación. Tratamos igualmente de identificar los dispositivos y los recursos eventuales que existen para preparar a los estudiantes para la evaluación SIMCE y el papel que juegan los profesores en la puesta en marcha de estos dispositivos. Asimismo completamos la información recogida a través de los cuestionarios y durante las entrevistas, con la información ministerial disponible acerca de cada institución de enseñanza y así entender mejor el contexto particular de cada institución.

El análisis se divide en dos etapas clave. En una primera etapa, se analizan los datos que caracterizan a cada institución siguiendo tres dimensiones: el contexto socio-económico; el histórico de los resultados de la evaluación SIMCE y los dispositivos SIMCE utilizados. Este análisis permite establecer categorías institucionales.

En la segunda etapa, se analizan los cuestionarios y las entrevistas realizadas a los profesores según cuatro dimensiones: la formación y experiencia del profesor; el posicionamiento (rol y nivel de responsabilidad) en la institución; su relación con la evaluación SIMCE y su sensibilidad didáctica. Este análisis permite establecer perfiles de profesores. En general, este análisis permite precisar el impacto de la evaluación SIMCE en las instituciones estudiadas teniendo en cuenta el punto de vista de los profesores.

El **capítulo 6** se dedica al análisis de las sesiones de clase ordinaria y sesiones de preparación de los estudiantes para la evaluación SIMCE. Estos análisis nos permiten contextualizar las declaraciones de los profesores en los cuestionarios y las entrevistas con relación a las realidades de la clase.

El estudio de las prácticas de enseñanza es una tarea compleja. Las acciones de los profesores se ven influenciadas por diversas restricciones y limitaciones que condicionan sus actividades pedagógicas. Poder asimismo determinar las acciones del profesor que son influenciadas o no por SIMCE, requiere crear una metodología para el análisis de las sesiones de clase haciendo intervenir de manera comparativa las categorías de la gestión pedagógica del profesor durante las sesiones a la vez de clase ordinaria y de preparación a la evaluación SIMCE.

Este capítulo se basa en diecisiete sesiones de clase. Las observaciones de clase se hicieron en nueve diferentes instituciones de la región metropolitana de Santiago de Chile. Haciendo en primer lugar, un trabajo de redacción de sesiones de clase que nos permite construir fichas para las sesiones de clase (sesión ordinaria y de preparación SIMCE) a partir de dos dimensiones. Una dimensión que considera las organizaciones matemáticas propuestas por el profesor y otra dimensión orientada hacia las organizaciones didácticas puesta en marcha. El análisis de las sesiones de clase también considera el perfil de los docentes y de las categorías institucionales definidas en el Capítulo V, que permiten caracterizar y comparar sesión de clase ordinaria y de preparación SIMCE, y obtener resultados sobre la influencia de la evaluación SIMCE en la elección de las tareas y su gestión didáctica.

El **capítulo 7** es la conclusión de este trabajo de investigación, donde notablemente se señalan las constataciones y los resultados principales de cada parte nuestro estudio, así como las preguntas abiertas que surgen.

Soy consciente de que este trabajo es de carácter exploratorio y que sin duda es necesario profundizar resultados iniciales obtenidos por la vía de futuros estudios de investigación que se podrán ser desarrollados a partir de los resultados obtenidos.

2 MARCO TEORICO Y REFERENCIAS

2.1 INTRODUCCIÓN

En nuestra investigación queremos estudiar los efectos del sistema de evaluación estandarizado SIMCE (*Sistema Nacional de Medición de la Calidad de la Educación)* sobre la enseñanza de las matemáticas en Chile. En este capítulo presentamos las herramientas teóricas y las referencias principales sobre las cuales nos apoyamos para llevar a cabo este trabajo. Nuestro trabajo lo situamos principalmente en el marco teórico de la *Teoría Antropológica de lo Didáctico* (TAD) desarrollada por Yves Chevallard (Chevallard 1999). Justificamos primero esta elección; luego presentamos brevemente las nociones de esta teoría que utilizamos y el uso que hacemos de estas nociones. En nuestra investigación, damos una importancia particular al dominio matemático de la geometría y de las magnitudes asociadas. Para abarcar mejor este dominio, complementamos el marco teórico de la TAD por la construcción teórica específica a la geometría que constituyen los *Paradigmas de la Geometría* (Kuzniak et Houdement, 2006).

En SIMCE, muchas tareas geométricas involucran áreas y volúmenes, nociones también importantes en el programa de estudio de octavo año básico. Las investigaciones didácticas ya realizadas sobre estas magnitudes geométricas constituyen una referencia importante para nuestra investigación. Presentamos por eso en este capítulo una síntesis de los conocimientos producidos por estas investigaciones que consideramos de particular interés para nuestro trabajo. La última parte del capítulo la dedicamos a los aportes de trabajos dedicados a evaluaciones estandarizadas a gran escala tal como las evaluaciones que consideramos en nuestra investigación.

2.2 MARCOS TEÓRICOS

2.2.1 Teoría Antropológica de lo Didáctico

Nuestro trabajo lo situamos principalmente en el marco teórico de la TAD. Esta elección tiene una razón principal. Nuestra investigación tiene como objetivo la comprensión de los efectos sobre la enseñanza de las matemáticas en Chile de la evaluación nacional SIMCE. Comprender estos efectos necesita una perspectiva amplia sobre los procesos de enseñanza y aprendizaje que permitan identificar los diferentes determinantes que pesan sobre un tal sistema de evaluación, las diferentes instituciones que contribuyen a él y a sus efectos, y como estas se relacionan y se influencian las unas a las otras. Por su enfoque institucional, por la atención que presta a los sistemas de coerciones y condiciones que a diferentes niveles afectan los procesos de enseñanza y aprendizaje a través la jerarquía de niveles de co-determinación didáctica (Chevallard 2002), la TAD nos ha parecido particularmente bien adaptada a tal estudio. Además de su enfoque institucional, la TAD también nos ha proporcionado un marco de análisis de las *Organizaciones Matemáticas* (OM) y de las *Organizaciones Didácticas* (OD) (Chevallard 2002) en términos de praxeologías para analizar tanto el programa de estudio de 8avo año básico y los libros de textos, como las tareas propuestas en las evaluaciones y las sesiones de clase que hemos observado. A continuación, presentamos brevemente las principales nociones de la teoría que vamos a utilizar y la función exacta les vamos dar.

2.2.1.1 Noción de institución

Desde la emergencia de la TAD (Chevallard 1989) la noción de institución, entendida en un sentido muy amplio, ha sido una noción básica de esta teoría, y del modelo epistemológico que propone para estudiar los procesos de producción y circulación de saberes. Como lo subraya Chevallard: *« un savoir n'existe pas "in vacuo" dans un vide social : tout savoir apparaît à un moment donné, dans une société donnée, comme ancré dans une ou des institutions.»* (Chevallard 1989, p.13) Como ya mencionamos, comprender los efectos de una evaluación nacional como

SIMCE, solo se puede hacer considerando una gran diversidad de instituciones y sus inter-relaciones. En el trabajo de tesis así, varias instituciones van a ser consideradas y situadas a diferentes niveles. El organismo encargado de la organización de SIMCE, del tratamiento de los datos recogidos y de su publicación dentro del MINEDUC es una de estas instituciones, pero también el organismo encargado de la preparación de los programas de estudio de matemáticas y de los documentos asociados, las editoriales que producen los libros de textos y sus autores, las escuelas secundarias que van a ser involucradas en nuestro estudio, los laboratorios universitarios que trabajan con unas de estas escuelas, las instituciones contratadas para producir guías de trabajo o ensayos SIMCE. Además de estas instituciones chilenas, el trabajo que hacemos para situar la evaluación SIMCE respecto a otras evaluaciones estandarizadas a gran escala va hacer intervenir otras instituciones a nivel regional para la evaluación SERCE o internacional para PISA y TIMSS.

2.2.1.2 Noción de praxeología

La TAD formula que toda actividad humana "*consiste à accomplir une tâche t d'un certain type T, au moyen d'une certaine technique τ, justifiée par une technologie θ qui permet en même temps de la penser, voire de la produire, et qui à son tour est justifiable par une théorie Θ. En bref, toute activité humaine met en oeuvre une organisation qu'on peut noter [T, τ, θ, Θ] et qu'on nomme praxéologie, ou organisation praxéologique.* » (Chevallard, 2002, p.3). Esta noción de praxeología se ha vuelto un elemento fundamental de la TAD. La utilizamos también en nuestro trabajo, tanto para estudiar las actividades matemáticas como las actividades didácticas en las diversas instituciones consideradas, compararlas y comprender sus posibles relaciones y determinaciones. Si la TAD postula que toda actividad matemática puede ser modelizada a través de la noción de praxeología, a la vez toma en cuenta el hecho que la actividad matemática se inscribe en estructuras de niveles de complejidad diferentes. Lo expresa con la distinción hecha entre diferentes niveles de organizaciones matemáticas, puntuales, locales, regionales y globales. Las *organizaciones matemáticas puntuales (OMP)*, son aquellas en donde encontramos un único tipo de tarea T. Esta noción es relativa a la institución considerada y está definida, en principio, a partir del bloque práctico-técnico [T/τ]. *Las organizaciones* *matemáticas locales (OML)* son el resultado de la integración de un conjunto de OMP. Cada OML se caracteriza por poseer una tecnología que sirve para justificar, explicar, relacionar entre sí y producir las técnicas de todas las praxeologías puntuales que la constituyen. Las *organizaciones matemáticas regionales (OMR)* se obtienen mediante la coordinación, articulación y posterior integración alrededor de una teoría matemática común de diversas praxeologías locales. Las *organizaciones matemáticas globales (OMG)* surgen amalgamando varias OMR, a partir de la integración de varias teorías.

En nuestra investigación, nos enfrentamos a diferentes niveles de organizaciones matemáticas. El análisis de las tareas de la evaluación SIMCE por ejemplo se puede hacer movilizando esencialmente la noción de organización puntual, mientras que una visión más global de este sistema de evaluación como de otros sistemas de evaluación a gran escala necesita de ir más allá de una aproximación solamente puntual. Para analizar el programa oficial de matemática de 8avo año básico y los documentos asociados, para entender sus elecciones y coherencia, se necesita también considerar por lo menos organizaciones matemáticas locales. Este análisis movilizando los más altos niveles de organización matemática nos sirve enseguida de referencia para considerar la evaluación SIMCE de manera más global, cuestionando su validez, es decir cuestionando hasta que punto evalúa la realización de las expectativas del currículo nacional como lo ambiciona.

En la TAD, el modelo praxeológico se aplica a todas las prácticas humanas y en particular a las prácticas didácticas. Movilizamos este modelo praxeológico también en las dimensiones de nuestra investigación que nos dan acceso directamente o indirectamente a prácticas didácticas: el análisis del programa de estudio y las observaciones de clases. Por ejemplo el programa oficial de estudio, además de presentar los contenidos organizados por temas, propone tareas y sugerencias de cómo el profesor debería desarrollar los contenidos. Esto muestra que el programa de estudio tiene la intención de orientar las organizaciones didácticas. La TAD postula que en el proceso de estudio visto como construcción o reconstrucción de praxeologías matemáticas existen invariantes que expresa con el modelo de los momentos de estudio (Chevallard 2002). Más precisamente, se postula que cada proceso de estudio de una praxeología matemática puntual *[T, τ, θ, Θ]* incluye los seis momentos siguientes :

- El momento de primer encuentro con el tipo de tarea T,
- El momento de exploración del tipo T y de emergencia de la técnica τ,
- El momento de construcción del bloque tecnológico-teórico,
- El momento de institucionalización,
- El momento de trabajo de la praxeología matemática, y en particular de la técnica,
- El momento de evaluación.

Como lo aclara Chevallard, este orden no corresponde necesariamente al orden en que se encuentran los momentos en una organización didáctica dada. Además de esto, en un proceso de estudio, cada momento no corresponde necesariamente a una unidad temporal única. Ciertos momentos pueden ser distribuidos sobre varias sesiones. Los momentos del estudio son apoyos para el análisis del programa de estudio y de las observaciones de las sesiones de clases. Nos interesa conocer cómo el programa de estudio organiza los diferentes momentos y cómo los caracteriza. Las sesiones de clase observadas por su parte deberían hacer visibles diferentes momentos de estudio como actualizados en la realidad de clases. Las sesiones dedicadas a talleres SIMCE a priori se pueden considerar como momentos de trabajo de praxeologías matemáticas de evaluación mientras que las sesiones de clase ordinarias pueden incorporar una más grande diversidad de momentos. Nos preguntamos sobre las características de las interacciones didácticas en cada tipo de sesión, y en particular si estas características nos permiten identificar en las prácticas didácticas efectos de la evaluación SIMCE.

2.2.1.3 Niveles de co-determinación Didáctica

Como lo mencionamos en la introducción de esta sección, estudiar el impacto de la evaluación SIMCE sobre la enseñanza de las matemáticas nos obliga a considerar influencias de instituciones múltiples locales, nacionales y también internacionales sobre praxeologías matemáticas y didácticas. Para abarcar estas influencias, la noción de jerarquía de niveles de co-determinación didáctica (Chevallard, 2002) nos parece un instrumento particularmente potente. Esta escala distingue en efecto nueve niveles como lo muestra la figura 2.1, cinco niveles matemáticos y cuatro niveles supra-matemáticos. Estos cuatro niveles: pedagogía, escuela, sociedad, civilización, nos parecen particularmente importantes para nuestro estudio, porque como lo precisa Chevallard, cada uno de estos niveles *« concourt à déterminer l'écologie des organisations mathématiques et des organisations didactiques par les points d'appui qu'il offre et les contraintes qu'il impose » (Chevallard, 2002).*

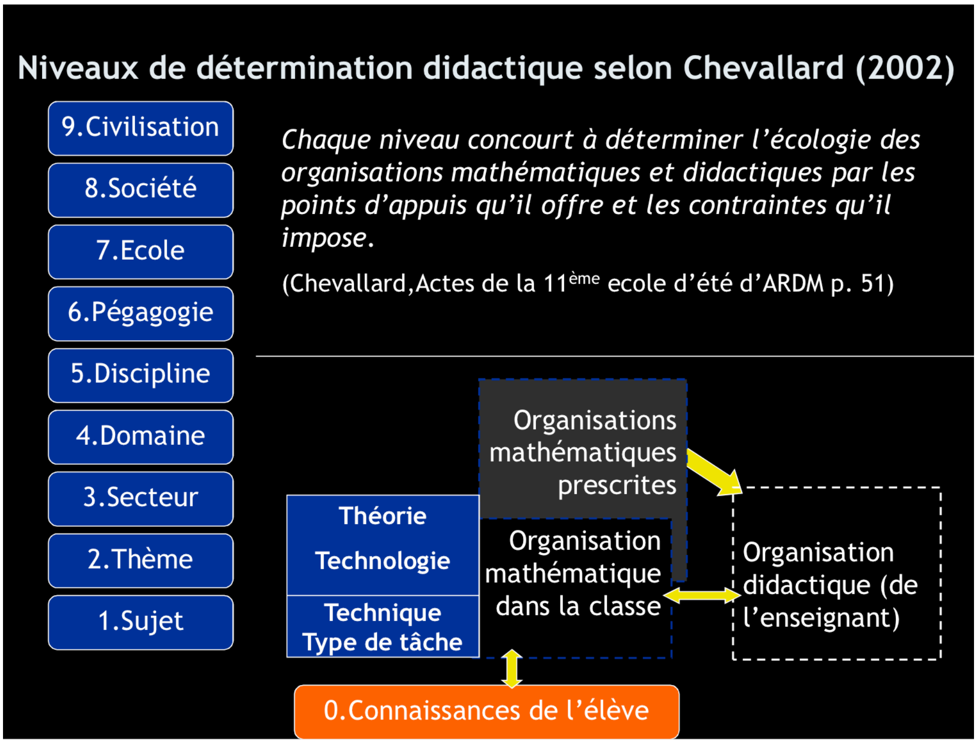


Figura 2.1 – Niveles jerárquicos de co-determinación didáctica (Artigue & Winslow 2010)

Chevallard define los tres primeros de la manera siguiente :

« La pédagogie est le niveau des conditions offertes et des contraintes imposées, dans le cadre du système scolaire existant, à l'étude d'un sujet quel qu'il soit, et donc en particulier à quelque discipline qu'il appartienne, que l'on nommera niveau pédagogique. Les contraintes pédagogiques prennent la forme d'un ensemble de moyens d'étude imposés et alloués à toute étude scolaire »; « L'école est le niveau des contraintes et des points d'appui qui tiennent à l'institution scolaire elle-même. L'École introduit dans les conditions de l'étude des contraintes sui generis, qui, comme les autres niveaux de contraintes, a ses «spécialistes»; « La société est évidentement le lieu des contraintes tout à la fois contraignantes et habilitantes. Une

société peut regarder l'instruction donnée dans son École de plusieurs points de vue différents, qui ne sont pas didactiquement équivalents, c'est-à-dire qui ne créent pas a priori les mêmes conditions, dans la classe, devant un sujet d'étude. » (ibid., p.52-54)

Para Chevallard, el último nivel, el de la civilización, es el nivel de las coerciones y condiciones que no son específicas de una sociedad dada sino de la civilización de que hace parte. En nuestra investigación, reinterpretamos este último nivel como un nivel supra-nacional correspondiendo a las coerciones y condiciones debidas al hecho que más y más vivimos en un mundo educativo globalizado. En nuestra investigación tomamos especialmente este nivel en cuenta cuando situamos la evaluación SIMCE respecto a evaluaciones como PISA y TIMSS que hacen parte evidentemente de este nivel supra-nacional, y nos preguntamos sobre la influencia posible de estas evaluaciones sobre SIMCE. Utilizamos también la herramienta propuesta por Artigue y Winslow (2010) para analizar estudios comparativos. Esta herramienta asocia a la jerarquía de niveles de co-determinación, diez niveles posibles de comparación, definidos de la manera siguiente (Artigue y Winslow, 2010, p.52):

0. Knowledge of students within one or more specific subjects, situated and articulated within certain themes or sectors (and inevitably observed through a technology, which may to some extent be observed along with elements of students' theoretical knowledge);

1. Praxeologies of specific subjects, as prescribed by programs or official evaluations, or actually found in the didactical practices of the contexts;

2. Local organisations of specific themes for the didactical practices of the contexts, as prescribed by programmes, as described by teachers or as inferred from observation of several subjects within the theme;

3. Regional organisations of a specific sector in the didactical practices of the contexts, as prescribed by programmes, as described by teachers or as inferred from observation of didactical practices on several themes within the sector;

4. Global organisations of specific domains in the didactical practices of the contexts, within a given discipline, as prescribed by programmes, as described by teachers or inferred from observation of several sectors:

5. Organisations of a discipline in domains or more globally, based on programmes and other evidence (including observation and assertions by teachers);

6. Pedagogies in the contexts, as prescribed by schools or programmes, as observed or as described by teachers (this includes principles for teaching that transcend the various disciplines taught, prescribed or observed interactions among disciplines and so on);

7. Conditions and characteristics of specific teaching institutions, e.g. regarding the roles, obligations and autonomy of teachers;

8. Conditions and characteristics of whole societies, including in particular the way in which schools are governed, funded and systemically organised;

9. Larger cultural contexts or civilisations, their principles for human society in particular as regards the role and meaning of education.

Considerando los diferentes niveles involucrados en la comparación, estos autores distinguen entre comparaciones verticales que estudian las relaciones entre diferentes niveles de co-determinación dentro de un mismo contexto y comparaciones horizontales que estudian las relaciones entre diferentes contextos para un mismo nivel de co-determinación. Como lo subrayan: *"Comparative studies address some of the levels (...), but rarely all of them. For instance, a study may consider a number of different schools within the same society and be focused on some of the underlying levels, such as pedagogies or overall aspects of students' practical knowledge in a given subject - a kind of comparison that may be of interest to parents about to choose a school for their child. Of course, comparison between different societies (understood as nations) is the hallmark of international comparison."* (*ibid*., p.53) En nuestra investigación, combinamos estudios de tipo vertical y horizontal: vertical cuando tratamos de entender la influencia de la evaluación SIMCE que se sitúa al nivel 0 sobre la enseñanza de las matemáticas en Chile, en particular en lo que concierne el dominio de la geometría y de los magnitudes, horizontal cuando comparamos la evaluación SIMCE con otros sistemas de evaluación estandarizados a gran escala, PISA, TIMSS, SERCE. Esta comparación también la hacemos, involucrando diferentes niveles. Por ejemplo, el primer aspecto que comparamos entre las evaluaciones es la visión matemática, manifestada por medio de un discurso sobre el rol que tienen las matemáticas para el desarrollo de los estudiantes. Este aspecto pertenece a los niveles 8 y 9 de comparación mencionados encima. Otro aspecto importante que comparamos entre las evaluaciones son las estructuras que constituyen su cuadro teórico. Este aspecto se sitúa más bien al nivel 5. Cada evaluación construye sus ítems considerando dominios, sectores, temas, en relación con los programas nacionales de los países a los cuales evalúa o definiéndolos de manera propia. Estos corresponden a los niveles 2, 3 y 4 de la escala de co-determinación[1]. El último aspecto importante que comparamos son los ítems mismos que corresponden a organizaciones puntuales, ubicándonos en el nivel 1. En este tipo de investigación comparativa, Artigue y Winslow recalcan la necesidad de interrogarse hasta qué punto es posible establecer comparaciones reales y de cuestionar la validez de las relaciones de causalidad inferidas o afirmadas entre niveles de comparaciones (*ibid*., p. 52). Prestamos particular atención a estas necesidades.

2.2.2 Paradigmas de la Geometría

Desde el punto de vista del contenido matemático como hemos mencionado hemos centrado el estudio en la geometría y la medición. Nos apoyamos en el marco teórico, propuesto por Houdement y Kuzniak (2006), como una herramienta que nos permite estudiar las especificidades del dominio y establecer diferenciaciones entre las tareas de cada diferente institución estudiada según los paradigmas que este marco nos propone. Este marco geométrico fue inspirado por la definición de paradigma según Kuhn: *« le mot paradigme, dans son aspect global, désigne l'ensemble des croyances, des techniques et des valeurs que partage un groupe scientifique. Il fixe la manière correcte de poser et d'entreprendre la résolution d'un problème. [...] Dans un deuxième sens, plus local, le mot désigne aussi les exemples significatifs qui sont donnés aux étudiants et aux étudiantes pour leur apprendre à reconnaître, à isoler et à distinguer les différentes entités constitutives du paradigme global »* (Kuzniak, 2006, p. 169)

Inspirado también por la ideas de Gonseth, Houdement et Kuzniak adaptaron ese modo de pensar dando forma a tres paradigmas para la geometría: *Geometría Natural,*

---

[1] A partir del 2009, la evaluación PISA explícita los contenidos en los cuales se apoya para construir sus categorías por dominio. Además señala que la definición de esos contenidos fue producto del estudio de los diferentes programas de estudio de los países que participan de la evaluación. (Cadre d'évaluation et d'analyse du cycle PISA 2012, p. 39)

Geometría Axiomática Natural y Geometría Axiomática Formalista. A continuación damos a conocer como caracterizan estos paradigmas.

*«**La géométrie I** ou « géométrie naturelle » a pour source de validation la réalité, le sensible. [……] la géométrie I correspond déjà à un effort d'abstraction du réel, dans la mesure où la pensée sélectionne pour s'exercer certains aspects des objets s'ils sont matériels ou les traduit en schémas, comme par exemple des figures simples (cercles, carrés…). L'intuition, l'expérience et le raisonnement déductif s'exercent sur des objets matériels, ou matérialisés, grâce à la perception ou la mise en œuvre d'expériences mécaniques réelles comme le pliage, le découpage ou leur pendant virtuel. En ce sens, la géométrie d'Euclide n'est pas de la géométrie I.*

*«**La géométrie II** ou « géométrie axiomatique naturelle » : dans cette géométrie, la source de validation se fonde sur les lois hypothético-déductives dans un système axiomatique aussi précis que possible. Mais le problème du choix des axiomes se pose. La relation avec la réalité subsiste encore dans cette géométrie, dans la mesure où elle s'est constituée pour organiser les connaissances géométriques issues de problèmes spatiaux. L'axiomatisation proposée est certes une formalisation, mais elle n'est pas formelle car ici la syntaxe n'est pas coupée de la sémantique qui renvoie à la réalité. D'où la conservation du qualificatif naturelle ».*

*- **La géométrie III** ou « géométrie axiomatique formaliste » : dans cette géométrie, qui naît à la suite de l'apparition des géométries non-euclidiennes, le cordon ombilical qui liait la géométrie et la réalité est coupé. Les axiomes ne sont plus fondés sur le sensible, et la primauté du raisonnement logique l'emporte.»* (Houdement & Kuzniak, 2006, p. 180-181).

A partir de estas definiciones diremos que una tarea está en Geometría I cuando las hipótesis de trabajo son validadas de manera intuitiva según lo que la figura perceptivamente entrega o permite medir. Al momento de tener la necesidad de utilizar propiedades geométricas en vez de la figura como medio de validación diremos que una tarea se sitúa en GII, incluso si las elecciones concerniendo la axiomatización subyacente no son explícitas. También queremos señalar que en el nivel escogido de trabajo, 8avo. año básico, no interviene el paradigma de la Geometría Axiomática Formal (GIII).

Uno de nuestros interrogantes en relación a los paradigmas geométricos es saber si existe coherencia en las tareas propuestas por las diferentes instituciones: programas oficiales de estudios chilenos, evaluación SIMCE y aulas. Contamos con un primer resultado entregado por el estudio ECOS (Castela C., Houdement C., Kuzniak A., 2006) que en nuestro programa de estudio predomina la geometría natural (GI). Sin embargo, para responder a nuestra pregunta sobre la coherencia estudiamos este aspecto en cada una de las instituciones.

Aunque cada paradigma está bien caracterizado, no siempre es posible clasificar una tarea de forma estricta en un de ellos. Por ejemplo, en la tarea extraída de la evaluación PISA (figura 2.2) la pregunta 1 se resuelve aplicando la fórmula de área del cuadrado, y nos parece situarse más en el paradigma de la geometría natural GI. La pregunta 2 se resuelve utilizando el teorema de los medios (caso particular del teorema de Thales), haciendo intervenir propiedades geométricas de paralelismo y proporcionalidad, que parecen más características de la geometría axiomática GII, pero con una fuerte pilotaje por GI.

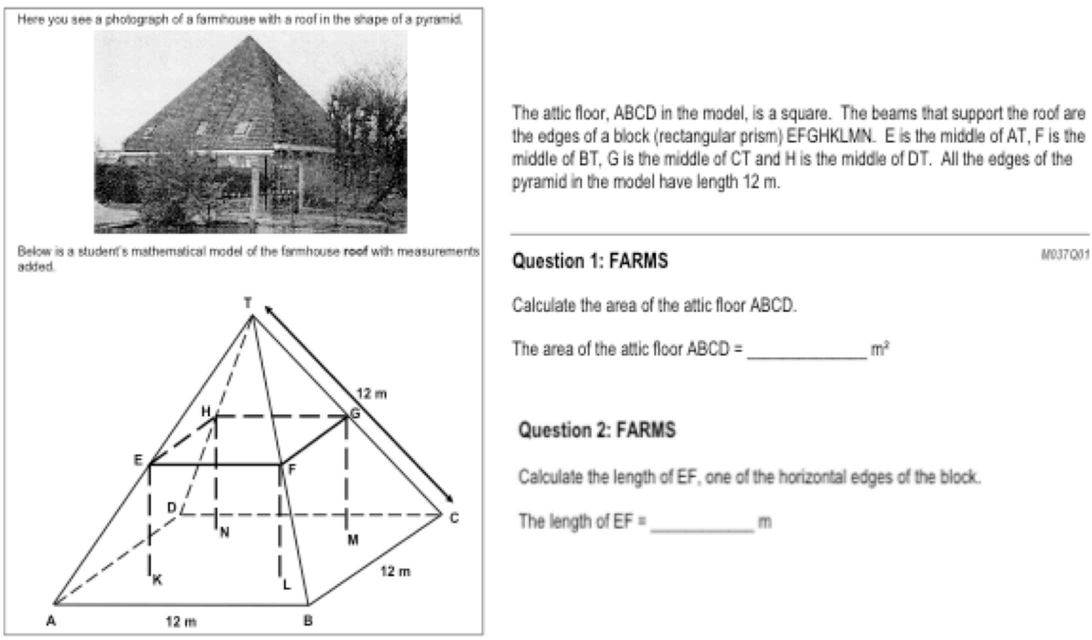


Figura 2.2- Tarea PISA

El hecho que la evaluación SIMCE está compuesta de tareas mayoritariamente de tipo selección múltiple que raramente demandan justificación o validación, contribuye a hacer más difícil inscribir sus tareas dentro de un paradigma.

2.2.3 Conclusiones Parciales

Nos apoyamos en los marcos teóricos que hemos presentado en las secciones precedentes, el marco de la TAD y el marco de los Paradigmas de la Geometría, para estudiar y analizar las diferentes instituciones en nuestro estudio. Cada uno de estos marcos ha sido desarrollado teóricamente de forma paralela, por lo que la articulación de ellos, es una pregunta que forma parte de nuestra metodología de investigación.

Por un lado el marco de la TAD es una herramienta bien adaptada a nuestra problemática, debido a que nos permite estudiar como las instituciones se influencian las unas con las otras. De igual modo nos proporciona herramientas para estudiar las praxeologías matemáticas y didácticas, y cómo ellas se organizan dentro una institución. Por otro lado, el marco de los Paradigmas de la Geometría nos permite determinar los tipos de geometría presentes en las diferentes instituciones y como influencian las tareas propuestas en las evaluaciones. La conexión con la TAD se hace mediante el rol que juegan los paradigmas en los niveles infra-didácticos de la jerarquía de co-determinación didáctica. Contribuyen así a nuestro análisis de las organizaciones matemáticas y praxeologías asociadas. De tal modo el estudio de las OM en el dominio de la geometría puede tomar significaciones diferentes según la institución que sea estudiada. (Kuzniak, 2011, p.14).

Como hemos anunciado en la introducción de este capítulo a continuación presentamos una síntesis de trabajos didácticos sobre magnitudes geométricas.

2.3 ESTUDIOS DIDÁCTICOS SOBRE MAGNITUDES GEOMÉTRICAS

La relectura de trabajos de didáctica en geometría, objeto de esta sección, tiene por objetivo establecer una referencia didáctica sobre las magnitudes geométricas que tienen un papel importante en el programa de estudio, las organizaciones matemáticas, tareas de evaluación y sesiones de clase que vamos a analizar. Particularmente nos focalizamos sobre las nociones de área y volumen que han motivado un número importante de investigaciones didácticas en los niveles de enseñanza que consideramos.

2.3.1 Área

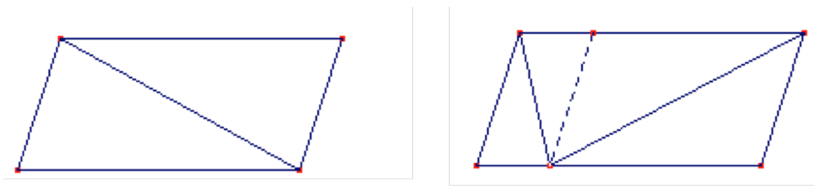
Para establecer una referencia didácticas sobre este tema nos apoyamos más particularmente sobre la síntesis realizada por Marie-Jeanne Perrin Glorian (2002). Ella destaca el hecho que el área es una noción particularmente interesante de ser enseñada debido que es una intersección entre lo numérico y lo geométrico. Al respecto ella agrega que: *"[...] l'intérêt particulier de cette grandeur d'un point de vue didactique, aussi bien pour l'apprentissage de la notion de grandeur et de mesure que pour la construction de la notion de dimension, comme appui pour les nombres et les fonctions, et aussi pour le développement du raisonnement en géométrie au collège. » (ibid., p.299)*

A continuación presentamos con más precisión lo que retenemos de esta síntesis para nuestra investigación abordando sucesivamente la distinción necesaria entre área y forma, las relaciones entre área, medida y números, el carácter bidimensional de esta magnitud y el rol de las fórmulas.

2.3.1.1 El área como magnitud y su disociación de la forma

Comprender la noción de área necesita distinguir entre la forma geométrica, la superficie y la magnitud área. Perrin-Glorian (2002) señala que esta distinción no es fácil para los alumnos de educación básica. En particular las investigaciones muestran que es difícil para ellos hacer abstracción de las características de la forma para considerar el área, admitir que formas muy diferentes pueden tener la misma área y también que el área y el perímetro de una misma forma pueden variar independientemente en sus transformaciones. Perrin-Glorian sugiere que el trabajo en el cuadro geométrico puede ayudar a esta disociación entre área y forma, sin pasar necesariamente por la medición, dado que el hecho de asociar directamente un número a la superficie no ayuda a la diferenciación del área de otras magnitudes asociadas, como el perímetro. Según este autor, el trabajo mediante descomposiciones y recomposiciones de figuras, y también transformaciones geométricas, permite construir este invariante de forma independiente del número. Un ejemplo clásico que cita es mediante la descomposición de un paralelogramo en dos triángulos:

"Si l'on trace une diagonale d'un parallélogramme on coupe ce parallélogramme en deux triangles du même aire. (superposabilité des triangles ou symétrie centrale du parallélogramme, (cf. Figure 2.3 a)). Un autre example c'est un triangle ayant un côté confondu avec un côté d'un parallélogramme et comme sommet opposé un point du côté opposé du parallélogramme a une aire moitié du parallélogramme." (cf. Figure 2.3 b))



a) b)

Figura 2.3 – Paralelogramo demostrando la invariancia del área (ibid., p.22)

Sin embargo, uno de los aspectos relevantes asociados a la magnitud área es justamente el rol que juega en el cruce de los marcos geométrico y numérico. Perrin-Glorian lo subraya cuando escribe: *"Dans le cadre géométrique c'est une source de problèmes riches permettant d'aborder et d'utiliser la démonstration. Dans le cadre numérique, le calcul de l'aire de rectangles est un moyen de donner du sens à la multiplication des nombres rationnels et décimaux, (et des réels par passage à la limite) comme opération commutative en s'appuyant sur la multiplication des entiers comme addition répétée et sur l'additivité des aires et des longueurs."(ibid., p.309).* Para que esta articulación entre marcos sea posible es necesario que la medición directa del área por pavimentación tenga un sentido, pues si se considera el área como el número de cuadrados, no es evidente que ese número de cuadrados sea conservado cuando se cambia la posición relativa de la superficie o de la cuadrícula.

2.3.1.2 Los tres polos de la magnitud área

La medición de las magnitudes geométricas pone en relación tres polos: el polo de los objetos a medir, el de las magnitudes y el de los números. Como lo señala Perrin-Glorian, la confusión entre magnitudes y números es frecuente en las matemáticas y no plantea problema cuando no se cambia de unidad, a pesar de que el invariante es el número seguido del nombre de la unidad, es decir, la magnitud medida. Sin embargo, ella insiste en que para concebir la noción misma de unidad es esencial de poder cambiar de unidad de medida y entender que el número obtenido por la medición depende de la unidad elegida *(ibid., p. 307)*. El presente ejemplo muestra justamente la necesidad de cambiar de unidad y que el invariante es la magnitud medida: *" El piso de una habitación que tiene forma rectangular mide 2,4 m de largo y 1,6 m de ancho. Si para cubrir el piso se utilizan baldosas de forma cuadrada de 20 cm por lado, ¿cuántas baldosas se necesitan para cubrir todo el piso?* "[2] (SERCE, 2009. P.87). Esta tarea, analizada en el capítulo III (cf. § Figura 3.15), se enmarca en una evaluación estandarizada a cargo de la UNESCO. El porcentaje de logro con alumnos de 6to grado fue solo de 1,97 %, mostrando que el trabajo del cambio de unidad es una tarea difícil para alumnos de este nivel.

2.3.1.3 El área como magnitud bidimensional

El trabajo en el marco geométrico permite comparar áreas de polígonos, pero no permite comparar las áreas de todos tipos de superficies. Por ejemplo, de modo general, no es posible de manera elemental transformar una superficie de lados curvos en una superficie poligonal. Por eso el cuadro geométrico tiene evidentes límites y se necesita pasar por la medición. Perrin-Glorian subraya que una característica de la

[2] Esta tarea fue dirigida a estudiantes de sexto grado (11 años de edad) de la enseñanza elementaría, de los países de América del sur y el Caribe.

magnitud área es que esta medida no se puede hacer con instrumentos graduados en una escala lineal, al contrario de lo que ocurre para las longitudes, masas y capacidades. Esto da al área un carácter esencial de magnitud bidimensional: *“l'absence d'instrument gradué avec une échelle linéaire est un des aspects de l'aire comme grandeur composée et bidimensionnelle”*, aún cuando tiene también un carácter unidimensional: *“L'aire a un aspect unidimensionnel lié au pavage et au dénombrement d'unités, mais avec une unité d'aire adaptée, la mesure de l'aire se ramène à des mesures de longueurs et à un calcul.”* (Perrin Glorian, 2002, p. 308) Por ello que es mediante el producto de medidas que se desarrollan los procedimientos eficaces y generales de medición del área.

Como acabamos de señalar el área posee dos aspectos; uno unidimensional asociado a la pavimentación y otro aspecto bidimensional, donde se hace intervenir el producto de medidas. En ambos aspectos se han identificado dificultades para los alumnos. A continuación presentamos algunas investigaciones que han puesto en evidencias estas dificultades.

2.3.1.4 El role de la pavimentación en la concepción del área

Las investigaciones realizadas en torno a Lynne Outherd en Australia (Outhred y Michelmore, PME 1992, 1996, Owens y Outhred, PME 1997) fueron centradas en la detección de la importancia de la pavimentación en la conceptualización del área. La conceptualización del área requiere, según estos autores, la conexión de conocimientos espaciales (marco geométrico) referidos a la pavimentación y de conocimientos numéricos. Las dos primeras investigaciones realizadas mostraron que la medida del área de rectángulos con pavimentación demanda la puesta en obra de los siguientes principios (Perrin Glorian, 2002, p.310): *“1. Le rectangle doit être couvert sans trous ni chevauchements. 2. Les carrés unités doivent être congruents et alignés. 3. Le nombre d'unités de chaque ligne et chaque colonne peut être déterminé à partir des dimensions du rectangle. 4. Le nombre d'unités d'un tableau rectangulaire est le produit du nombre d'unités de chaque ligne par celui de chaque colonne.” (citado por Perrin-Glorian)* Estas investigaciones confirmaron la hipótesis hecha sobre la dificultad que existe en pasar del uso de material y unidades concretos a una representación, ya que es necesario identificar la estructura línea-columna, cuando eso no es necesario con el material el cual va automáticamente respetando la talla de cuadrados y alineamiento. La experimentación sobre la pavimentación de un rectángulo mediante cuadrados les permitió concluir que los alumnos consideran en un primer momentos esta acción como el recubrimiento de una superficie, sin necesariamente ir realizando un progreso sistemático hacia las características como el tamaño de la baldosa y la alineación. Los investigadores llegaron a la conclusión que para comprender la medida del área, es necesario la consideración de las unidades, de las unidades compuestas en filas, de las fracciones de unidades, de cambiar la orientación de las piezas y ser capaz de identificar las características claves de esas piezas en todas las posiciones. (*ibid*., p.311)

2.3.1.5 Dificultades encontradas en el uso de fórmulas

Las fórmulas no sólo sirven para calcular áreas. Ellas tienen un rol importante en la conceptualización de las magnitudes y medidas, sobre todo en el aspecto bidimensional. Una de las dificultades encontradas es el uso de las fórmulas. Perrin-Glorian se refiere sobre este punto a las tesis de Moreira Baltar (1996) en Francia y de Corberan (1996) en España mostrando: *"les difficultés qu'éprouvent beaucoup d'élèves du secondaire soit à retenir les formules de calcul d'aire, soit à trouver sur les figures les éléments pertinents pour les utiliser, surtout pour les utiliser de manière souple dans des démonstrations"(* Perrin Glorian, 2002, *p.309).* Moreira Baltar, particularmente centra su estudio en la utilización de fórmulas y la disociación entre área y perímetro. En España, Rosa Corberan (1996), realizó un estudio de trabajos existentes sobre la concepción del área, a nivel de secundaria, que la lleva a establecer objetivos de enseñanza y medios de abordar esta noción en los diferentes niveles escolares. Los resultados de su trabajo le permitieron darse cuenta que en general los estudiantes son solo capaces de aplicar las fórmulas de área y de perímetro en situaciones estándares y que errores se encontraban en la disociación de ambos conceptos.

Estas investigaciones también han identificado dificultades en los futuros profesores de primaria. Se constató que los futuros docentes sabían utilizar las fórmulas de área, pero desconocían el saber conceptual asociado a esta magnitud. Además estos estudiantes disponían de pocos procedimientos para evaluar o comparar áreas. También, se detectaron lagunas en relación a la independencia de perímetro y área, al carácter bidimensional del área, a la comprensión de fórmulas y al conocimiento de procedimientos geométricos para resolver tareas involucrando áreas (Corbelan 1996). Esto confirma que la conceptualización de área es difícil, tanto a nivel de estudiantes jóvenes como de sus futuros profesores.

2.3.2 Síntesis sobre la magnitud área

La concepción de la magnitud área es más compleja de que se presenta generalmente en los manuales escolares y del como se enseña en la escuela primaria. Tal como Perrin-Glorian lo afirma el hecho de pasar rápidamente al cálculo de áreas y no detenerse para presentar los aspectos del área que hemos mencionado, podría ser un obstáculo en la diferenciación del área y del perímetro por un lado, y por otro lado, podría impedir la comprensión de los tres polos constitutivos del área, dificultando la comprensión del aspecto bidimensional del área.

Otro aspecto de la conceptualización del área que rescatamos del trabajo de Perrin-Glorian es su potencialidad como magnitud, es decir, el área permite profundizar sobre la medición de magnitudes, como lo señala: *"Enfin, en tant que grandeur que l'on cherche à mesurer, par les difficultés même qu'elle présente, l'aire donne l'occasion d'aborder des questions essentielles concernant la mesure des grandeurs, par exemple la notion d'unité, la dissociation de la grandeur à mesurer de l'objet lui-même, la recherche de procédés de comparaison et de mesure" (*Perrin Glorian, 2002, *p.309)*

A partir de la sola utilización de las fórmulas de cálculo de área o de la pavimentación por medio la utilización de unidades cuadradas, la comprensión del aspecto bidimensional del área no es posible ser adquirido por los estudiantes. Por este motivo la necesidad de considerar el aspecto unidimensional del área utilizando unidades variadas para permitir dar sentido luego al aspecto bidimensional del área.

Todas estas nociones, distinciones y resultados nos entregan una referencia útil para abordar el análisis, de forma más precisa, de las tareas sobre el área que podremos encontrar dentro de cada institución.

2.3.3 Volúmenes

Esta magnitud geométrica al igual que área posee la característica de ser una magnitud unidimensional y pluridimensional. La diversidad de aspectos hace intervenir numerosos procesos en los cuales participan diferentes representaciones y operaciones geométricas, físicas y aritméticas. Además, el volumen posee relaciones con conceptos como las proporciones, la superficie, las estructuras numéricas y algebraicas. Para este estudio sobre el volumen nos apoyamos principalmente sobre investigaciones didáctica que fueron publicadas en la revista "*Recherche en Didactique des Mathématique. Vol. 4(1)*" (Rogalski J., Rouchier A. , Ricco G. , Vergnaud G. , Des-moulières S. , Landré C. , Marthe P. , Samurçay R. , Viala A.,1983). Estas investigaciones nos proporcionan los conocimientos didácticos fundamentales para la conceptualización del volumen en los estudiantes, en los aspectos unidimensional y pluridimensional. Además, como mencionamos nos permiten conocer las dificultades encontradas en los estudiantes de "cinquième" (12-13 anos) y el "*premier cycle du second degré"* (11 à 15 anos) en Francia. A continuación presentamos una relectura de estas investigaciones. Nos centraremos en los aspectos ligados a la multidimensionalidad y también nos apoyaremos en tareas para ejemplificar el trabajo en cada dimensión y las dificultades encontradas en los estudiantes.

2.3.3.1 El volumen como magnitud unidimensional

Como es el caso para el área el volumen se puede ver como una magnitud unidimensional. Por ejemplo, en el estudio mencionado se presentan actividades que han sido realizadas con estudiantes entre 6-7 años donde se considera el volumen como una magnitud unidimensional: la capacidad de recipientes culinarios por ejemplo es objeto de observaciones, y de actividades organizadas para ayudar a comprender el número de tasas que necesitan para llenar el contenido de una tetera, por ejemplo. Además, de trasvasijar el contenido de dos recipientes para saber cual es el más grande. A pesar que estas actividades son trabajadas desde corta edad en los estudiantes y que ellos son capaces de realizar estas comparaciones, no significa que los problemas de la conservación sean solucionados. Los autores proponen las siguientes tareas que permiten profundizar este aspecto unidimensional del volumen:

- *un récipient A qui est 3 fois plus grand qu'un deuxième récipient B*
- *un récipient C qui contient autant à lui tout seul que les récipients A et B réunis.*
- *un récipient D qui est 2 fois ½ plus grand que le récipient B, plus un petit peu.(Vergnaud G., 1983, p.21)*

Estos ejemplos permiten trabajar el aspecto unidimensional del volumen, como magnitud física, ligando volumen y capacidad. Pero, además, es posible realizar operaciones aritméticas, como la medición directa de la masa que puede servir al cálculo y la comparación de masas voluminosas de una misma materia. A diferencia de las áreas, capacidades y masas permiten construir escalas lineares para la medición. A continuación presentamos dos ejemplos de tareas donde se explota este aspecto del volumen. La primera tarea corresponde a la comparación de volúmenes a través de la equivalencia de medidas. La segunda tarea es sobre pavimentación y tiene como objetivo mostrar una manera de hacer el paso de la comparación a la medición de volúmenes. Esto se hace poniendo en evidencia que cuando la comparación no es posible es necesario asociar a los objetos números, los cuales serán sus medidas. A través del siguiente enunciado varias etapas de trabajo son solicitadas:

1.- *«On considère quatre récipients A,B,C,D et un ou deux objet pleins : E qui est formé de 72 cubes, et I formé 36 de cubes. On se donné aussi une unité de capacité qui permet de mesurer la capacité de chacun des récipients. Les groupes ne disposent pas tous de la même unité: il existe deux unités u_1 et u_2 telles que $2u_1 = 3u_2$ [...]»* (Rogalski J., Rouchier A., Ricco G., Vergnaud G., Desmoulières S., Landré C., Marthe P., Samurçay R., Viala A.,1983, p. 86)

Nosotros nos centramos en la primera etapa de trabajo que corresponde a la medición con las unidades u_1 et u_2 y en particular en las dificultades observadas al momento de asociar un número de unidades a objetos llenos. Los estudiantes fueron confrontados a medir cuatro recipientes con la ayuda de una unidad determinada u_1 o

u_2 (donde $2u_1 = 3u_2$). Al momento de comparar volúmenes como por ejemplo *"dos recipientes uno que mide 40 con unidades u_1 y 60 con unidades u_2 tienes ellos la misma capacidad"* se observa la dificultad de evaluar el número de unidades de capacidad (u_1 o u_2) equivalentes al volumen de objetos llenos. Aunque se cuenten los pequeños cubos sobre un objeto no paralelepípedo, pero descomponible en paralelepípedos se observan dificultades. Algunos estudiantes cuentan los cubos de las caras y olvidan los cubos escondidos y otros cuentas dos veces los mismos cubos. (*ibid.,* p. 89-90)

La técnica predominante para pasar de la conceptualización del volumen es la pavimentación. Esta técnica es frecuentemente muy utilizada para introducir las fórmulas del cubo, del paralelepípedo, del cilindro recto, etc. La tarea que presentamos a continuación permite resolver un problema de la regularidad y de la optimización del modo pavimentación, así como el de espacios vacíos. Por medio de este trabajo exploratorio se espera que los estudiantes comprendan el interés de pavimentar utilizando cubos, la importancia de poder pavimentar en diferentes orientaciones y la utilización del $1cm^3$ presentando la ventaja de dar una fórmula homogénea con la medida de longitud. A partir del siguiente enunciado se propuso una secuencia de cinco tareas:

2 « On utilise deux boîtes parallélépipédiques en carton des dimensions (Longueur; largeur; hauteur en mm) ; Boîte A (180 ;120 ; 60) et B (180 ; 90 ; 75), des parallélépipèdes rectangles (pavés) de dimensions (en mm) (30 x 20 x 15), des cylindres de dimensions (en mm) (d = 15, h = 30) et des cubes emboîtables de 1 cm de côté, le nombre de cubes ne permettant pas de paver complètement une couche.» (ibid., p94-95)

Nosotros nos centramos en dos tareas que exponen la dificultad de la pavimentación. La primera tarea es sobre la medición de las cajas A y B utilizando los cilindros y/o los paralelepípedos como unidad de medida. La caja A puede ser pavimentada en todas las direcciones, a diferencia de la caja B que no permite ser pavimentada de forma regular. Los procedimientos utilizados mostraron que la pavimentación se realizó con cilindros o paralelepípedos, pero en algunos casos se utilizaron ambas unidades de medida sin notar la necesidad de una pavimentación regular. Más aún, aquellos estudiantes que utilizaron solo cilindros los ubicaron dentro de la caja en diferentes sentidos (verticalmente y horizontalmente). La pregunta sobre la búsqueda de un procedimiento que les permita economizar el trabajo de pavimentación no emergió, en parte debido al primer obstáculo mismo de la pavimentación regular que no se logró en totalidad. La segunda tarea demanda calcular el número de cubos con los que se puede llenar la caja A. Los estudiantes no disponen de cubos suficientes para rellenar la caja y solo pueden poner los cubos a lo largo de las aristas, por lo que deberán buscar un procedimiento que les permita medir correctamente la caja con la dificultad que no pueden simplemente contar el número de cubos. Los procedimientos que se utilizaron hacen intervenir una pavimentación parcial y un cálculo, haciendo una capa (frecuentemente el fondo y a veces una capa vertical) y cuentan el número de capas, olvidando en algunos casos la capa inicial. Los estudiantes utilizaban el conteo dentro de cada capa, sin descomponerla en líneas y columnas, lo que corresponde a un procedimiento puramente aditivo que contradice la descomposición multiplicativa en líneas y columnas. La relectura de esta tareas nos permite remarcar que el trabajo del aspecto unidimensional no es simple. La utilización de la pavimentación presenta para los estudiantes ciertos obstáculos que hacen menos evidente la articulación entre los aspectos unidimensional y tridimensional del volumen. A continuación presentaremos este aspecto tridimensional del volumen y las dificultades asociadas a su comprensión.

2.3.3.2 El volumen como magnitud tridimensional

El volumen es un producto de medidas. Esta propiedad del volumen puede ser percibida con claridad en el paralelepípedo rectangular. A través de este sólido es posible observar "*la proporcionalidad de una magnitud en relación a varias otras magnitudes, independientes entre ellas*". De allí que es importante trabajar la propiedad de tridimensionalidad con los estudiantes, porque ella es decisiva para la comprensión de la fórmula, notablemente en el caso de los prismas y de la esfera. Un modo de favorecer la comprensión de la propiedad de tridimensionalidad es mediante actividades de investigación y utilización de las propiedades de dependencia lineal del volumen respecto a otras magnitudes, como la superficie de base y la altura en el caso del prisma. En conclusión, el enfoque tridimensional es el que permite dar un sentido más completo a las fórmulas, y analizar de manera más profunda los problemas causados por la aritmetización del concepto del volumen.

Presentaremos tres tareas que ejemplifican el trabajo con el aspecto tridimensional del volumen. Mostramos los procedimientos de resolución y las dificultades inherentes de la comprensión de la tridimensionalidad encontrada por los estudiantes. La primera tarea tiene por objetivo calcular el número de cubos necesarios para construir un prisma de las dimensiones $4x3x2$. Por medio de esta tarea se espera que los estudiantes construyan la fórmula de volumen apoyándose en el procedimiento $(Longueur\ x\ largeur)\ x\ hauteur$. La segunda tarea es una comparación de dos acuarios con un procedimiento que demanda una estrategia de resolución haciendo intervenir el concepto de medida de producto. La tercera tarea es una ampliación de un volumen que demanda una profunda comprensión del efecto de aumentar las dimensiones de un cuerpo geométrico. A continuación presentamos las tareas seleccionadas sobre el aspecto tridimensional del volumen.

1 « Calcul de nombre de cubes (legos) nécessaires pour construire un parallélépipède de 4x3x2. Matériel : Une centaine de cubes emboîtables de 1 cm d'arête. Consigne : Combien faut-il que je te donne de légos pour construire une boîte pleine (comme une boite de sucre) de 3 de large, de 4 de long et de 2 de haut ?» (Rouchier A., Ricco G., Vergnaud G., 1983, p. 46)

En la resolución de esta tarea los estudiantes se apoyan con cubos para encontrar un procedimiento para determinar el número de cubos necesarios para construir el paralelepípedo de las medidas dadas. Se espera que generalicen el procedimiento de tal modo de obtener la fórmula para calcular el volumen de un paralelepípedo. *(A partir de la 5ème la mayor parte de los estudiantes respondieron bien, a diferencia que la clase 6ème donde solamente 1/3 logró llegar a la respuesta correcta).* Dentro de las respuestas correcta el procedimientos de *(L x l) x h* es el más utilizado. Los estudiantes reconstruyen una cara del bloque (de preferencia la base) a la cual le aplican el operador de tercera dimensión (la altura). De los procedimientos erróneos se observó que las principales dificultades estaban en la ocupación del espacio y en la coordinación multiplicativa de tres dimensiones. Por ejemplo: yuxtaposición de dos dimensiones de manera no ortogonal; tres dimensiones en el mismo plano, siendo dos de ellas ortogonales a una tercera y paralelas entre ellas; representaciones perimétricas del volumen (no ocupación el espacio interior) a través de presentaciones aditivas de las dimensiones. Entre los procedimientos que los estudiantes utilizaron para resolver esta pregunta se encuentran: cálculo; cálculo y manipulación; diseño y cálculo; manipulación y cálculo; diseño, manipulación y cálculo. Siendo los procedimientos más utilizados el cálculo y luego el diseño y el cálculo.

2 « Rapport entre le petit aquarium et le grand. Consigne : Monsieur Dupont a un aquarium assez petit dans la cuisine et un grand dans son salon. Celui du salon est 2 fois plus long, 3 fois plus large et 2 fois plus profond que celui de la cuisine. Combien de fois celui du salon est-il plus grand que celui de la cuisine ? » (ibid., p.50-52)

El porcentaje de logro en esta tarea fue muy bajo. (*En la clase de 3ème fue donde se logró el porcentaje más alto del 50%)*. Los procedimientos que permitieron obtener buenos resultados fueron: la multiplicación de las tres relaciones dadas en el enunciado (2 veces más largo, 3 veces más ancho y 2 veces más profundo es igual 12 veces más grande); la pavimentación sea mediante el diseño o mentalmente del gran acuario tomando como unidad el pequeño acuario; la atribución de una medición hipotética a cada dimensión y multiplicarlas por las relaciones dadas en el enunciado, luego dividir el volumen de los recipientes para obtener la relación correcta. Entre los errores más frecuentes se encontró: la adición de las tres relaciones entregadas; la proporción de las longitudes y las alturas, a saber, 2; la media entre las tres relaciones entregadas y la repetición de la relaciones en el enunciados.

3 « Calcul du nombre de cubes nécessaires (légos) pour agrandir un petit L. Matériel : a) un petit L construit avec 4 cubes emboités de 1 cm d'arête que l'enfant garde devant lui. b) un gros L construit avec 32 cubes du même matériel (se déduisant du premier par une similitude de rapport 2 dans le trois dimensión. Consigne : Voici un L fabriqué avec de légos (le petit 4 cubes) et en voici un autre (le gros). J'ai doublé la longueur, la largeur et l'épaisseur (montrer très vite et cacher le gros L). Combien y a-t-il de légos ? » (*ibid., p.58-62*)

En esta tarea, es a partir de *5ème* que se obtuvieron resultados correctos. (*Sin embargo, lo resultados muestran que del total de 57 estudiantes solamente 9 lograron obtener la respuesta correcta)*. Para la obtención de la respuesta correcta se observaron tres tipos de procedimientos: la utilización del marco numérico multiplicando 4 x 8 (donde 8 se concluye del doble de cada dimensión); la reconstrucción del volumen por ramas de manera separada (primero la grande, luego la pequeña) y luego suman; la construcción de la primera capa de cubos y luego multiplican por dos. Estos tres procedimientos que acabamos de describir se realizaron de forma incompleta por una mayoría de estudiantes. Los procedimientos utilizados por los estudiantes, y notablemente sus errores, muestran que la aritmetización del volumen es frecuentemente realizada con la ayuda de una representación "*del tipo perímetro o del tipo superficie",* la predominación de este procedimiento muestra el efecto de dos modelos que se confrontan el uno con el otro. De una parte, un modelo aditivo del volumen como una magnitud unidimensional descomponible en capas, en líneas, en columnas; modelo que podría ser adecuado si estuviera bien aritmetizado. De otra parte, un modelo geométrico del volumen como un conjunto de aristas o conjunto de superficies (modelo encontrado en algunos diseños de los estudiantes). Para aritmetizar correctamente el concepto de volumen es necesario a la vez operaciones geométricas bien coordinadas (la pavimentación por ejemplo) y operaciones aritméticas asociadas, las cuales son por naturaleza multiplicativas, aunque en algunos casos también la iteración es utilizada. Este aspecto tridimensional pone en evidencia similitudes con la magnitud área. Por un lado, se presenta el procedimiento de tipo perímetro y área en la resolución de algunas tareas de manera errónea. A pesar de que no es el mismo procedimiento erróneo que interviene, la confusión de los estudiantes sobre la naturaleza de la magnitud es similar. Por otro lado, el área y el volumen hacen intervenir marcos geométricos y aritméticos en los procedimientos de resolución.

2.3.3.3 El volumen como magnitud bidimensional

El volumen también posee un aspecto bidimensional. Este aspecto emerge cuando se pone en evidencia la dependencia de la medida-volumen en relación a los elementos que definen un objeto espacial volumen (aristas y caras). Esto conduce a fórmulas de tipo mixtas como $Superficie\ x\ altura$, con magnitud de distinta naturaleza. Para comprender que el volumen de un prisma depende de dos variables independientes, el área de la base y la altura, es necesario entender que cuando una

magnitud es proporcional a dos otras magnitudes independientes entre ellas, ella es proporcional a su producto. Para presentar el estatus de estas dos variables independientes y la proporcionalidad de la variable producto en relación a cada una de ellas, los autores proponen una presentación simbólica particular que es la utilización de un *"tabla cruzada de doble dependencia"*. Esta tabla permite representar un gran número de valores numéricos y comprender la fórmula V= S x H. Igualmente permite visualizar de forma simple la doble proporcionalidad del volumen, además ayuda a destacar esa proporcionalidad por operadores escalares y funcionales. Para dar cuenta de este aspecto los autores proponen una secuencia de tareas, apoyándose en los siguientes materiales:
1 « On utilice deux bandes de bristol découpées dans des feuilles quadrillées (quadrillage de 1 cm de côté) et larges l'une de 8 cm, l'autre de 16 cm, des bandes découpées dans le même bristol et de 20 cm de largeur et du sable sec. ? » (Rogalski J., Rouchier A., Ricco G., Vergnaud G., Desmoulières S., Landré C., Marthe P., Samurçay R., Viala A., 1983, p.108)

En las cuatro primeras fases las tareas que los estudiantes deben realizar consisten en construir seis diferentes triángulos con las dos primeras bandas de cartulina (al menos uno rectangular). Luego construyen seis prisma con una cartulina de una longitud determinada (20 cm) y los seis triángulos precedentes. Una vez construidos los primas se deben realizar predicciones y ordenar en serie los volúmenes que se obtendrán, justificando las diferencias y similitudes a partir de la relación superficie-altura. Tales predicciones se comparan empíricamente utilizando arena. Las fases quinta y sexta se trabaja con dos tablas primero se estudia el área de los triángulos y luego el volumen de los prisma en función de la altura y del área de la base. Los resultados obtenidos mostraron que en el pronóstico del volumen de prismas se procedió rápidamente a comparar áreas, sea por superposición de triángulos o por evaluación perceptiva de las diferencias simétricas. La comparación evolucionó luego, poniendo en relación pares de triángulos. Los resultados de la comparación de las dos tablas; del área del triángulo y del volumen del prisma permitió poner en evidencia la dependencia lineal, considerando dos variables independientes. Sin embargo, la comprensión de la concepción bilineal del volumen necesita mayor trabajo con los estudiantes para comprender las propiedades del volumen.

2.3.4 Síntesis sobre la magnitud volumen

Como hemos visto, el volumen es una magnitud que posee propiedades especiales: un aspecto unidimensional y otro aspecto pluridimensional. Cada uno de estos aspectos tiene propiedades particulares las cuales no son fáciles de comprender por los estudiantes y aún más, en general no son trabajadas correctamente, concentrando la enseñanza sobre la concepción del volumen a la aplicación de fórmulas.

El trabajo experimental nos resulta sumamente interesante dado que propone actividades diferentes que tienen por objetivo que los estudiantes comprendan las propiedades del volumen y que le den sentido a las fórmulas. Como para el área, estas nociones y constataciones nos dan una base amplia para realizar un análisis más preciso de las tareas del volumen que podemos encontrar dentro de las instituciones a estudiar.

2.3.5 Conclusiones sobre las magnitudes geométricas

Las investigaciones sobre magnitudes geométricas que presentamos nos aportan un conocimiento didáctico de referencia valioso para nuestra investigación desde el punto de vista del saber didáctico. De igual forma, con el marco teórico didáctico, los paradigmas de la geometría son herramientas de análisis que nos permiten complementar nuestros análisis en el dominio de la geometría. Por un lado, el referente didáctico nos sirve de apoyo para estudiar las organizaciones matemáticas de cada una de las instituciones. Por otro lado, el marco de la geometría nos permite comprender las transposiciones didácticas realizadas por las mismas instituciones al momento de la enseñanza de determinados contenidos de la geometría y de la medición.

Tanto la magnitud área como la magnitud volumen poseen aspectos unidimensionales y pluridimensionales. Desde el aspecto unidimensional, ambas magnitudes admiten la comparación como una forma de medida, sin la necesidad de pasar por la medición aritmética. Las investigaciones estudiadas afirman que desde el punto de vista de la enseñanza, el aspecto unidimensional del área y del volumen, permiten dar sentido a la concepción de esas mismas nociones geométricas, siendo la técnica de pavimentación la que permite crear la relación entre estos dos aspectos (unidimensional y pluridimensional). Otra característica común de estas dos magnitudes es su aspecto pluridimensional. Aunque el área es una magnitud bidimensional y el volumen tridimensional, ambas comparten la propiedad de ser un "producto de medidas". Estas magnitudes geométricas tienen la particularidad de poseer estructuras multiplicativas complejas, como la proporcionalidad simple y múltiple.

2.4 SISTEMA DE EVALUACIONES ESTANDARIZADOS A GRAN ESCALA

2.4.1 Estado actual de los sistemas de evaluación estandarizados

En las últimas décadas, sistemas de evaluación estandarizados a gran escala han proliferado en todos los hemisferios, y estos ejercen una presión cada día más fuerte sobre los sistemas educativos. En relación con este fenómeno, las investigaciones en torno a estos sistemas se han multiplicado. Estas investigaciones tienen una diversidad de enfoques. Concerniendo las evaluaciones internacionales por ejemplo, unos estudios se centran en los resultados que obtienen los países participantes, tratan de identificar razones para las diferencias observadas entre países en las características de los sistemas educativos o otras condiciones socio-económicas o culturales. Otros estudios consideran de manera crítica las elecciones hechas en estas evaluaciones, sus metodologías, y cuestionan la pretensión que tienen de medir la cognición de los alumnos. Otros estudios se interesan al impacto de ellas sobre las políticas educacionales: reformas educacionales, cambios curriculares, cambios sobre los contenidos enseñados, sobre la formación inicial y continua de los profesores. Nuestro estudio se sitúa en este último enfoque, nuestro interés es conocer el impacto de SIMCE sobre el sistema educativo chileno, y más particularmente la enseñanza de las matemáticas en 8vo básico. Entre las múltiples referencias existentes, nos hemos más particularmente apoyado en tres meta-análisis, la primera realizada por De Lange (2007), la segunda por Mons (2009) y la tercera coordenada por Artigue, Nassouri, Smida and Winslow por EMF (2009). Nos referimos también a dos análisis de la evaluación SIMCE, realizados respectivamente por la OCDE (2004) y por Juan

Eduardo García-Huidobro (2002). A continuación, presentamos lo que retenemos en prioridad de estos estudios. Comenzamos presentando unos aspectos que se observan de forma reiterada en la literatura y que nos proporcionan elementos de análisis y cuestionamiento sobre la evaluación SIMCE: tratamiento mediático, cuestiones relativas al contenido y a la validez de tales evaluaciones. Luego, nos focalizamos sobre su impacto. Nos cuestionamos sobre los impactos que son posibles de identificar, siendo conscientes que las relaciones causa-efecto deben ser tratadas con cautela debido a la complejidad de los sistemas educativos. Particularmente, nos interesa identificar las instituciones sobre las cuales recaen los efectos para preparar el estudio de terreno.

2.4.1.1 Tratamiento mediático

Todos los estudios realizados subrayan el impacto mediático que tienen los sistemas de evaluación estandarizada a gran escala. Este impacto es particularmente fuerte para evaluaciones internacionales como TIMSS y PISA. Por ejemplo, De Lange evoca el choque nacional producido por los resultados de la primera evaluación PISA en 2000 en Alemania y lo atesta citando reacciones mediáticas a estos resultados como la del diario *El Spiegel*. Sin embargo, los autores de estos análisis también insisten sobre las limitaciones del análisis y el tratamiento generalmente hechos de los resultados de estas evaluaciones, en particular por los medios. En particular, denuncian la polarización que se suele hacer sobre el ranking de los países, sin ninguna consideración para su real significación. Por ejemplo, De Lange escribe a propósito de las reacciones a los resultados de PISA2000 en Alemania:

"There seems to be no interest in the content of the study: There was no discussion of the items that were used, the competencies needed, the quality of the instruments, or the relation to the curricula. And there certainly was no discussion about the whole study being comparative, or norm-referenced, and the fact that it does not indicate any "absolute" quality. It is definitely not criterion referenced. This often-ignored fact can cause serious interpretation problems, especially when considering policy measures" (de Lange, 2007, p.1111)

Se puede pensar que todo sistema de evaluación internacional que clasifica países es sometido a este riesgo de polarización en el resultado solo y el ranking al que corresponde. Las evaluaciones nacionales estandarizadas a gran escala no escapan a priori este problema, la clasificación de los establecimientos según sus resultados reemplazando la de los países. Es importante pues conocer lo que pasa con SIMCE y, si se encuentran también problemas análogos, que consecuencias tienen y lo que se hace eventualmente para sobrepasar las dificultades que generan.

De hecho, los resultados obtenidos por los establecimientos a SIMCE se comunican públicamente, tanto a los establecimientos (directores y profesores) como a los padres. Si agregamos el hecho que a nivel nacional la evaluación SIMCE es considerada como el estándar que mide los aprendizajes de los estudiantes, se entiende que los establecimientos sean muy sensibles a los resultados SIMCE y a lo que los medios de comunicación informan públicamente. El estudio de la OCDE (2004) reconoce el uso promocional que los establecimientos con buenos resultados hacen de SIMCE y la presión que la evaluación SIMCE más generalmente ejerce sobre los establecimientos: *"el SIMCE se ha convertido en una presión fáctica hacia las escuelas, tanto por los incentivos y programas de la Reforma, como por incentivos de los sostenedores y una cierta fracción de apoderados que lo usan como criterio de elección. Muchas escuelas se promocionan hacia la comunidad por sus resultados en el SIMCE"(OCDE 2004, p.93).*

Apunta también la contribución a la polarización sobre el ranking de una información sobre SIMCE poco comprensible: *"En el caso de los padres, el asunto no es menos importante : si la información que se difunde no es comprensible, es inevitable que los padres se queden sólo con un puntaje en la memoria y los ranking y comparaciones infundadas seguirán reinando en el mercado educacional y mediático"* (OCDE, 2004, p.94)

Juan Eduardo García-Huidobro en su artículo *"Usos y abusos del SIMCE, 2002"* retoma el encuesta del CIDE (2001) *"Encuesta actores del sistema educativo"* y saca a la luz la opinión de los apoderados sobre el grado de acuerdo de que los resultados del SIMCE sean públicos. Destaca que un 89,6% de los apoderados están de acuerdo en que los resultados de SIMCE sean públicos, en contraste con 64,3% de los profesores y un 57,3% de los directores de establecimientos. Sin embargo, las respuestas a una segunda pregunta sobre la importancia que los apoderados le dan a la prueba SIMCE al momento de escoger establecimiento para sus hijos, muestran que más del 40% le da "*ninguna o poca importancia*" al SIMCE y solo cercano de 20% la consideran *"importante o muy importante"*.

Los resultados de las evaluaciones a gran escala son objeto de múltiples interpretaciones, como lo expresamos en el párrafo anterior, pudiendo ser en algunos casos interpretaciones sin mucha fundación. Por este motivo, nos resulta relevante rescatar la inquietud de De Lange frente a su posible explotación política, cuando señala lo siguiente: *"In the discussions, whether scientific or more public, these politics play a large role. The chain of reasoning is quite often influenced by political views. This may lead to chains of reasoning in the arguments like the ones mentioned earlier that are open to some kind of criticism because of the weak reasoning, not being based on the actual data, or taking the data too seriously. Quite often the points made are mere opinions, not seldom without proper knowledge of the methodology of the study involved". (de Lange, 2007, p.1111)*

En el caso de Chile, las diferentes fuentes tienden a mostrar que la evaluación SIMCE es el instrumento que se utiliza hoy en día para tomar decisiones a nivel de las políticas educacionales, pero se subraya también las dificultades que tienen los establecimientos a utilizarla. Por ejemplo, los examinadores participantes en el estudio de la OCDE señalan que: *"[...] el ministerio hace extenso uso de los datos del SIMCE tanto en términos que proporcionen información al sistema sobre el rendimiento de los estudiantes como para monitorear, diseñar e implementar políticas y programas. En efecto parecería que hay una brecha significativa entre la capacidad del ministerio para analizar y usar los datos del SIMCE y la capacidad de las escuelas individuales para hacerlo" (OCDE, 2004, p.170)*. Esta afirmación nos permite entender que los resultados de la evaluación SIMCE se encuentran al servicio de los decisores de políticas educativas principalmente. Creemos que este hecho va en desmedro de las potencialidades del sistema de evaluación para mejorar la enseñanza. Primero, por la falta de participación de los establecimientos y profesores en el análisis de los estándares de calidad, lo que resta riqueza a los procesos de retroalimentación de un sistema como este. Segundo, por la poca información que reciben los profesores para orientar sus prácticas de aula. Y, tercero, encontrándose la evaluación nacional principalmente en la alta esfera del sistema educativo, podría ser más permeable a la decisiones políticas y menos permeable a las necesidades de los establecimientos, profesores y padres. Juan Eduardo García-Huidobro (2002) también evoca estos problemas, citando: *"[...]. Lo claro es que hoy es muy difícil decir algo sobre la educación en Chile prescindiendo del SIMCE. Lo usan los detractores del Gobierno para hacer oposición; lo usan los investigadores para entender el funcionamiento del sistema; lo usa el Gobierno para definir, orientar y reorientar políticas. Al parecer los que menos lo usan son los establecimientos educacionales y los apoderados" (ibid., p. 4).*

Como mencionado, los medias y políticos, no necesariamente prestan mucha atención al contenido de las evaluaciones y a su metodología. Sin embargo, como lo demuestran los investigadores a los que nos referimos, éstos también son cuestionables. A continuación abordamos brevemente estas dimensiones.

2.4.1.2 Contenido de las evaluaciones

A nivel internacional, se han desarrollado cuestionamientos en torno a la posibilidad de evaluar con una misma evaluación diferentes sistemas educativos, cada uno con un currículo que adhiere a una visión de la enseñanza de las matemáticas y de la enseñanza determinada, y con un contexto cultural proprio. Por ejemplo, de Lange menciona el caso de Holanda que realizó una versión nacional de la evaluación TIMSS y comprobó que los resultados fueron mejores que en la versión internacional. Como escribe: *"The only explanation brought up by the national experts, including the IEA group, was that the "national" context made children feel better and more motivated. Or, to put it slightly differently, perhaps the fact that the anchor items were culturally correctly embedded made students perform better." (de Lange, 2007, p.1122)*

En lo que concierne la evaluación SIMCE implementada en un solo país con un currículo nacional, a priori este tipo de cuestionamiento no se presenta. Sin embargo, otras preguntas no se pueden descartar tan fácilmente. Por ejemplo, las evaluaciones a gran escala favorecen más y más el vínculo entre las matemáticas y las prácticas sociales, el 'mundo real', enfatizando el objetivo de la educación matemática de formar ciudadanos competentes capaces de enfrentar los desafíos del mundo actual. Esto es particularmente claro para PISA que utiliza el concepto de "*Mathematical literacy"* el cual no se traduce fácilmente al español. El problema que las investigaciones han identificado es que una tarea en contexto puede ser representativa para un grupo de estudiantes y para otros no. Respecto a este punto de Lange cita a Jablonka (2003) quien argumenta que *" that even within a single school system there will be contexts familiar to some students and not others. Any attempt to use a single instrument to assess mathematical literacy beyond the most local of contexts would appear to be self-defeating"(*de Lange*,2007, p.1119).* De forma ingenua podríamos pensar que a nivel nacional no existen estos problemas, no obstante, si nos referimos a los estudiantes del norte o del sur de Chile, sus contextos socio-culturales no son los mismos, y esto incluso puede ocurrir para estudiantes viviendo en la misma región.

Otra dificultad puesta en evidencia es el hecho que una tarea en contexto demanda más que la disponibilidad del conocimiento matemático que su solución necesita. Puede ser que el contenido a ser evaluado no sea la dificultad sino la capacidad del estudiante a elegir las operaciones adecuadas (y en tiempo limitado), como lo señala De Lange escribiendo: "[…] *students have to choose for themselves the operations and the most appropriate solutions for the problem and find out how they relate to the information provided, which "add to the difficulty of the subject" (ibid., p.1120)* . Por eso, insiste en la importancia que se debe dar a los procesos cognitivos que deben realizar los estudiantes, cuando se analiza el contenido de tales evaluaciones.

Otra temática trabajada en la literatura sobre el contenido de evaluaciones a gran escala es su representatividad de las competencias y conocimientos que se quiere evaluar. Esta cuestión, tampoco se puede descartar en el caso de SIMCE y nos lleva a preguntar hasta que punto el contenido de SIMCE refleja el programa de estudio, tanto en su contenido como en su forma. Tales preguntas nos servirán de guía en los capítulos siguientes cuando compararemos SIMCE con otras evaluaciones y analizamos sus relaciones con el programa de estudio.

2.4.1.3 *Aspectos metodológicos*

Las evaluaciones estandarizadas a gran escala utilizan metodologías psicométricas complejas y no queremos entrar aquí en los detalles de estas metodologías. Sin embargo, la literatura muestra que la complejidad de estas metodologías no impide que se plantean cuestionamientos sobre su validez. Como señalado por de Lange quien cita a diversos autores, señalando que este tema no se puede responder solo al nivel del análisis de los ítems. Debido a esto, la necesita considerar los aspectos cognitivos de la evaluación y llevar a cabo un trabajo empírico:*"The trustworthiness of the interpretation of test scores should rest in part on empirical evidence that the assessment tasks actually tap the intended cognitive process"(ibid., p.1116).* Como lo describe, este trabajo puede tomar diferentes formas, por ejemplo las siguientes: "*One method to do this is a protocol analysis in which students are asked to think aloud as they solve problems; another is an analysis of reasons in which students are asked to provide rationales for their responses; and a third method is an analysis of errors in which one draws inferences about processes from incorrect procedures, concepts, or representations of problems."*

Las evaluaciones PISA y TIMSS han retomado estos métodos para construir y retroalimentar el diseño de los instrumentos de medición. Además han incorporado el uso de codificaciones más sofisticadas de las respuestas, calificando respuestas "parcialmente correctas" y poniendo atención a las estrategias de los estudiantes. Aparentemente SIMCE tiene modos de codificación menos elaborados. Otro cuestionamiento sobre el diseño del instrumento es el formato de respuestas, cerradas, abiertas y de selección múltiple. La evaluación TIMSS utiliza dos tipos de preguntas, de selección múltiple y respuestas construidas mientras que la evaluación PISA declara privilegiar preguntas de respuesta abierta. Independiente de las especificidades de la cantidad de respuestas abiertas o cerradas, lo que nos interesa para nuestra investigación es la importancia de las respuestas abiertas, como medio que permite conocer mejor los procesos cognitivos en los estudiantes, como herramienta para comprobar la validez de una evaluación, y también como fuente de retroalimentación al trabajo docente. En el caso de SIMCE, desgraciadamente, las preguntas son esencialmente de selección múltiple. Esto limita claramente la información que se puede obtener sobre los procesos cognitivos de los estudiantes, incluso aún cuando las alternativas propuestas cubren errores significativos. Como lo menciona de Lange, la importancia dada a este tipo de pregunta a menudo responde a restricciones económicas: "*But not only the concern about "errors" plays an important role in relying so much on multiple-choice, it is also an economic issue: Many countries participating in these large cooperative studies are unwilling or unable to fund much more expensive multiple marker studies, even if such studies have demonstrated their efficacy."(ibid., p.1117)*

Después de estas consideraciones, nos centramos en lo que sigue sobre la cuestión del impacto de las evaluaciones y lo que nos dicen los trabajos ya citados sobre como afectan los diferentes niveles de la jerarquía de co-determinación didáctica, y a través de cuales instituciones lo hacen.

2.4.2 Impacto de los sistemas de evaluación internacionales

No hay duda que los sistemas de evaluación estandarizados tienen un impacto más y más importante sobre las políticas educativas. Esto vale tanto para las evaluaciones internacionales como para las evaluaciones nacionales. El estudio realizado para EMF 2009 ya mencionado, lo hace claro para las evaluaciones internacionales TIMSS y PISA considerando principalmente diferentes países francófonos: Francia, Bélgica, Canadá, Tunisia, Marrueco y Burkina Faso, pero dando también información sobre el estado de Baden-Wurtemberg en Alemania. Permite en particular identificar diferentes niveles que pueden ser afectados: las políticas educativas globales y organizaciones curriculares, los planes de estudio, la formación de profesores, el funcionamiento de los establecimientos muestra también su impacto sobre la investigación didáctica.

Las políticas educativas y organizaciones curriculares

Los autores mencionan una influencia a este alto nivel en diversos países. Los bajos resultados en las evaluaciones internacionales teniendo como consecuencia el lanzamiento de reformas curriculares y también el desarrollo de una cultura de evaluación. Fue claramente el caso en Alemania después del choque que había sido la publicación de los resultados de la primera evaluación PISA 2000. Este choque tuvo consecuencias a nivel de las políticas educativas y de las organizaciones curriculares. En Baden-Wurtemberg como en otros estados alemanes, la evaluación PISA 2003 dio lugar a un amplio estudio y sus resultados informaron una reforma curricular puesta en marcha en 2004. En matemáticas por ejemplo, los planes de estudio fueron organizados en ciclos de dos años con evaluación de las competencias adquiridas al final de cada ciclo. Se puso el enfoque en el desarrollo de cuatro dominios de competencias: aprender, justificar, resolver problemas, comunicar, en relación con ocho contenidos: números, aritmética, variables, medición, espacio y forma, relaciones funcionales, datos y azar, trabajo de redes, modelizar. La proximidad con el sistema de descripción de la "mathematical literacy" en PISA es evidente.

En Marruecos también, los autores mencionan la influencia de los bajos resultados de la evaluación TIMSS en 1999 sobre la reforma educacional lanzada en 2000 que abarcó tanto la enseñanza como la formación de profesores. Mencionan también de forma paralela a la puesta en marcha de esta reforma educacional, la creación del Consejo de Educación Nacional (CNS) y de una instancia nacional de evaluación del sistema de educación y de formación (INSEF) en 2006, cuyo objetivo fue contribuir a la difusión de una cultura de evaluación en todo el sistema educativo. En este país, además, el hecho que los resultados de TIMSS 2007 no fueron mejores hubo como consecuencia directa o indirecta el lanzamiento en el año 2008 de un Programa Nacional de Evaluación que tuvo por objetivo instaurar un referente nacional de evaluación de conocimientos y competencias de base de los estudiantes, y la entrega de indicadores claros y pertinentes teniendo en cuenta mejor las especificidades culturales del país.

A nivel del currículo nacional

Al nivel de los currículos, además de impactos en términos de amplias reformas curriculares, la influencia de estas evaluaciones y en particular de la evaluación PISA. Como señala este estudio, en los diversos países se observa la incorporación o reforzamiento de áreas como datos y azar en los cursos primarios y estadística y probabilidad en los cursos de secundaria, en la importancia creciente dada a la modelización y a situaciones de la vida cotidiana, y también a programas de estudio que ponen el énfasis sobre el desarrollo de competencias transversales. Se nota también esta influencia a través de la incorporación de tareas semejantes a las de las evaluaciones en los libros de textos y las evaluaciones. Por ejemplo, en Túnez durante el año 2002, se realizó una reforma del programa de matemáticas, la cual integró contenidos y competencias evaluadas por TIMSS. Ejemplo de esto fue la estadística a nivel primaria y colegio, la introducción del cálculo por estimación en la parte numérica, el desarrollo de las competencias de resolución de problemas y de modelización. Una de las dificultades encontradas por los estudiantes tunecinos era la poca familiaridad de las situaciones planteadas por las evaluaciones. Los manuales escolares, introdujeron situaciones problemas variadas consideradas en las evaluaciones internacionales.

A nivel de la formación de profesores

El estudio menciona también acciones concretas a nivel de la formación de los profesores en Francia, Alemania y Túnez, por ejemplo para adaptar sus prácticas docentes a estas nuevas exigencias, por ejemplo la modelización, y diseñar situaciones de aprendizaje para poner en marcha con los estudiantes.

A nivel de los establecimientos escolares

Se mencionan también en el estudio en ciertos países acciones locales a nivel de los establecimientos escolares, como por ejemplo en Tunisia donde se reúnen grupos de profesores junto con un inspector para, a partir de los ejercicios liberados por PISA, diseñar situaciones para trabajar con sus estudiantes.

A nivel de la investigación

Entre los países considerados en el estudio, Canadá aparece como el país que más ha desarrollado la investigación en torno a la evaluación PISA. Según los autores, estas investigaciones han tenido un doble objetivo: analizar los datos entregados por las evaluaciones y mejorar los aspectos débiles de la enseñanza. En Canadá, donde la educación es regionalizada, cada provincia analiza de forma independiente sus resultados y toma decisiones en total autonomía. No obstante, el gobierno canadiense, consagró 3,2 millones de dólares canadienses para desarrollar un proyecto llamado "Iniciativa de investigación en educación CSCE-CRSH (IRECC)". El proyecto subvencionó a investigadores de diferentes universidades, para que llevaran a cabo el análisis de los resultados. Este proyecto fue complementado con un seminario de investigadores que discutieron sobre los resultados de las evaluaciones, poniendo como tema central “ Los resultados de los aprendizajes y las transiciones” (2003), “Movilización de Saberes: de la investigación de las políticas y de las prácticas” (2006). Para ejemplificar un proyecto que gira en torno a los sistemas de evaluación internacional (PISA) citaremos algunas de las preguntas de investigación que condujeron el estudio: *« 1) décrire, pour l'ensemble des élèves canadiens les forces et les stratégies utilisées pour répondre à certains des problèmes de mathématique, en particulier en ce qui concerne les problèmes ayant 2 codes de correction, 2) effectuer des comparaisons en fonction des groupes linguistiques (Anglophones et Francophones) et en fonction des territoires (provinces,) 3) effectuer des comparaisons selon le sexe. »*

A nivel de otras instituciones

Una de las instituciones mencionadas con frecuencia en este estudio es la de los manuales escolares. Las editoriales juegan un rol importante, por su alto grado de permeabilidad a los sistemas de evaluaciones, adaptando los libros de textos a los requerimientos de la sociedad globalizada de hoy en día.

Aunque la cantidad de países presentados es limitada, pudimos observar que todos ellos han sido influenciados por los sistemas de evaluaciones estandarizados, incluso aquellos países que no participan de las evaluaciones a gran escala, como es el caso de Burkina Faso. Es posible identificar los impactos de los sistemas de evaluaciones estandarizados en los más altos niveles jerárquicos de la escala de co-determinaciones didácticas. No obstante, estos impactos son más visibles a nivel del currículo. En los casos que es posible identificar estructuras educacionales que trabajan la formación continua, se identifican igualmente acciones hacia la formación docente.

2.4.3 Evaluaciones estandarizadas a nivel nacional

El estudio realizado por Nathalie Mons titulado *« Les effets théoriques et réels de l'evaluation standardisée »* (Mons 2009) mencionado en la introducción de esta sección concierne a los efectos de sistemas de evaluaciones nacionales. Nos interesamos más particularmente en la manera en que esta autora analiza los posibles aportes y los límites de tales sistemas de evaluación. En particular, se distinguen dos modelos teóricos que cualifica respectivamente de *« accountability dure ou douce »*. El modelo de *accountability dure* es, según Mons, un modelo predominantemente anglo-sajón. Corresponde a evaluaciones en las cuales los resultados tienen fuertes consecuencias que se manifiestan mediante sanciones y/o recompensas para las escuelas, los docentes y incluso los estudiantes. El modelo de *accountability douce* es un modelo mas presente en Europa continental. Mons señala que las evaluaciones no deben tener por objetivo el entregar una cadena de explicaciones del éxito o fracaso escolar, sino que deben ser utilizadas para confrontar al sistema educativo con los resultados de sus acciones (*ibid.*, p.14). Sin embargo, cualquier sea el tipo de evaluación nacional, como lo subraya Mons (2009), tiene como meta el mejoramiento del funcionamiento del sistema educativo y una mayor efectividad de la escuela: *« Fondée sur la rhétorique de l'efficacité scolaire – le développement des tests doit permettre d'améliorer le fonctionnement général des systèmes éducatifs et les apprentissages des élèves en particulier – cette politique se doit d'être évaluée sur ce terrain pour apporter quelques lumières scientifiques dans ce débat public vif. »* (*ibid.*, p.5)

La convicción que las evaluaciones son instrumentos que pueden afectar positivamente tanto a estudiantes, enseñantes, establecimientos, decidores de políticas educacionales y padres, se basa en suposiciones que la autora luego detalla y que reproducimos a continuación:

- *« Les tests permettent une bonne mesure de la qualité des enseignements dispensés par les écoles et des compétences et connaissances réelles des élèves. »*
- *« Cette mesure, même si elle ne suit pas une logique de valeur-ajoutée contextuelle, n'est pas affectée par des différences entre élèves en termes de motivation, maîtrise de la langue, statuts sociaux et ethniques. »*
- *« Les enseignants et personnels des écoles, motivés par un dispositif de sanctions et de récompenses et le regard extérieur posé sur leur travail par les parents, en particulier, et l'opinion publique, en général, cherchent à améliorer leurs enseignements et disposent des ressources personnelles et collectives pour le faire. »*

- *« Les résultats des tests aident les équipes pédagogiques à améliorer leurs enseignements. »*
- *« Les résultats des tests permettent aux responsables administratifs en charge de l'éducation de faire progresser la gestion des établissements dont ils ont la charge. »*
- *« Les écoles peuvent être tenues pour responsable principal des performances des élèves. »*
- *« Les parents comprennent la signification des tests et peuvent interpréter les résultats de leur enfant et des écoles dans leur globalité. Dans le cadre d'un système de libre choix de l'établissement, ils utilisent ces indicateurs pour demander une inscription dans l'école qui se révèle la plus performante, stimulant ainsi une concurrence positive entre établissements qui tend globalement à améliorer les résultats du système éducatif. »* (*ibid.*, p.14)

Sin embargo, también afirma que no hay evidencia que estas suposiciones sean realmente validas, e incluso que resultados de unos estudios empíricos son contradictorios con ellas. Presentamos a continuación unos efectos negativos que menciona en su estudio y que nos parecen potencialmente relevantes en el caso de SIMCE. Mons posiciona estos efectos negativos en contextos donde los sistemas de evaluaciones son grandemente utilizados y tienen fuerte impacto. Ella cita al respecto: *« Ces recherches montrent clairement que les tests, en particulier quand ils sont associés à de forts enjeux, peuvent conduire à la fois à une évolution défavorable des pratiques pédagogiques ainsi que, dans certaines circonstances, à un sentiment de déprofessionnalisation, qui se traduit par des phénomènes de démotivation des enseignants. »* (*ibid.*, p.27) Los efectos negativos que menciona Mons los hemos clasificados en tres grupos: efectos sobre los establecimientos, efectos sobre la enseñanza y efectos sobre los profesores.

Efectos sobre los establecimientos:

Los efectos sobre los establecimientos son efectos que se producen a nivel local. A este nivel, Mons señala el desarrollo de prácticas de exclusión en diferentes países que se realizan de diferentes maneras, por ejemplo con selecciones en el reclutamiento de estudiantes. Ella menciona por ejemplo un estudio de Van Zanten que muestra estos efectos y los mecanismos de círculo vicio que pueden generar:

« À travers une comparaison des cas français et anglais, van Zanten (1999, p.145) aboutit également au même constat et fait le lien entre le choix de l'école, les évaluations standardisées et la mécanique de recrutement des élèves: «si les chefs d'établissement et les enseignants ont tendance en toute circonstance à rechercher des «bons clients», cette tendance est nettement accentuée par une logique de concurrence. Dans ce contexte, les établissements qui le peuvent sont conduits à devenir encore plus sélectifs de façon à recruter les élèves qui améliorent encore leur image en apportant de la valeur ajoutée. » (Mons, 2009, p.29)

El otro aspecto que Mons menciona en relación a las prácticas de exclusiones a nivel de los establecimientos son aquellas orientadas a la exclusión de estudiantes a participar de las evaluaciones para mejorar los resultados, tomando ejemplos en Canadá, los Estados Unidos y Holanda:

« [...] les dispositifs d'accountability externe dure peuvent également conduire certaines équipes pédagogiques à pratiquer directement des tricheries qui visent à augmenter les résultats de leur école. Prenant appui sur le cas de l'État canadien de l'Ontario, Bélair (2005) affirme que «dans certains cas cités par des enseignants, des écoles sont même allées jusqu'à identifier des élèves en programmes spécialisés, afin qu'un nombre moindre d'élèves faibles passent ces tests pour favoriser un score élevé de réussite.», « Les mêmes phénomènes ont été observés également au Texas comme nous l'avons vu précédemment avec l'exclusion de certains élèves en grande difficulté du test fédéral NAEP. », *« En 2006, aux Pays-Bas – pays marqué par un dispositif d'évaluation standardisée à forts enjeux, l'inspection, suite à des rumeurs, a également mené une enquête dans certaines écoles sur des pratiques d'exclusion du test de fin du primaire. Il s'est avéré que dans certains cas, ne participaient pas à l'épreuve les élèves qui très certainement seraient orientés vers la voie scolaire la moins prisée. Là aussi, ces agissements visaient à présenter des performances d'établissement supérieures à la réalité. »* (*ibid.,* p.29)

<u>Efectos sobre la enseñanza:</u>

Concerniente a los efectos sobre la enseñanza, menciona tres efectos posibles. El primer efecto, muy bien conocido, es el que consiste en focalizar la enseñanza sobre el entrenamiento para la evaluación, conocido como «*teaching to the test* ». El segundo efecto es un efecto de contracción o reducción del currículo, y el tercer afecta las metodologías de enseñanza. Los efectos de «*teaching to the test* » Mons los explicita ampliamente refiriéndose a los Estados Unidos, y más particularmente a Texas y Chicago: *« [..] les cas du Texas et du district de Chicago, certains dispositifs d'évaluation standardisée peuvent tout d'abord conduire au phénomène désormais bien analysé du «teaching to the test» ou focalisation sur l'entraînement intensif aux tests (Gordon et Reese, 1997; Jones et Egley, 2004; Belair, 2005; Jones, 2007...). Face aux impératifs de résultats auxquels ils sont soumis, dans certains cas, les enseignants consacrent désormais une grande partie du temps d'instruction à l'entraînement à des exercices proches de ceux qui seront administrés dans le test*» (*ibid.,* p.27)

Menciona también un estudio de la Royal Society de 2003 que mostró que existía en el Reino Unido docentes que pasaban un tiempo significativo en la preparación de los estudiantes para las evaluaciones, por ejemplo que, en el trimestre de primavera, el 70% de las escuelas primarias pasaban tres horas a la semana para poner a prueba la unidad que correspondía a la etapa clave 2 que figuraría en el sexto año.

El segundo efecto sobre la enseñanza concierne contracciones del currículo. Estas contracciones curriculares se expresan en las prácticas educativas de diferentes formas. Se menciona en el estudio la contracción de la variedad de disciplinas a enseñar. Mons (2009) argumenta esta práctica en el siguiente párrafo: *« Les tests se concentrant en général sur un nombre limité de matières, les enseignants, surtout dans les classes de primaire, tendent à accorder à la fois moins d'importance et moins d'heures d'enseignement aux disciplines qui ne sont pas évaluées. Ainsi, certaines études empiriques anglaises et américaines ont-elles montré que les sciences sociales, les disciplines artistiques ou sportives voyaient leurs volumes horaires nettement réduits du fait des épreuves standardisées. (Jones, Jones et Hargrove, 2003; House of Commons 2007...).»* (*ibid.,* p. 28)

Otra práctica de contracción del currículo que identifica es la focalización por parte de los docentes en las competencias que serán evaluadas. Como lo subraya, dicha práctica va en detrimento del desarrollo de competencias complejas que no se encuentran en las evaluaciones estandarizadas: *« Le rétrécissement du curriculum se traduit également par une focalisation des enseignants sur les compétences testées qui le plus souvent s'avèrent également basiques par opposition à des compétences complexes – par exemple la résolution de problèmes – plus rarement évaluées.»* (*ibid.,* p. 19) Continuando con el argumento ligado a las competencias, presenta otra consecuencia que estaría ligada a centrar la enseñanza sobre objetivos cognitivos principalmente, lo que iría en detrimento de la misión más globalmente educativa de la escuela, incluyendo socialización, desarrollo de la creatividad, de la autonomía y de la participación a ciudadanía.

El último efecto que se menciona en esta categoría de la enseñanza concierne los métodos pedagógicos. Se ha comprobado que en ciertas circunstancias las evaluaciones estandarizadas hacen evolucionar las prácticas. La necesidad de enseñar una gran cantidad de contenidos en tiempo limitado puede conducir los enseñantes a buscar métodos de enseñanza que permiten la memorización rápida de contenidos y técnicas pero al detrimento de un aprendizaje a largo plazo. Mons reflexiona aún más sobre este punto y señala que es la esencia misma de la profesión que evoluciona : *« Plus largement, c'est la perception même de l'essence du métier qui évolue. Par exemple, comme l'a montré une analyse comparative menée au Royaume-Uni (Angleterre), au Danemark et en France (Osborn, 2006), avec le nouvel accent mis sur l'évaluation standardisée, les enseignants anglais considèrent désormais comme prioritaire leur rôle de transmetteur de connaissances et de compétences au détriment de leurs activités d'accompagnement individualisé et affectif des élèves. »* (*ibid.,* p.28)

Efectos sobre los docentes

El tercer grupo que presentamos concierne los efectos sobre los docentes. En este grupo hemos identificado tres efectos sobre la profesión docente : la desmotivación de la profesión, la percepción por parte de los docentes que su profesión se ha convertido en una profesión estresante y la desprofesionalización de la docencia. Estos tres aspectos nosotros los vemos como una cadena de hechos que muestran las limitantes de tales sistemas de evaluación. La desmotivación profesional es asociada a una visión de la misión pedagógica como una actividad más y más estresante, lo que convierte la profesión docente en algo negativo. Mons cita el siguiente ejemplo: *« Par exemple, une enquête conduite en Caroline du Nord a montré que 84 % des enseignants considèrent que leur métier est devenu plus stressant depuis l'introduction des tests à forts enjeux (cité dans Hargrove et al., 2004).»* (*ibid.,* p.30)

Mons, igualmente señala que las evaluaciones estandarizadas son también consideradas como una causa del éxodo de la profesión, apoyando esta afirmación mediante los siguientes estudios : *« [...] dans l'étude américaine de Hoffman, Assaf et Paris (2001), 85 % des enseignants affirment que les meilleurs d'entre eux quittent la profession du fait des tests à forts enjeux. D'autres études américaines montrent qu'une proportion non négligeable des enseignants qui veulent demeurer dans cette activité a demandé à ne plus enseigner dans les années scolaires concernées par les évaluations (Tobin et Ave, 2006 cité par Jones, 2007).»* (*ibid.*, p.30)

El último aspecto sobre los efectos en los docentes es el sentimiento de desprofesionalización de la profesión docente. Mons cita una investigación belga realizada por Maroy et Cattonar (2002), donde se explícita tal fenómeno: « *En effet, jusque-là les enseignants s'intégraient dans ce que les sociologues des organisations ont appelé des bureaucraties professionnelles (Bidwell, 1965, cité par Maroy et Cattonar, 2002): c'est un modèle d'organisation hybride alliant, d'un côté, les règles rigides, dépersonnalisantes mais rationnelles de la bureaucratie (dans le sens wéberien (1922)) et, de l'autre, une latitude d'action qui résulte de la reconnaissance forte d'une expertise professionnelle de haut niveau* ». La autora complementa este último razonamiento (latitude d'action) mediante el siguiente argumento : « *C'est cette latitude d'action et donc son statut de «semi-professionnel» que le développement de tests standardisés viendrait remettre en cause. Il ne serait plus considéré comme le seul acteur capable de poser un jugement souvent définitif et lourd de conséquences sur les compétences acquises par «ses» élèves. »* (Mons, 2009, p.30)

La lectura de este trabajo de Mons nos permite conocer de manera general la visión del modelo de « accountability dure ou douce » que indentifica sus presuposiciones sobre los efectos de evaluaciones estandarizadas, y constatar los efectos reales provocados por estas evaluaciones. Este conjunto de nuevos antecedentes nos proporciona una visión de los posibles riesgos que un sistema de evaluación estandarizado como SIMCE puede generar en la enseñanza. Como pudimos analizar, áreas fundamentales en el proceso de enseñanza-aprendizaje se han visto afectadas por este tipo de evaluaciones: contracción curricular, énfasis en los contenidos a ser evaluados, que va en desmedro de otras disciplinas. Identificamos, además acciones discriminatorias hacia grupos de estudiantes en dificultad dentro de los establecimientos y selección de matrículas. Otra área fuertemente afectada es el cuerpo docente; el estudio nos mostró que los profesores inmersos en sistemas de evaluaciones estandarizadas de « accountability dure » se sienten fuertemente presionados y que eso los lleva a padecer de estrés y de desmotivación laboral.

Podemos afirmar que los riesgos que conlleva un sistema de educación donde las evaluaciones estandarizadas ejercen fuertes presiones puede generar efectos negativos en la educación. El desafío sería poder generar indicadores que retroalimenten al sistema de educación, entregando información pertinente a los establecimientos y a los profesores. Para nuestro estudio retenemos tanto los supuestos positivos como los efectos negativos, pues ambos nos permiten construir una visión crítica sobre los impactos de un sistema de evaluación. Además, nos preguntamos si, en el contexto nacional chileno, los establecimientos educacionales y los profesores sienten tales presiones por obtener buenos resultados y si estas presiones se reflejen de alguna forma en las instituciones y en las prácticas docentes. Para esto, nos parece interesante considerar también en este estudio preliminar, un trabajo hecho por la OCDE sobre la evaluación SIMCE, incluso si pensamos que la OCDE es ella misma que organiza la evaluación PISA tiene un a priori favorable para tales evaluaciones. Presentamos a continuación lo que retenemos de este estudio.

2.4.4 Visión de la OCDE sobre la evaluación SIMCE

Este estudio titulado "*Revisión de Políticas Nacionales de Educación"* fue publicado en 2004 (OCDE 2004). Según esta institución, desde comienzos de los años 90 y hasta hoy en día el sistema educativo nacional ha realizado grandes esfuerzos para mejorar los niveles de enseñanza, y confirma que, a lo largo de este proceso, la evaluación SIMCE ha sido el instrumento más importante de medición de las políticas educacionales:

"En los años 90 la política educativa se ha definido por su orientación hacia el mejoramiento de los aprendizajes. Esta orientación ha puesto en el centro del debate, de un modo inédito en las políticas nacionales, los temas de la calidad de la enseñanza y el logro de resultados por los alumnos. El SIMCE ha sido la cara visible de la preocupación del Mineduc por hacer converger el esfuerzo de todo el sistema escolar hacia los aprendizajes de los alumnos." (*ibid.,* p. 90)

Para la OCDE, SIMCE a nivel de políticas educaciones cumple el rol de "*focalizador de intervenciones*" y por tanto tiene gran impacto a nivel nacional. El estudio identificó ciertas áreas donde la evaluación SIMCE ha sido una fuente de información, por medio de la cual se tomaron decisiones en dirección a mejorar la calidad de educación. Se destacan cinco áreas en las que SIMCE interviene: "*El área de Políticas educativas; Medios de comunicación, Docentes y escuela; Familias; Investigadores académicos." (ibid., p.97)*

<u>SIMCE y el área de políticas educativas:</u>

En el área de Políticas educativas, identifica una serie de medidas tomadas de acuerdo a los resultados de la evaluación SIMCE: tres procesos de reformas curriculares; un conjunto de programas de mejoramiento dirigidos a las escuelas en dificultad; el énfasis puesto en la formación continua; subvenciones por desempeño de los establecimientos y cambios salariales a los docentes. A continuación hacemos referencia a los aspectos que destaca el informe : (*ibid.,* p.89)

" Evaluación del logro del currículo: el SIMCE actúa como un termómetro, identificando la situación en que se encuentran los alumnos con relación a lo que se espera de ellos, conforme a lo que se establece en el Marco Curricular. El SIMCE permite detectar las áreas débiles, así como informar las normativas curriculares y su aplicación."

"Evaluación de políticas: aunque nunca es considerado como un indicador único, el MINEDUC utiliza los cambios en los puntajes SIMCE como un elemento

importante para determinar la efectividad de los programas de apoyo aplicados. Así por ejemplo, el P-900, el MECE-Rural y la Jornada Escolar Completa han recibido un fuerte respaldo a partir de las evaluaciones externas que identificaron aumentos en el SIMCE atribuibles a sus intervenciones."

"Diseño de políticas: a partir de las debilidades constatadas por el SIMCE, el Ministerio de Educación genera o redirección acciones, como por ejemplo, la Campaña Nacional de Lectura, Escritura y Matemática desde el año 2000, o los programas de perfeccionamiento en servicio de los docentes. En algunas ocasiones este uso lleva consigo la fijación de metas como ocurrió, por ejemplo, a principio de los años 90 cuando se estableció alcanzar un 70% en el SIMCE a nivel nacional."

"Incentivos a docentes: como se explicó en la sección sobre profesores, el Sistema Nacional de Evaluación del Desempeño de los Establecimientos Educacionales Subvencionados, SNED, se basa fundamentalmente en los puntajes SIMCE y su evolución, con el fin de jerarquizar los colegios y discernir los ganadores del bono salarial que se entregará a sus docentes."

Cada uno de estos aspectos ha sido paulatinamente puesto en marcha desde comienzos de los años 90. El estudio de la OCDE identifica dos grandes periodos: el primero, durante los años 1990 a 1995, según el estudio, se buscó asegurar la implementación eficaz de la reforma educacional, poniendo énfasis en mejorar : *"las condiciones laborales y profesionales para los docentes; las condiciones materiales y actualizadas para el aprendizaje; las condiciones técnicas e institucionales para renovar los métodos de enseñanza y gestión"* (p-900 y programas rurales; programas de mejoramiento educativo). El segundo periodo, entre los años 1996 y 2002, dentro del sistema escolar nacional se realizó una de las más importantes reformas curriculares de los últimos 25 años. A comienzos de 1996 se identificó una propuesta de trabajo fuerte en las áreas de: *"programas de mejoramiento más profundos (expansión de Enlaces, creación del programa Montegrande), y expansión de políticas de fortalecimiento de la profesión docente (actualización de la formación inicial, programas para estudiar en el extranjero, incentivos al desempeño colectivo de docentes por escuelas, según SNED)"(ibid., p.31-32)*

Durante este periodo de reforma, según el estudio, los esfuerzos fueron concentrados en ajustar los contenidos y objetivos de los programas de estudio, de tal modo que respondieran a las necesidades de la sociedad. Una nueva estructura curricular fue acordada para la educación básica en 1996, y otra para la educación media en 1998. Asimismo, el Ministerio de Educación desarrolló nuevos programas de estudio para la secuencia completa de kinder a 4° medio, los cuales fueron gradualmente implementados – un curso de enseñanza básica y un curso de enseñanza media cada año, entre 1997 y 2002. En educación Básica la reforma curricular (1996 - 2002) realizó cambios en la orientación y en los contenidos al interior de las materias y la OCDE identificó tres criterios de acción: "i) *cambio de un énfasis en contenidos a un énfasis en habilidades o competencias;* ii) *actualización y enriquecimiento de las materias, o exigencia de estándares de logro más altos en ellas;* iii) *asegurar la significación o relevancia del currículo en conexión con la vida de los estudiantes.* A estos tres criterios se enfatiza en el desarrollo de la siguientes habilidades y competencias: "*capacidad para la abstracción, pensamiento sistémico, experimentación y aprender a aprender, comunicación y trabajo colaborativo, resolución de problemas, manejo de la incertidumbre y adaptación al cambio. Finalmente, el nuevo currículo promueve el desarrollo de actitudes y hábitos cívicos sobre la base de los valores incuestionables de la democracia y los derechos humanos." (ibid., p.31)*

En la segunda mitad de 2000, luego de conocer los resultados obtenidos en mediciones nacionales e internacionales (SIMCE y TIMSS), la información obtenida de estas dos evaluaciones mostró que a nivel comparativo el nivel de logros en los aprendizajes estaba muy por debajo de los estándares internacionales y también nacionales. Estos resultados llevaron a poner más énfasis en la actividad de los docentes. Específicamente se buscó fortalecer dos pilares: el desarrollo de habilidades como; lectura, escritura y matemática encuadradas por el proyecto (LEM); y la capacitación de profesores de los diferentes dominios. Además se estableció la evaluación docente y requerimientos de desempeño específico.

Las políticas orientadas a la formación y desarrollo profesional docente comenzaron a concretizarse a comienzos de 1997, a través de estrategias basadas en los siguientes aspectos *(ibid., p.54-55)*:

"Capacitación a equipos docentes en las escuelas a través de diferentes modalidades de talleres de aprendizaje y reflexión." Esta estrategia fue puesta en marcha en escuelas o en grupos de escuelas. Los docentes se organizaron en comunidades de pares, las cuales eran apoyadas por el Ministerio de Educación a través de documentación, supervisión, reflexión, diseño, implementación y evaluación de las acciones.

"Capacitación masiva a través de cursos breves ofrecidos por instituciones especializadas para apropiarse del nuevo currículo." Dicha estrategia se canalizó a través del perfeccionamiento docente desde centros especializados. Desde 1997, se comenzó a trabajar los contenidos y enfoques disciplinarios más complejos de los programas de enseñanza básica y media, a partir de nuevas propuestas de orientaciones didácticas.

"Inversión y apoyos indirectos para la renovación de los centros de formación de docentes." Esta estrategia se hizo visible a través de *"pasantías al exterior y el fortalecimiento de la formación inicial docente."* El programa de pasantías al exterior comenzó en 1996 bajo el nombre de Programa de Becas en el Exterior para Profesores. Cada año un grupo de docentes fue seleccionado por el Ministerio de Educación para realizar visitas de estudio en universidades y centros educativos, con el objetivo de conocer prácticas escolares de excelencia como una forma de fortalecimiento de la profesión y de impulso a la innovación.

En 1997 se inicio el proceso de *"fortalecimiento de la formación inicial docente."* El primer paso fue la implementación de *"proyectos de estudios integrales",* los cuales consistieron en las redefiniciones curriculares, que privilegiarían las prácticas de los alumnos, y en proyectos institucionales fundados en el compromiso de vinculación con otras instituciones disciplinarias, con centros de investigación e igualmente sistemas escolares.

<u>SIMCE y los medios de comunicación</u>

En nuestro estudio ya hemos identificado el rol mediático de los medios de comunicación y hemos puesto en evidencia que la información que se entrega no siempre es completa, sino que es una parte de ella, además, de ser una información manipulada por intereses políticos en algunos casos. Esta situación ha sido capturada por el informe donde se señala que :*"En el marco general de mayor confrontación entre el gobierno y la oposición, a partir de la campaña presidencial de 1999 y de la entrega de resultados SIMCE de ese mismo año, hecha a mediados del 2000, la Reforma ha sido sometida a una permanente desacreditación, por los medios de comunicación y los centros académicos ligados a la oposición. Para su trabajo de crítica, la información proporcionada por el SIMCE ha sido vital." (ibid., p. 92)*

<u>SIMCE, docentes y escuelas:</u>

El informe destaca tres puntos sobre los docentes y las escuelas frente a la evaluación SIMCE. La primera constatación que entrega es que los profesores consideraban inicialmente a SIMCE *"como un ejercicio externo de control y mostraron cierta desconfianza hacia la evaluación".* La segunda observación se sitúa a nivel de los establecimientos, donde se percibe la dificultad de involucrar a todo el conjunto docente pues son solo algunas disciplinas las que son evaluadas, lo que hace que la responsabilidad recaiga sobre los docentes de estas disciplinas. En tercer lugar, el informe destaca la falta de contenido explotable de los informes de resultados entregados por la evaluación SIMCE, para mejorar las prácticas de aula. Este último punto la OCDE lo destaca dentro de su informe añadiendo lo siguiente : *"Sólo en los últimos años se ha puesto más cuidado en que los reportes a las escuelas ayuden a los docentes a su trabajo pedagógico, pero este esfuerzo encuentra algunas limitaciones importantes." (ibid., p.93)*

Para nuestra investigación el informe de la OCDE no nos proporciona información sobre cuales son las acciones concretas a nivel de docentes y de escuelas realizadas frente a la evaluación SIMCE. Lo que confirma el informe es la presión que resienten los establecimientos por tener buenos resultados, a respecto señalan que : *"SIMCE se ha convertido en una presión fáctica hacia las escuelas, tanto por los incentivos y programas de la Reforma, como por incentivos de los sostenedores y una cierta* *fracción de apoderados que lo usan como criterio de elección. Muchas escuelas se promocionan hacia la comunidad por sus resultados en el SIMCE." (ibid., p.93)*

SIMCE, las familias y el mercado

Se identificó que a nivel de padres el deseo por conocer los resultados SIMCE era fuertemente asociado a la clase socioeconómica. De los datos complementarios que recopila SIMCE, se reconoció que *"el 12% y 13% de las familias de nivel bajo o medio bajo respectivamente, dijo conocer los resultados SIMCE, entre las familias de nivel medio alto y alto este conocimiento se elevaba a 46% y 48% respectivamente. Es decir, el conocimiento del SIMCE es 4 veces mayor entre las familias de más recursos que en las más pobres, pero en todos los grupos, la mayoría de los padres no conoce los resultados SIMCE de su establecimiento"* (*ibid.,* p.94) A pesar de esos resultados, la OCDE afirma que es poco probable que SIMCE haya influido en las decisiones de matrícula de las familias, ya que sólo el 17% de los padres de estudiantes de educación básica estuvieron totalmente de acuerdo en que *"los resultados SIMCE influyeron en su decisión de matricular a su hijo en este establecimiento",* y frente a la misma pregunta el 30% de los padres estuvo totalmente en desacuerdo.

SIMCE y los investigadores académicos: el debate

La OCDE identificó que en el campo de la investigación educativa se utiliza intensivamente la información del SIMCE. Inicialmente esta fue analizada a nivel de comunas o escuelas, luego se ha abierto la posibilidad del análisis a nivel de alumnos o cursos, con lo cual las estimaciones se han refinado y precisado bastante. Ante la evidencia de que los puntajes SIMCE aumentan muy levemente, el debate experto ha enunciado algunas explicaciones, entre ellas:

"Expectativas excesivas: al pretender mejorar tan aceleradamente los logros de aprendizaje a nivel del país; sin embargo, los resultados obtenidos son "razonables" a la luz de la experiencia internacional."

“Error de diagnóstico: la Reforma subvaloró la envergadura y profundidad o rigidez de la desigualdad existente.”

“Falta de validez de la información: dado que en el mismo período se ha introducido una importante reforma curricular y un cambio en el sistema de evaluación.”

“Insuficiencia de la información: el SIMCE es una medida parcial de los cambios generados por la Reforma, puesto que no evalúa todos los sectores de aprendizaje ni el conjunto de las habilidades y capacidades estimuladas en los alumnos.”

“Tiempo: no se puede aún pretender obtener resultados a nivel nacional, si las políticas de mayor tiempo de ejecución han estado focalizadas todas en los sectores más pobres, en tanto las medidas universales de la Reforma son de reciente aplicación.”(ibid., p. 91)

Los puntos en cuestión dan la impresión que la evaluación SIMCE sería un instrumento fiable y valido dentro del sistema educativo chileno. Los cuestionamientos o puntos de debate se sitúan a nivel de la organización nacional. Se pone énfasis principalmente en procesos macro-didácticos como son la puesta en marcha de la reforma, los tiempos necesarios para la implementación, la relación entre la evaluación y la implementación de las reformas curriculares. Los puntos del debate no consideran cuestiones del orden enseñanza-aprendizaje. Tampoco se mencionan cuestionamientos propios que vienen de la mano de un sistema de evaluación estandarizado a gran escala, como cuestionar lo que realmente evalúa SIMCE, el rol que juegan los medios de comunicación, la necesidad de poseer un instrumento de evaluación que enriquezca el análisis de resultados, el hecho que SIMCE es el único instrumento que cumple el rol de estándar de medición, cómo afecta o influencia precisamente SIMCE a los establecimiento educativos y a las prácticas docentes.

El comité de expertos de la OCDE, retoma y prolonga estos puntos de debate presentando cuestionamientos que han surgido de las investigaciones sobre las evaluaciones estandarizadas a gran escala (PISA, TIMSS) precisamente sobre la fiabilidad y validez del instrumento de evaluación y sobre los procesos de enseñanza, particularmente las prácticas docentes, y los aprendizajes de los estudiantes. Las preguntas de investigación que ellos plantean son las siguientes: "*¿Cuál es el mecanismo o modo más eficiente para lograr que un sistema de medición de la calidad sea también una palanca de mejoramiento de la calidad de los aprendizajes?, ¿Cómo hacer del sistema de evaluación de resultados de aprendizaje una palanca de desarrollo profesional docente?, ¿Cómo hacer para que la información que produce sea de directo uso por los docentes para la mejora de sus prácticas de enseñanza?"(ibid., p.95)*

2.4.5 Conclusiones parciales

A través de estas secciones sobre las evaluaciones estandarizadas hemos constatado la importancia que tienen los sistemas de evaluación estandarizados hoy en día. Pudimos confirmar que las evaluaciones sean internacionales o nacionales, provocan impacto en los sistemas educacionales nacionales. Continuando con este tema central en nuestra investigación, subrayamos cuatro hechos :

- Primero, la necesidad de realizar investigaciones locales que puedan complementar los informes entregados por las evaluaciones a gran escala. Investigaciones locales que permitan estudiar de forma detallada las relaciones de causalidad del rendimiento de los estudiantes y retroalimentar el sistema educativo teniendo en consideración las necesidades reales de una población local.
- Segundo, la necesidad de tomar en cuenta la complejidad de estos instrumentos de evaluación, sus límites y sus potencialidades. Los límites y potencialidades de un instrumento de evaluación es lo que queremos poner en evidencia, reconociendo que sólo abarcaremos algunos aspectos del sistema detallados en la metodología del estudio.
- Tercero, los diversos efectos negativos puestos en evidencia por el estudio de Mons (2009). Los cuales tendremos presentes en las experimentaciones que realizaremos en nuestro trabajo de terreno.
- Cuarto, el hecho que tanto a nivel internacional como nacional, los impactos son muy diversos y se sitúan a los diferentes niveles de la escala

de co-determinaciones didácticas. Son por ejemplo muy visibles los efectos a nivel de las políticas educativas, siendo en algunos casos de gran envergadura como reformas curriculares y implementación de sistemas de evaluación de referencia paralelos a los sistema de evaluación internacional. En el caso de Chile, el informe de la OCDE muestra por ejemplo el gran número de decisiones impactadas por SIMCE a nivel de las políticas educativas y la importancia de su impacto. Y a pesar de una posición a priori favorable al pilotaje de los sistemas educativos por tales evaluaciones, no obstante, expresa su cuestionamiento sobre cómo la evaluación SIMCE puede ser utilizada para mejorar lo aprendizajes y el desarrollo docente.

2.5 CONCLUSIONES

En este capítulo, presentamos primero el marco teórico principal de esta investigación, la teoría antropológica de lo didáctico, las razones que nos condujeron a hacer esta elección, y las principales nociones de esta teoría que vamos a utilizar: institución, praxeologías matemáticas y didácticas, momentos del estudio, jerarquía de niveles de co-determinación didáctica nuestros marcos teóricos.

Explicamos también el porqué prestamos particular atención en esta investigación al dominio de la geometría y de las magnitudes, nos parece importante asociar al marco teórico de la TAD, el marco de los paradigmas geométricos, un marco infra-didáctico, que nos ayudará a diferenciar los diferentes tipos de geometría en juego en la enseñanza y las evaluaciones. Luego revisamos un conjunto de investigaciones sobre geometría, más particularmente, sobre dos magnitudes área y volumen que tienen un rol importante en el programa de estudio y las evaluaciones que vamos a considerar. Esta revisión nos permite apuntar las relaciones complejas existentes entre magnitudes geométricas, medidas y números, tal como la importancia de prestar atención al carácter unidimensional y multidimensional de las áreas y volúmenes, complementando la referencia teórica a los paradigmas geométricos para analizar tanto el programa de estudio como las tareas geométricas propuestas en las evaluaciones y las sesiones de clase de geometría observadas.

Finalmente, el estudio de las evaluaciones estandarizadas nos permite constatar desde los niveles superiores de la esfera social la importancia que tienen en los sistemas educaciones hoy en día. La identificación de diferentes puntos de vista sobre los sistemas de evaluaciones estandarizados enriquece nuestro estudio, debido a que las diferentes perspectivas de cómo fueron estudiadas estas evaluaciones nos entregan diferentes aspectos a considerar en nuestra investigación. Los meta-estudios en que nos hemos apoyado han también permitido identificar diversos niveles y formas de impacto de las evaluaciones sobre los sistemas educativos, identificar también riesgos asociados a estas evaluaciones, que nos van a guiar al momento de estudiar la evaluación SIMCE. A partir del estudio de la OCDE, hemos también conocido la visión internacional de una organización a priori favorable a este tipo de evaluación sobre el impacto de la evaluación SIMCE a nivel nacional que podremos cuestionar en nuestro trabajo desde una perspectiva didáctica.

3 ESTUDIO COMPARATIVO DE LAS EVALUACIONES ESTANDARIZADAS

3.1 INTRODUCCIÓN

Los sistemas educativos se encuentran cada vez más sometidos a las presiones de evaluaciones y al establecimiento de criterios que buscan evaluar la eficacia y el impacto de las políticas educativas. Por tal motivo hemos considerado la necesidad de estudiar la evaluación SIMCE situándola dentro de un contexto macro-didáctico, según los niveles de co-determinación didáctica (cf. § 2.2.1.3). De tal modo, hoy en día SIMCE no puede ser visto como un objeto aislado, sino como una evaluación dentro de un conjunto de objetos que desempeñan papeles similares y cuyo diseño y uso se ve influido por ello. Tal como lo señala Bodin actualmente los sistemas educativos no se quedan al margen las evaluaciones a gran escala, sino que adhieren a ellas. Al resto él señala que : *« Dans la plupart des pays, en résonance avec ces études et souvent en s'appuyant sur des cadres de référence proches, on voit se mettre en place des évaluations nationales sur échantillons ou portant sur l'ensemble des élèves d'un ou plusieurs niveaux scolaires. Même les pays qui ne participent pas directement à ces études sont influencés par elles. En effet, les institutions internationales (EMS, Banque Mondiale,...) leur demandent de mettre en place des évaluations nationales, ce qui les amène inévitablement à emprunter aux cadres de référence des études internationales. »* (Bodin 2009, p 4-5)

Teniendo en cuenta el contexto globalizador en que se sitúan hoy en día las evaluaciones estandarizadas, nos interesamos en conocer ¿cómo se sitúa la evaluación SIMCE en relación a otras evaluaciones estandarizadas como PISA, TIMSS y SERCE? Para abordar esta pregunta sabemos que cada evaluación representa en sí misma un contexto el cual identificamos, poniendo en evidencia las particularidades de cada evaluación. Partiendo de esto, determinamos similitudes y diferencias que portan las evaluaciones desde una perspectiva comparativa.

De manera particular nos hemos propuesto como objetivos para este capítulo:

1. Caracterizar cada evaluación considerando el contexto a través del cual define y organiza su evaluación.
2. Identificar aspectos que constituyen cada evaluación y que son posibles de ser comparados entre ellas.
3. Determinar cómo se sitúa la evaluación SIMCE en relación a las otras evaluaciones y cómo ellas la influencian.

Como ya anticipamos, en el presente capítulo analizamos cuatro tipos de evaluaciones a gran escala: dos evaluaciones internacionales, PISA y TIMSS, una evaluación regional, SERCE y una evaluación local, SIMCE.

Para llevar a cabo nuestro estudio utilizamos la herramienta de análisis comparativo propuesta por Artigue y Winslow (2010) basada en los niveles de co-determinación didáctica (cf.§ 2.2.1.3). Específicamente nos centraremos en los aspectos de comparabilidad y correlaciones entre mismos niveles de co-determinación y diferentes contextos. La articulación entre las categorías, criterios y visión de la enseñanza de las matemáticas es a nivel vertical, dado que las comparaciones se realizan por cada evaluación, es decir, el mismo contexto y diferentes niveles. Tal estudio nos permite posicionar nuestra investigación desde un nivel macro-didáctico.

3.2 METODOLOGÍA

Para realizar nuestro estudio analizamos diferentes documentos emitidos por las instituciones encargadas de las evaluaciones. Hemos podido acceder a varios tipos de documentos: aquellos que corresponden a los ejercicios liberados; aquellos que describen el marco teórico de la evaluación; los que realizan comparaciones de los resultados a gran escala como es el caso de PISA y TIMSS. Para nuestro estudio hemos considerado los documentos sobre los ejercicios liberados y/o aquellos donde se presentan los marcos teóricos. Las evaluaciones PISA y TIMSS, además poseen documentos específicos destinados a informar a los países que participan de su evaluación. LLECE, solamente cuenta con un informe donde incluye los aspectos descritos en el párrafo anterior. SIMCE no cuenta con un documento general que presente la evaluación. Esta evaluación posee diferentes informes, mayoritariamente sobre los resultados. También, la evaluación cuenta con otros documentos muy sintéticos dirigidos a los establecimientos para informar sobre que se evaluará y cuales fueron sus resultados. Mucha de la información que SIMCE proporciona se encuentra en su sitio web (www.simce.cl) y en otros casos simplemente hace referencia a documentos emitidos por el ministerio de educación. Luego de un primer análisis de los documentos seleccionado identificamos estructuras comunes entre las evaluaciones, aunque en diferentes grados de complejidad. Esto nos lleva a estructurar nuestro estudio en dos grandes secciones:

En la primera sección presentamos de manera sintética las características de cada evaluación. Enseguida analizamos el discurso sobre la visión de la enseñanza de las matemáticas que porta cada evaluación, rescatando los aspectos comparables. Los aspectos que describimos dentro de esta sección se sitúan principalmente en el nivel 8, según la escala de jerarquía de co-determinaciones, transnacional para PISA, TIMSS, LLECE y nacional para SIMCE. Complementamos este primer estudio con el análisis de las categorías estructurales que comporta cada evaluación. En este punto el análisis se centra principalmente en el nivel 5 : la disciplina y en sus subniveles. De la misma manera presentamos este análisis de las categorías estructurales desde una perspectiva comparativa.

En la segunda sección nos centramos en el análisis comparativo de las tareas accesibles propuestas por cada evaluación. En este punto del estudio nos enfocamos en las tareas de los contenidos geometría y magnitudes geométricas. Exploramos la posibilidad de caracterizar estas tareas por evaluación para luego compararlas precisando sus similitudes y diferencias. En el Anexo A presentamos ejemplos de tareas para cada una de las evaluaciones consideradas (cf. § 9 Anexo A).

3.3 Características Generales de las Evaluaciones

Como acabamos de señalar comenzamos nuestro estudio de las evaluaciones estandarizadas presentando las características generales de cada una de ellas. Las dos primeras secciones, características generales y visión matemática, que presentamos a continuación nos permiten continuar el estudio teniendo en cuenta el contexto en el cual cada evaluación se define y estructura. Comenzamos dando a conocer las características de la evaluación PISA.

3.3.1 PISA

Esta evaluación corresponde a la sigla en inglés, *Program for International Student Assessment*, es decir, Programa para la Evaluación Internacional de Alumnos (PISA).

Se trata de un proyecto de la OCDE (Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico) cuyo objetivo es evaluar la preparación para la vida futura de los alumnos cuando llegan al final de la etapa de enseñanza obligatoria, hacia los 15 años. La evaluación cubre principalmente las áreas de lectura, matemáticas y ciencias. La evaluación PISA es aplicada cada tres años. En cada evaluación, PISA se centra en una área en particular. En una primera fase se centraron en evaluar: la lectura (en 2000), las matemáticas (en 2003) y las ciencias (en 2006), siendo también la resolución de problemas un área temática especial en PISA 2003. En la segunda fase las áreas evaluadas fueron en lectura (en 2009) en matemáticas (en 2012) y serán las ciencias en 2015. Nosotros nos interesamos a las evaluaciones del 2003 y 2012 que corresponden a las matemáticas.

Para la realización de PISA se utilizan muestras representativas de entre 4,500 y 10,000 estudiantes por país. Este tamaño de la muestra permite obtener inferencias de un país en su totalidad pero no permite necesariamente entregar conclusiones por región o estado. Los países participantes han ido aumentando al transcursos de los años. En la primera fase participaron 32 países, actualmente en la evaluación del 2012 fueron 67 países[3].

3.3.2 TIMSS

El Estudio Internacional de Tendencias en Matemáticas y Ciencias (TIMSS) es uno de los proyectos de la *International Association for the Evaluation of Educational Achievement* (IEA) que tiene por objetivo general medir los logros de los estudiantes en esas áreas en el ámbito internacional.

---

[3] OECD: http://www.oecd.org

TIMSS es un estudio de carácter curricular, cuyo objetivo específico es evaluar los temas que cubren su marco de referencia construidos a partir de los currículos vigentes de los países participantes. A través de la aplicación de una serie de instrumentos, TIMSS espera medir cuánto de los currículos prescritos para matemáticas y ciencias se puede considerar como implementado por los profesores y, de acuerdo con los resultados obtenidos por los estudiantes, cuánto se puede considerar como logrado.

La evaluación TIMSS comenzó en el año 1995, luego desde 1999 se ha realizado cada 4 años (2003, 2007, 2011), siendo el próximo en 2015. Ella evalúa a estudiantes en 4to (9-10 años) y 8avo (13-14 años) años de la escolaridad. En 2011, la última evaluación incluyo a más de 60 países[4] de diferentes continentes y aproximadamente 500.000 estudiantes en total participaron de esta evaluación.

3.3.3 SERCE

Esta evaluación, SERCE, corresponde al *Segundo Estudio Regional Comparativo y Explicativo*) se encuentra a cargo de LLECE, *Laboratorio Latinoamericano de Evaluación de la Calidad de la Educación de América Latina*, el cual es coordinado por la Oficina Regional de Educación de la UNESCO para América Latina y el Caribe(OREALC/UNESO Santiago), con sede en Santiago de Chile.

El objetivo principal de los estudios realizados es entregar información precisa sobre cómo optimizar los aprendizajes de los estudiantes, especialmente de aquellos que por diferentes causas, están en desventaja social. SERCE define su trabajo como: *"en la producción de información sobre logros de aprendizajes de los alumnos y analizar los factores asociados a dichos aprendizajes. En entregar apoyo y asesoraría a las unidades de medición y evaluación de los países, y a la reflexión, debate e intercambio de nuevos enfoques en evaluación educativa"* (SERCE 2009, p.13).

[4] http://timssandpirls.bc.edu/

LLECE ha coordinado dos evaluaciones internacionales. En 1997 realizó el *Primer Estudio Internacional Comparativo* (PEIC) sobre Lenguaje, Matemática y Factores Asociados, para alumnos del 3er y 6to grado de primaria (8 y 11 años de edad). En el 2006, se realizó el *Segundo Estudio Regional Comparativo y Explicativo* (SERCE), en el cual se evaluaron las áreas de Comunicación y Lógico Matemática, en tercer grado de primaria, y, Comunicación, Lógica Matemática y Ciencias, en 3er y 6to grado de primaria. Los países que participaron fueron: Argentina, Brasil, Chile, Colombia, Costa Rica, Cuba, Ecuador, El Salvador, Guatemala, México, Nicaragua, Panamá, Paraguay, Perú, República Dominicana, Uruguay y Estado de León. La información que se recolectó fue de casi 200 000 estudiantes, y más de 3 000 escuelas de los dieciséis países.

3.3.4 SIMCE

La evaluación SIMCE, *Sistema de Medición de Calidad de la Educación*, es una evaluación a nivel nacional, a cargo del Ministerio de Educación de Chile, que evalúa el currículo. Más precisamente, el propósito que esta evaluación nacional explicito es el siguiente: *"contribuir al mejoramiento de la calidad y equidad de la educación, informando sobre el desempeño de los estudiantes en diferentes subsectores del currículum nacional, y relacionándolos con el contexto escolar y social en el que ellos aprenden"* (mineduc.cl).

La evaluación, evalúa actualmente las disciplinas de Lenguaje y Comunicación (Lectura y Escritura); Matemática; Ciencias Naturales; Historia, Geografía y Ciencias Sociales; Inglés y Educación Física.

SIMCE hasta el año 2006 evalúo a todos los alumnos de 4° Básico (9 años) y se alternan los de 8° Básico (13 años) y 2° Medio (15 años) del país. Actualmente, se incorporó a los estudiantes de 2do (7 años) y 6to (11 años) año básico, y 3er año de secundaria. Cada año la cantidad de estudiantes varia, ya que no todos los años se evalúa el mismo nivel, incluso no siempre en un nivel se evalúan todas las disciplinas mencionadas con anterioridad.

3.4 VISIÓN DE LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICA EN LAS EVALUACIONES ESTANDARIZADAS

Como mencionamos en la introducción del capítulo los sistemas de evaluación se encuentran dentro de un sistema globalizador, lo que les permite influenciarse las unas con las otras desde el más alto nivel de co-determinación, el nivel supra-nacional. Para comprender las influencias nos es necesario conocer primeramente el discurso sobre la visión de la enseñanza de las matemáticas que cada evaluación ha desarrollado para construir su marco teórico. De manera general las evaluaciones no explicitan su visión matemática, pero a través de su discurso indirectamente reflejan su visión sobre las matemáticas que quiere evaluar.

3.4.1 PISA

Para la evaluación PISA la visión de la enseñanza de las matemáticas la expresan a través del concepto que han definido como *"cultura matemática"*. La primera definición de la cultura matemática fue en 2003 y redefinida en 2012 con ligeros cambios. En la definición de 2012 principalmente se detallan las competencias matemáticas y el rol que juegan las matemáticas en la comprensión del mundo. En 2003 la definición es la siguiente "*L'attitude d'un individu à identifier et à comprendre le rôle joué par les mathematiques dans le monde, à porter des jugements fondés à leur propos et à s'engager dans des activités mathématique, en function des exigences de sa vie eb tant que citoyen constructif, impliqué et réfléchi."* (PISA, 2003 p. 2003) En 2012 se define este concepto como "*La culture mathématique est l'aptitude d'un individu à formuler, employer et interpréter des mathématiques dans un éventail de contextes, soit de se livrer à un raisonnement mathématique et d'utiliser des concepts, procédures, faits et outils mathématiques pour décrire, expliquer et prévoir des phénomènes. Elle aide les individus à comprendre le rôle que les mathématiques jouent dans le monde et à se comporter en citoyens constructifs, engagés et réfléchis, c'est-à- dire à poser des jugements et à prendre des décisions en toute connaissance de cause."* Complementan esta definición insistiendo en el hecho que las matemáticas deben ser utiles en la vida real y que para ello es esencial comprender los fenómenos que les permitiran realizar argumentar y tomar decisiones. Al respecto ellos citan lo siguiente:*" l'importance des mathématiques pour participer* *pleinement à la vie de la société et précise que cette importance découle de la façon dont les mathématiques peuvent être utilisées pour décrire, expliquer et prévoir de nombreux types de phénomènes. La compréhension de phénomènes est à la base du processus à mener pour poser des jugements fondés et prendre des décisions éclairées »* (PISA, 2012, p.27).

PISA señala que el modelo curricular diseñado en función de contenidos curriculares escolares de matemáticas y de ciencias fue marcado por la necesidad de servir de base para la formación profesional de un reducido número de matemáticos, científicos e ingenieros, contrario a lo que actualmente se impone, que es el desarrollo personal, el empleo y la plena participación en la sociedad. Este nuevo paradigma llevó a PISA a definir el dominio de las matemáticas desde una visión de ciudadano que construye y se implica en la sociedad. A continuación presentamos de manera general la relación entre la cultura matemática y el dominio de matemática, según PISA: *« Comprendre les mathématiques est essentiel pour préparer les jeunes à vivre dans une société moderne. Il faut s'appuyer sur un certain degré de compréhension des mathématiques et sur des facultés de raisonnement mathématique et d'utilisation des mathématiques pour pouvoir appréhender un nombre croissant de situations et de problèmes qui surviennent dans la vie courante, y compris dans le cadre professionnel, et pouvoir y faire face. Les mathématiques sont un outil indispensable pour permettre aux jeunes d'appréhender les problèmes qui surviennent dans différents contextes – personnel, professionnel, sociétal ou scientifique. Il est important d'expliquer ici que le construct de culture mathématique, qui est utilisé dans ce rapport pour évoquer la capacité des individus à formuler, employer et interpréter les mathématiques dans divers contextes, ne peut s'assimiler à un niveau minimal, peu élevé, de connaissances et compétences. Au contraire, ce construct cherche à définir la capacité des individus à mener un raisonnement mathématique et à utiliser des concepts, procédures, faits et outils mathématiques pour décrire, expliquer et prévoir des phénomènes. Le construct PISA de culture mathématique insiste fortement sur la nécessité de développer chez les élèves la faculté d'utiliser les mathématiques en contexte ; il est important qu'ils vivent de riches expériences lors de leurs cours de mathématiques pour y parvenir. »* (PISA 2012, p.26)

De manera concreta PISA presenta a los alumnos tareas que se sitúan en diferentes situaciones de la vida real. Estas tareas son diseñadas de tal forma que los aspectos matemáticos sean de verdadera utilidad para resolver el problema. Al respecto PISA explicita lo siguiente: *"la culture mathématique s'exprime dans le contexte d'un défi ou d'un problème qui se pose dans le monde réel. Dans ce cadre, ces défis ou problèmes se caractérisent en fonction de deux dimensions. La première dimension est le contexte – dont les catégories sont décrites ci-après – qui identifie le domaine de la vie dans lequel le problème se produit. Le contexte peut être personnel, auquel cas les problèmes ou défis sont ceux qu'un individu peut rencontrer dans sa vie personnelle ou familiale, ou ses relations avec des proches. Les problèmes peuvent aussi s'inscrire dans un contexte sociétal (la communauté locale, nationale ou mondiale), professionnel (en rapport avec le monde du travail) ou scientifique (en rapport avec l'application des mathématiques au monde naturel ou technologique). La seconde dimension qui caractérise les problèmes ou les défis est la nature du phénomène mathématique qui les sous-tend"* (PISA 2012, p.28).

PISA espera que a través de la cultura matemática los estudiantes pueden reflejar la manera en que utilizan sus conocimientos y competencias matemáticas para resolver tareas. Para esto PISA ha diseñado una estructura inspirada en la idea de mundo real para evaluar la cultura matemática, por medio de tareas que se encuentran en situaciones y contextos diversos, y que a priori tienen relación con experiencias vividas por los estudiantes.

3.4.2 TIMSS

TIMSS es un estudio curricular que integra los currículos nacionales para establecer su marco de evaluación. TIMSS considera el currículo como el principal concepto organizador del proceso de enseñanza y aprendizaje y como el regulador de las oportunidades educacionales de los estudiantes. Bajo esta perspectiva encontramos un discurso que expresa de manera general su visión matemática: *" Los estudiantes deben recibir una educación que les permita reconocer las Matemáticas como un gran logro de la humanidad, así como apreciar su naturaleza. Sin embargo, el aprendizaje de esta disciplina no es la razón más importante para su inclusión en el* *currículo. Para entender que las Matemáticas constituyen una parte fundamental en la escolarización, entre otras razones está el conocimiento, cada vez más extendido, de que la eficacia en la vida cotidiana y el éxito en el puesto de trabajo aumentan mucho gracias al conocimiento y, lo que es más importante, al uso de las Matemáticas."* (TIMSS 2011, p. 23) Destacamos una visión bastante general de las matemáticas como obra humana para pasar a una justificación más utilitarista otorgando una gran espacio al currículo.

TIMSS ha construido un modelo para evaluar el currículo considerando tres aspectos *: "el currículo pretendido, el aplicado y el obtenido"* (TIMSS 2011, p.16). A partir de estos aspectos TIMSS señala que es posible evaluar : *" las Matemáticas y las Ciencias que la sociedad pretende que aprendan los alumnos y como debería organizarse el sistema educativo para facilitar este aprendizaje; lo que realmente se imparte en las aulas, de manos de quien y como se lleva a cabo; y, por ultimo, que es lo que han aprendido los alumnos y que piensan de estas materias*" (TIMSS 2011, p.16). El hecho que quiera evaluar el currículo la organización de la evaluación se realiza a partir de los dominios, sectores y temas curriculares clásicos.

Podemos concluir que TIMSS es una evaluación que pone en valor el conocimiento de las matemáticas y que los estudiantes sean capaces de utilizarlos.

3.4.3 SERCE

LLECE ha diseñado un marco conceptual para guiar la construcción de la evaluación SERCE. Esta construcción es mediante la utilización de marcos curriculares comunes de los países de América Latina y el Caribe participantes del estudio. No obstante, a la consideración del currículo la evaluación construye las tareas bajo un enfoque de habilidades para la vida. SERCE, espera que estas habilidades sean desarrolladas a través de la resolución de problemas. Para esto tiene un enfoque específico, donde "*la enseñanza de la Matemática debe proporcionar al estudiante herramientas que le permitan interactuar exitosamente en sociedad, y sentar las bases para que desarrolle habilidades matemáticas a lo largo de toda la vida"* (SERCE 2009, p.56).

La concretización de su marco conceptual, es realizado mediante la consideración de dos enfoques. El primero, es un currículo consensual, que les permite establecer tres categorías: disciplinarias, pedagógicas y evaluativas. A partir de ellas definir dominios conceptuales y procesos cognitivos. El segundo enfoque, y el que nos interesa en este momento, es el enfoque sobre las habilidades para la vida que tienen como propósito: *"fomentarse destrezas, valores y actitudes para que los estudiantes desarrollen su potencial, hagan frente a situaciones y las resuelvan, tomen decisiones utilizando información disponible, y defiendan y argumenten sus puntos de vista"* (SERCE 2008, p.57). SERCE centra su discurso de la visión de la enseñanza de las matemáticas en el desarrollo de habilidades que permiten al estudiante comprender y actuar en la sociedad de forma activa. Una forma de propiciar el desarrollo de habilidades, de acuerdo a SERCE, es por medio de la resolución de problemas, que favorece el desarrollo del pensamiento lógico matemático (que exige poner en juego y en contexto diferentes tipos y niveles de razonamiento). Además, capacita a los estudiantes para actuar en variadas situaciones de la vida diaria.

A través de estos dos enfoques SERCE promueve las matemáticas desde la siguiente perspectiva: *"la enseñanza y el aprendizaje de la Matemática debe pretender y generar las condiciones para que los estudiantes tengan la posibilidad de interpretar datos, establecer relaciones, poner en juego conceptos matemáticos, analizar regularidades, establecer patrones de cambio, planificar estrategias de solución, registrar procedimientos utilizados, analizar la razonabilidad de resultados, así como argumentar y defender posiciones propias, entre otros"* (SERCE 2008, p. 57). La visión de la enseñanza de las matemáticas al servicio de la vida en sociedad y de la integración social.

3.4.4 SIMCE

La evaluación SIMCE se diferencia completamente de las tres evaluaciones anteriormente presentadas, debido a que ella no cuenta con un documento general que entregue información sobre los aspectos teóricos o conceptuales utilizados para el diseño del instrumento de evaluación. Consecuentemente, no existe un discurso explícito sobre la visión de la enseñanza de las matemáticas que se espera evaluar en los estudiantes. A pesar de esto existe cierta información en su sitio web *simce.cl*. El documento titulado "*Orientaciones para el docente"* (2013) ratificamos que SIMCE, es una evaluación que mide los aprendizajes curriculares: "*Las pruebas SIMCE 8° Básico 2009 evaluarán los Objetivos Fundamentales y Contenidos Mínimos Obligatorios (OF-CMO Decreto No 232 del año 2002), que se mantendrán presentes en el ajuste del Marco Curricular aprobado recientemente.*" (OD 2013. p 24)

Este documento incorpora la descripción de cada dominio (números, álgebra, geometría, datos y azar) en términos de habilidades. Por ejemplo, en geometría, se espera que los estudiantes sean capaces de *"analizar las condiciones necesarias para construir un triángulo a partir de las medidas de sus lados y de sus ángulos; verificar el teorema de Pitágoras y aplicarlo en contextos diversos"* (OD, 2013, p. 25). Además, se señala el énfasis en la resolución de problemas siendo una habilidad de razonamiento central y transversal en los dominios matemáticos. Esta habilidad es definida como: *"En el razonamiento matemático los estudiantes deberán poner en juego habilidades para resolver problemas rutinarios y no rutinarios; seleccionar procedimientos de solución; analizar datos; modelar y representar situaciones a través de ecuaciones y funciones; verificar la validez de conjeturas, y relaciones; argumentar afirmaciones utilizando la matemática, y comunicar conclusiones."* (OD 2013, p 25) Constatamos que existe un énfasis en la resolución de problemas y en particular en la resolución de problemas rutinarios y no rutinarios. Además, interpretamos que existe la intención de evaluar habilidades en los estudiantes mediante tareas no rutinarias, lo que nos hace considerar la intención de fomentar la utilidad de las matemáticas en la vida cotidiana. Para comprender la visión de la enseñanza de las matemáticas de esta evaluación nos será necesario reformular estas ideas al momento de análisis su marco de referencia. Además, las tareas nos permitirán conocer que tareas se pueden considerar como problemas no rutinarios.

Síntesis de la visión de la enseñanza de las matemáticas

Los discursos sobre la visión de la enseñanza de las matemáticas son diferentes entre las evaluaciones. Observamos que la evaluación PISA define claramente su visión matemática. En torno a esta visión, PISA ha creado un marco teórico que permite poner en relación los aprendizajes de los estudiantes con su visión de la enseñanza de las matemáticas. En la evaluación SERCE, también encontramos un discurso sobre su visión de la enseñanza de las matemáticas que apunta al desarrollo de habilidades y competencias para la vida. En el caso de las evaluaciones TIMSS y SIMCE, son evaluaciones que evalúan un currículo; una a nivel internacional y otra a nivel nacional. TIMSS, señala en su discurso la importancia del conocimiento matemático y de su uso. De la evaluación SIMCE sabemos que evalúa el currículo y que no explícita una visión matemáticas. Solamente nos pudimos hacer una idea general al considerar las habilidades que espera evaluar. En síntesis, PISA y SERCE expresan la visión de la disciplina de matemática mediante la evaluación del desarrollo de competencia matemáticas. En contraposición, las evaluaciones TIMSS y SIMCE evalúan la cobertura curricular. El objetivo de estas dos últimas evaluaciones giran en torno a la idea de indicador que muestra la apropiación del currículo prescrito.

3.5 Categorías Estructurales de Cada Evaluación

Las evaluaciones tienen similitudes a nivel de sus categorías estructurales. En cada una de las evaluaciones hemos identificado una estructura general compuesta por tres dimensiones, que son: los dominios matemáticos, los procesos cognitivos y los niveles de logros. Es mediante esta estructura que se construyen las tareas que evaluarán los aprendizajes de los estudiantes. La comparación es aquí esencialmente de manera « horizontal» (cf. § 2.1.5) y considera principalmente el nivel 5 de la escala de co-determinación didáctica. A continuación describimos estas dimensiones comenzando con los dominios matemáticos. En un primer momentos presentamos como cada evaluación define sus dominios matemáticos, y luego realizamos un análisis comparativo de los contenidos presentados por las evaluaciones.

3.5.1 Dominios matemáticos

La primera mirada a los dominios matemáticos nos permite constatar que existe una similitud evidente en el corte de los contenidos. Como lo muestra la tabla 3.1, podemos ver que existe la voluntad explícita de la evaluación PISA de no evaluar un currículo determinado. En su definición de categorías por medio de sus nombres podemos observar la intención de no centrar sus temáticas en los dominios curriculares clásicos. De manera general, vemos la separación de la disciplina en cuatro dominios, salvo SERCE que separa la medición de la geometría o de lo numérico. Observamos, también, en paralelo el dominio de la variación y del álgebra, siendo que ellos no son contenidos similares. A través del análisis que realizamos a continuación examinamos en detalle cómo cada evaluación define y caracteriza los contenidos en cada uno de sus dominios o categorías.

Ev.	PISA	TIMSS	LLECE	SIMCE
Dominios	Cantidad	Números	Numéricos	Números
	Variación y relaciones	Álgebra	Variacional (del cambio)	Álgebra
	Espacio y forma	Geometría	Geométrico	Geometría
			De la medición	
	Incertidumbre	Datos y azar	Estadístico del tratamiento de la información	Datos y azar

Tabla 3.1 - Dominios matemáticos por evaluación

3.5.2 PISA

Esta evaluación ha evolucionado bastante en términos del marco teórico. En 2003 define la disciplina de las matemáticas en términos de cultura matemática. A partir de una determinada visión de la enseñanza de las matemáticas define cuatro categorías, representadas por sectores y temas matemáticos. En 2006 PISA conserva el nombre de las categorías e incorpora descripciones más precisas. En el año 2012, nuevamente realiza cambios, esta vez de mayor envergadura pues afectan toda la estructura de la evaluación. En este último periodo, PISA en su informe sobre el cuadro teórico, describe principalmente de manera general (o discursiva) las categorías y entrega ejemplos de tareas que representan un sector determinado. Para nuestro estudio consideramos los informes de los años 2006 y 2012. Estos informes entregados por PISA, nos permiten acceder al discurso general y a puntos específicos sobre los dominios. La tabla 3.2 enumera los dominios principales que PISA evalúa.

	Descripción del Dominio
Espace et forme	'Espace et formes' englobe un large éventail de phénomènes omniprésents dans notre environnement visuel et physique : les régularités, les propriétés des objets, les positions et les orientations, les représentations d'objets, l'encodage et le décodage d'informations visuelles, la navigation et les interactions dynamiques avec des formes réelles ainsi qu'avec leur représentation. La géométrie est un fondement essentiel de la catégorie Espace et formes, qui s'étend toutefois au-delà des limites de cette branche en termes de contenu, de signification et de méthode, et intègre d'autres branches des mathématiques, telles que la visualisation dans l'espace, le mesurage et l'algèbre. Ainsi, des formes peuvent se déformer et un point peut se déplacer dans l'espace, ce qui fait intervenir des concepts de fonction. Les formules de mesure sont centrales. La manipulation et l'interprétation de formes contextualisées qui passent par l'utilisation d'outils tels que des logiciels de géométrie dynamique ou de géolocalisation sont incluses dans cette catégorie de contenus. •Reconnaissance des formes et des récurrences •Description, encodage et décodage d'informations visuelles •Compréhension des changements dynamiques des formes •Similitudes et différences •Positions relatives •Représentations en deux et trois dimensions et relations qui existent entre elles •Orientation dans l'espace
Variations et relations	*Pour mieux comprendre les variations et les relations, il faut tout d'abord comprendre les types fondamentaux de changement et les reconnaître lorsqu'ils se produisent. C'est essentiel pour utiliser des modèles mathématiques adaptés qui permettent de décrire et prévoir les changements.* *En termes mathématiques, cela revient à modéliser les variations et les relations grâce à des fonctions et équations appropriées, ainsi qu'à créer, interpréter et traduire des représentations graphiques et symboliques des relations. Les variations et les relations s'observent dans des contextes très divers : la croissance des organismes, la musique, le cycle des saisons, les tendances météorologiques, le taux d'emploi et la conjoncture économique, par exemple* *Certains aspects mathématiques traditionnels des fonctions et de l'algèbre, notamment les expressions algébriques, les équations et les inégalités ou les représentations sous forme de graphiques et de tableaux, sont essentiels pour décrire, modéliser et interpréter les phénomènes de variation* *Les représentations statistiques de données et de relations sont souvent utilisées pour décrire et interpréter des variations et des relations. Une bonne maîtrise des nombres et des unités est également essentielle pour définir et interpréter des variations et des relations. Quelques relations intéressantes se dégagent du mesurage géométrique, par exemple le fait que des changements de périmètre dans une famille de formes peuvent se traduire par des changements de superficie, ou encore les relations entre les longueurs des côtés de triangles* *•Représenter les variations sous une forme compréhensible* *•Comprendre les types fondamentaux de variations* *•Reconnaître des types particuliers de variation lorsqu'ils se rencontrent* *•Appliquer ces techniques au monde extérieur* *•Maîtriser les changements de l'univers au mieux de nos intérêts*
Quantité	La notion de quantité est peut-être l'aspect mathématique le plus répandu et le plus essentiel de l'engagement et du fonctionnement dans notre monde. Elle englobe la quantification d'attributs d'objets, de relations, de situations et d'entités dans le monde, la compréhension de diverses représentations de ces quantifications, et l'évaluation d'interprétations et d'arguments fondés sur la quantité. Pour appréhender la quantification, il faut comprendre le mesurage, le comptage, la magnitude, les unités, les indicateurs, la taille relative, les tendances numériques et les régularités. Certains aspects du raisonnement quantitatif – le sens des nombres, les représentations multiples des nombres, l'élégance des calculs, le calcul mental, les estimations et l'évaluation de la plausibilité des résultats – sont l'essence même de la culture mathématique dans la catégorie Quantité. La quantification est la principale méthode qui existe pour décrire et mesurer un grand nombre des attributs d'objets dans le monde. Elle permet de modéliser des situations, d'examiner les variations et les relations, de décrire et de manipuler l'espace et les formes, d'organiser et d'interpréter les données, et de mesurer et d'évaluer l'incertitude. Dans la catégorie Quantité, la culture mathématique consiste à utiliser des connaissances relatives aux nombres et aux opérations avec des nombres dans un large éventail de contextes. *•Le sens des nombres* *•La compréhension du sens des opérations* *•Le sens de la grandeur des nombres* *•L'élégance des calculs* *•Le calcul mental* *•Les estimations*
Incertitude	L'incertitude est une donnée en sciences, dans la technologie et dans la vie de tous les jours. Le phénomène d'incertitude est donc au cœur de l'analyse mathématique de nombreux problèmes, et la théorie de la probabilité et la statistique ont été créées pour y répondre. Dans la catégorie de contenu Incertitude et données, il s'agit de reconnaître la place de la variation dans les processus, de comprendre l'ampleur de cette variation, d'admettre la notion d'incertitude et d'erreur dans le mesurage, et de connaître le concept de chance. Il faut également formuler, interpréter et évaluer des conclusions dans des situations où règne l'incertitude. La présentation et l'interprétation des données sont essentielles dans cette catégorie (Moore, 1997). L'incertitude entoure les prévisions scientifiques, les résultats de scrutins électoraux, les prévisions météorologiques et les modèles économiques. Les notes à un examen, les résultats de sondages et les processus de fabrication varient, et la chance est fondamentale dans de nombreuses activités récréatives auxquelles les individus se livrent pendant leurs loisirs. Les branches traditionnelles de la probabilité et de la statistique sont des moyens formels de décrire, modéliser et interpréter une certaine catégorie de phénomènes, et de dégager des inférences. •L'omniprésence de la variation dans les processus •La nécessité de disposer de données à propos des processus •La prise en considération des variations lorsqu'on établit un plan de collecte de données •La quantification des variations •L'explication des variations

Tabla 3.2 – Categorías matemáticas evaluadas por PISA-2006

En la introducción de cada categoría observamos un fuerte interés por mostrar el sentido y la utilidad de los contenidos en términos generales. Sabemos que PISA ha realizado un estudio exhaustivo de los contenidos que se encuentran en diferentes currículos (PISA – 2012) y los toma en cuenta para interpretar, seleccionar y clasificar los contenidos a ser evaluados en las tareas, siempre bajo su definición de cultura matemática.

La categoría Espacio y Forma busca llevar a los estudiantes a la interpretación desde la disciplina de las matemáticas del ambiente visual y físico. De allí la importancia del estudio de los objetos y de sus formas, tanto como objetos y formas en sí mismas como sus representaciones y relaciones. Esta categoría de espacio y forma, ha sido definida con el intereses de desbordar los límites de la geometría, en términos de contenidos y métodos. Por un lado, constatamos una acentuación en lo que concierne a la visualización espacial y al espacio de forma general. Por otro lado, se incluyen sectores como la medida, el álgebra, además de temas como funciones y cambios de formas que puede hacer parte tanto de la topología como la geometría. Notamos también que los siete temas asociados no recuperan los temas correspondiente a un capítulo de geometría.

El estudio de la categoría de Variación y Relaciones, también se encuentra muy marcado por la comprensión del mundo. Esta categoría abarca la comprensión de las variaciones y relaciones tanto del mundo natural como el modelado por el hombre. Aquí entra en juego el estudio de una variedad de relaciones temporales y permanentes entre los objetos, las circunstancias en las que se producen cambios en los sistemas interrelacionados de objetos o en circunstancias en que los elementos se influyen entre ella. Para ello cobran sentido los contenidos sobre funciones, las ecuaciones, las proporciones y el álgebra. También, observamos la intensión de sobrepasar un dominio o sector curricular. Concretamente se observa que esta categoría no se limita al álgebra. De igual forma que la categoría anterior aquí se trasciende de dominio, incorporándose temas como representaciones de datos, manejo del sistema numérico y las unidades, las magnitudes geometrías, el estudio de los cambios del perímetro y del área de formas.

La descripción de la categoría de Cantidad, continúa con la misma visión de dar sentido a los contenidos mediante la comprensión y la modelación del mundo. Esta categoría incluye extensamente los contenidos sobre lo que los currículos tradicionales proponen sobre el dominio de números y medición. Además se sitúa la noción de las cantidades como el aspecto más generalizado, y más participante en el funcionamiento del mundo. Esta categoría es la que más se aproxima a la definida por un currículo escolar.

Finalmente, la categoría de Incertidumbre, tal como PISA la describe es un hecho en la ciencia, en la tecnología y de manera general en la vida de cada individuo. Es por este fenómeno, incertidumbre, que la teoría de la probabilidad y la estadística fueron creadas para dar respuesta. La categoría de la probabilidad es presentada como un fenómeno amplio, presente en una diversas situaciones que son estudiadas formalmente por la probabilidad y la estadística. Las categorías presentadas nos llevan a concluir que la visión sobre los temas tiene un propósito específico; dar sentido a lo que un estudiante logra aprender de la disciplina de matemática. En términos de dominio encontramos bastantes temas en torno al espacio, diferentes temas sobre representaciones en dos y tres dimensiones y pocos temas sobre la geometría clásica. Vemos bien una descripción que no es por temas matemáticos, sino más bien por grandes categorías de competencias subyacentes de cada dominio.

3.5.3 TIMSS

En la evaluación TIMSS los contenidos son clásicos, dado que siguen el eje del currículo escolar. La construcción de la disciplina de las matemáticas se realiza a través del estudio de los currículos de los países participantes. Por tal motivo TIMSS, muestra en alguna medida lo que los diferentes currículos internacionales valorizan y enseñan de la disciplina de las matemáticas.

TIMSS, en su última evaluación del año 2011, realizó algunas modificaciones de su cuadro teórico, según la comparación con el año 2007. En el último informe observamos que cada uno de los dominios fueron descritos en más detalle, según sectores y temas matemáticos a ser evaluados.

En la tabla 3.3 presentamos la forma utilizada en el año 2011 para presentar los dominios. Tanto la descripción del dominio y de los sectores es realizada en términos de la adquisición de los contenidos. Por cada dominio se presenta una descripción general, una lista de sectores y los temas con tareas particulares a ser identificadas. A diferencia de la evaluación PISA, en TIMSS vemos una fuerte aproximación al currículo escolar.

El dominio de números abarca los sectores de: números naturales, enteros, decimales y racionales. Los contenidos son abordados de forma operacional, es decir, que los estudiantes conozcan y utilicen los conocimientos de las diferentes operatorias aritméticas. Se incorporan algunos conocimientos sobre relaciones y variaciones: razones, proporciones y porcentajes; con un enfoque en las operatorias. El dominio de álgebra busca asegurar que los estudiantes dispongan de conocimientos que les permitan operar en relaciones funcionales, modelamiento y resolución de problemas. El dominio de la geometría involucra tres grandes sectores: el estudio de figuras en dos y tres dimensiones, las magnitudes geométricas y la ubicación espacial. En el estudio de la figuras geometrías se incluyen las transformaciones isométricas, la congruencia en triángulos y cuadriláteros y el teorema de Pitágoras. En las magnitudes geométricas se encuentran: ángulos, perímetros y áreas. Este dominio es claramente presente en la geometría clásica y de un contexto interno a las matemáticas. En el dominio de Datos y azar, la descripción general no menciona el azar. Esta temática es introducida posteriormente por la probabilidad. En particular este dominio es centrado en la estadística, principalmente los estudiantes deben organizar, representar e interpretar datos.

Dominios		Descripcion del dominio
Numeros		*Comprensión de los números, de las formas de representarlos, de las relaciones entre ellos y los sistemas numéricos. Desarrollo del sentido numérico y de la fluidez en el cálculo, comprendiendo los significados de las operaciones y cómo se relacionan entre sí, y pudiendo utilizar los números y las operaciones para resolver problemas*
	Números naturales	Demostrar la comprensión de los principios de los números naturales y de cómo operar con ellos (p. ej., conocer las cuatro operaciones, el valor por el lugar que ocupan, las propiedades conmutativas, asociativas y distributivas). Encontrar y utilizar múltiplos o factores de números; identificar números primos y evaluar las potencias de los números y las raíces cuadradas de cuadrados perfectos hasta 144. Resolver problemas mediante cálculo, estimación o aproximación con números naturales.
	Fracciones y decimales	Comparar y ordenar fracciones; reconocer y escribir fracciones equivalentes. Demostrar la comprensión del valor del lugar que ocupan para decimales finitos (p. ej., comparándolos y ordenándolos). Representar fracciones y decimales, así como operaciones con fracciones y deci- males utilizando modelos (p. ej., líneas numéricas); identificar y utilizar estas representaciones. Efectuar conversiones entre fracciones y decimales. Calcular con fracciones y decimales y resolver problemas con ellos.
	Enteros	Representar, comparar, ordenar y calcular con enteros y resolver problemas utilizándolos.
	Razón, proporción y porcentaje	Identificar y encontrar razones equivalentes; modelar una situación dada utilizando una razón y dividir una cantidad en una razón dada. Efectuar conversiones entre porcentajes y fracciones o decimales. Resolver problemas que impliquen porcentajes y proporciones
Álgebra		*Aunque las relaciones funcionales y sus usos para modelar y resolver problemas son de interés fundamental, también es importante evaluar en qué medida se han aprendido bien los conocimientos y destrezas que apoyan estos procesos. El dominio de contenido de álgebra incluye reconocer y ampliar modelos, utilizar símbolos algebraicos para repre- sentar situaciones Matemáticas y desarrollar una fluidez en la producción de expresiones equivalentes y resolución de ecuaciones lineales*
	Modelos	Ampliar los modelos o secuencias numéricas, algebraicas y geométricas bien de- finidas utilizando números, palabras, símbolos o diagramas; encontrar términos que falten. Generalizar las relaciones de los modelos en una secuencia, o entre términos ad- yacentes; o entre el número secuencial del término y el término, utilizando números, palabras o expresiones algebraicas
	Expresiones algebraicas	Encontrar sumas, productos y potencias de expresiones que contienen variables. Evaluar expresiones de valores numéricos dados de las variables. Simplificar o comparar expresiones algebraicas para determinar si son iguales. Modelar situaciones utilizando expresiones.
	Ecuaciones / fórmulas y funciones	Evaluar ecuaciones/ fórmulas dados los valores de las variables. Indicar si un valor (o valores) satisface(n) una ecuación/ fórmula dada. Resolver ecuaciones lineales y desigualdades lineales, y ecuaciones lineales simultáneas (dos variables) Reconocer y escribir ecuaciones, desigualdades, ecuaciones simultáneas o funciones que modelen determinadas situaciones. Reconocer y generar representaciones de funciones en forma de tablas, gráficos o palabras. Resolver problemas utilizando ecuaciones/ fórmulas y funciones.
Geometría		*Analisis de las propiedades y características de una variedad de figuras geométricas bidimensionales y tridimensionales, incluyendo las longitudes de los lados y los tamaños de los ángulos, y de proporcionar explicaciones basadas en las relaciones geométricas. Deben ser capaces de aplicar el teorema de Pitágoras para resolver problemas. El foco de atención debe estar en la utilización de las propiedades geométricas y sus relaciones.* *los estudiantes deben ser competentes en medición geométrica, utilizando instrumentos de medida de manera exacta, estimando cuando sea apropiado, además de seleccionando y utilizando fórmulas para perímetros, áreas y volúmenes. Se incluye la comprensión de las representaciones de coordenadas y la utilización de destrezas de visualización espacial para moverse entre formas bidimensionales y tridimensionales y sus representaciones, la utilización de la simetría y de aplicar la transformación para analizar situaciones matemáticas.*
	Figuras geométricas	Identificar diferentes tipos de ángulos y conocer y utilizar las relaciones que se puedan dar en los ángulos de las figuras geométricas y de las líneas. Reconocer las propiedades geométricas de figuras bidimensionales o tridimensionales, incluyendo transformaciones isométricas como reflexión y rotación. Identificar triángulos y cuadriláteros congruentes y sus correspondientes medidas; identificar triángulos similares y reconocer y utilizar sus propiedades. Reconocer relaciones entre formas tridimensionales y sus representaciones bidimensionales (p. ej., redes o vistas bidimensionales de objetos tridimensionales). Aplicar propiedades geométricas, incluyendo el teorema de Pitágoras, para resolver problemas.
	Medición	Dibujar determinados ángulos y líneas; medir y estimar el tamaño de determinados ángulos, segmentos, perímetros, áreas y volúmenes. Seleccionar y utilizar fórmulas de medición apropiadas para perímetros, circunferencias, áreas, superficies y volúmenes; buscar mediciones de áreas compuestas.
	Localización y movimiento	Localizar puntos en el plano cartesiano y resolver problemas incluyendo esos puntos. Reconocer y utilizar transformaciones geométricas (traslación, reflexión y rotación) de formas bidimensionales
Datos y azar		*conocer cómo organizar datos que han sido recogidos por uno mismo o por otros y cómo representar datos en gráficos y tablas que serán útiles para contestar a preguntas que han dado lugar a la recogida de datos. Este dominio de contenido incluye comprender temas relativos a la mala interpretación de esos datos.*
	Organización y representació n de datos	Leer escalas y datos desde tablas, pictogramas, gráficos de barras, gráficos circulares y gráficos de líneas. Organizar y representar visualmente datos utilizando tablas, pictogramas, gráficos de barras, gráficos circulares y gráficos de líneas. Comparar y hacer coincidir diferentes representaciones de los mismos datos.
	Interpretación de datos	Identificar, calcular y comparar características de conjuntos de datos, incluyendo media, mediana, moda, rango y forma de distribución (en términos generales). Utilizar e interpretar conjuntos de datos para contestar a preguntas y resolver pro- blemas (p. ej., realizar inferencias, extraer conclusiones y estimar valores entre puntos de datos dados y más allá). Reconocer y describir enfoques para organizar y representar los datos que pueden conducir a una mala interpretación (p. ej., agrupamiento inadecuado y escalas en- gañosas o distorsionadas).
	Probabilidad	Juzgar la probabilidad de un resultado como cierto, más probable, igualmente probable, menos probable o imposible. Utilizar los datos para estimar las posibilidades de resultados futuros; utilizar las probabilidades de un resultado en particular para resolver problemas; determinar la probabilidad de posibles resultados

Tabla 3.3 - Dominios matemáticos de la evaluación TIMSS - 2011

3.5.4 SERCE

En la evaluación SERCE los contenidos se encuentran influenciados por los niveles en que son evaluados los estudiantes (9 y 12 años). En términos comparativos, SERCE es la evaluación que evalúa a los estudiantes más jóvenes, dado que consideramos a los estudiantes de 13 y 15 años de las otras tres evaluaciones. La descripción de los sectores y de los temas se hace a través de una pequeña introducción general de temas que se evalúan. En general, los temas son menos detallados y más elementales. Al igual que TIMSS se consideran los dominios del currículo escolar, pero además, se presenta un sector que denominan Variacional o del cambio al igual que PISA.

Dominios	Descripción del dominio	Dominio por grado (6to)
Numérico	Abarca la comprensión de la noción de número y la estructura del sistema de numeración; del signi- ficado de las operaciones en contextos diversos, de sus propiedades, de su efecto y de las relaciones entre ellas; el uso de los números y las operaciones en la resolución de problemas diversos.	Números naturales: uso y orden. Sistema de numeración decimal: valor posicional y relativo. Potenciación y radicación. Criterios de divisibi- lidad. Fracciones: relación parte-todo, equiva- lencia, fracciones decimales. Representación en la recta.
Geométrico	Comprende atributos y propiedades de figuras y objetos bidimensionales y tridimensionales; las nocio- nes de horizontalidad, verticalidad, paralelismo y perpendicularidad; los diseños y las construcciones con cuerpos y figuras geométricas; la construcción y manipulación de representaciones de objetos del espacio, y el reconocimiento de ángulos y polígonos y su clasificación.	Figuras planas y polígonos. Sistemas de referen- cia, ejes de simetría, perpendicularidad, parale- lismo. ángulos y su clasificación. Cubo, prisma, cilindro. transformaciones en el plano. Razones, proporciones, proporcionalidad directa.
De la medida	Abarca la construcción de conceptos de cada magnitud, los procesos de conservación, las unidades de medida, la estimación de magnitudes y de rangos, la selección y el uso de unidades de medida y patrones, de sistemas monetarios y del sistema métrico decimal.	Sistemas de unidades: longitud, peso (masa). Perímetro, área, volumen, ángulos. tiempo. Cambio de moneda
Estadístico o del tratamiento de la información	Incluye la recolección, organización e interpretación de datos; la identificación y el uso de medidas de tendencia central (media, mediana y moda), y el uso de diversas representaciones de datos, para la resolución de problemas.	Representación gráfica. Promedio. Valor más frecuente. Diagramas. tabulación y recopilación de datos.
Variacional (de cambio)	Comprende el reconocimiento de regularidades y patrones, la identificación de variables, la descrip- ción de fenómenos de cambio y dependencia, la noción de función, y la proporcionalidad (variación lineal), en contextos aritméticos y geométricos.	Patrones de formación. Proporcionalidad directa asociada a situaciones aritméticas y geométricas

Tabla 3.4 - Dominios matemáticos de la evaluación SERCE-2009

Como mencionamos los dominios presentados por las evaluaciones TIMSS, SERCE y SIMCE, son similares, salvo por las diferencias de nivel que marca la evaluación SERCE. En la tabla 3.4 observamos que los nombre de las categorías *Variacional (del cambio*) y *De la medida*, no se encuentran presentes en las otras evaluaciones. Sin embargo, los temas de estos sectores son comunes entre las evaluaciones. Por ejemplo, en el dominio de números se integra una parte de los contenidos que SERCE incorpora en la categoría Variacional y la categoría correspondiente a la medida es integrada en el dominio de geometría de las evaluaciones SERCE y SIMCE. También la variación corresponde a una parte del álgebra presente en PISA.

Apreciamos que la separación de la medición con la geometría tiene como propósito distinguir las magnitudes geométricas de las magnitudes. A diferencia de las evaluaciones PISA y TIMSS la visualización espacial es menos presente. Concierne a lo numérico y lo variacional, vemos que a través de lo numérico se busca evaluar la comprensión y el uso del sistema de numeración decimal, y a través de lo variacional (del cambio), se espera evaluar la comprensión y la "modelización" del cambio. Este sector también se encuentra presente en los dominios álgebra descritos de manera similar al de TIMSS y SIMCE.

3.5.5 SIMCE

La evaluación SIMCE posee una descripción muy sintética por dominio. Esta descripción permite conocer el nombre de los sectores que serán evaluados en cada dominio y los temas de manera muy general. Observamos en la tabla 3.5 que los nombres de los dominios son los mismos que los del currículo escolar. Ellos son descritos en forma de acciones a realizar, al igual que la evaluación TIMSS. El dominio de números abarca un amplio espectro de sectores, sin embargo no sabemos en que temas específicos serán evaluados los estudiantes. Por ejemplo, se mencionan utilizar fracciones positivas, pero se desconoce en qué tipo de tareas serán evaluadas las fracciones positivas (en equivalencia de fracciones, en relaciones de orden, en operatorias básicas, etc.). El contenido de álgebra, se centra en el uso de expresiones algebraicas y de ecuaciones. En el dominio de geometría, predominan los contenidos sobre magnitudes geométricas, salvo por la aplicación del teorema de Pitágoras. Vemos claramente que se privilegia la medición. Se enuncia la resolución de problemas geométricos pero de forma vaga. En el dominio de datos y azar predomina la manipulación de datos. Los contenidos corresponden a la organización de datos sea en tablas y gráficos y a la utilización de las medidas de tendencia central. Tal como es definido las probabilidades y la incertidumbre no son evaluadas. Al igual que la evaluación SERCE las descripciones de los dominios son poco detalladas.

Dominios	Descripcion del dominio
Números	utilizar números enteros, decimales positivos, fracciones positivas, proporciones, porcentajes y potencias de base natural y exponente entero y operar con ellos aplicar los contenidos anteriormente señalados para resolver problemas numéricos, verificar proposiciones simples y emplear resultados para fundamentar opiniones y tomar decisiones
Álgebra	utilizar expresiones algebraicas no fraccionarias simples y operar con ellas aplicar estos contenidos para representar diversas situaciones, relaciones y regularidades resolver problemas por medio del planteamiento y la resolución de ecuaciones de primer grado con una incógnita
Geometría	calcular áreas de figuras planas, superficies y volúmenes de cuerpos geométricos, ángulos de polígonos y ángulos formados entre rectas paralelas cortadas por una transversal, y calcular la longitud de la circunferencia y el área del círculo aplicar el teorema de Pitágoras y la capacidad de anticipar los efectos en el perímetro y el área de polígonos, al variar la medida de uno o más de sus elementos (lados, ángulos, radio, etc.) resolver problemas geométricos, utilizando procedimientos y estrategias adecuadas
Datos y azar	usar tablas y gráficos (por ejemplo, gráfico de líneas, circulares o de barras) y las medidas de tendencia central de una colección de datos aplicar estos conocimientos para organizar, interpretar y elaborar nueva información, presentada en distintos formatos y contextos resolver problemas en los cuales se deba elaborar información, a partir de datos entregados en tablas o gráficos

Tabla 3.5 - Dominios matemáticos de la evaluación SIMCE – 2007-2009 (Informe Nacional)

3.5.6 Análisis comparativo de los dominios matemáticos

Presentamos los nombres por dominio y las categorías junto a las características principales para cada evaluación. Desde una perspectiva comparativa hacemos una primera diferenciación entre la evaluación PISA y las evaluaciones TIMSS, SERCE y SIMCE. Esta diferenciación se fundamenta en las intenciones explícitas de las evaluaciones sobre qué evaluar en los estudiantes. PISA ha considerado para la construcción de sus categorías diferentes contenidos curriculares. No obstante, esta evaluación se centra en evaluar competencias matemáticas, dado que su forma de abordar los contenido no es desde el punto de vista curricular sino que han establecido sus propias categorías (PISA 2012, p.39). En contraste con las evaluaciones TIMSS, SERCE y SIMCE que esperan evaluar un currículo. Esta constatación queda manifestada por las denominaciones y por las descripciones de los dominios, estrechamente relacionadas a un currículo escolar. Una segunda diferenciación general, que permite poner en contexto las evaluaciones, tiene relación con las edades de los estudiantes. Ellos son evaluados en diferentes niveles, de allí que los contenidos para un mismo dominio presentan algunas diferencias. Las edades fluctúan entre 11 y 15 años, SERCE y PISA se encuentran en los extremos y, TIMSS y SIMCE evalúan a estudiantes del mismo nivel (13 años). Esto se traduce en SERCE en la ausencia del dominio de álgebra y de probabilidad.

Concerniente a los contenidos para presentar nuestras constataciones agruparemos dominios y categorías para ejemplificar los contenidos que son transversales en las cuatros evaluaciones y también aquellos que se diferencias por evaluación. El primer grupo corresponde a los dominios de números, de la medida, variacional (de cambio). En este grupo las cuatro evaluaciones comparten los siguientes contenidos: noción de número, representaciones de números y sistemas numéricos, con las propiedades de los números enteros y racionales. En aritmética, todas las evaluaciones consideran: la naturaleza y propiedades de las operaciones y convenciones de escritura correspondientes. Dentro de este mismo grupo igualmente encontramos diferencias sobre algunos contenidos: identificar unidades de medida, presente en las evaluaciones TIMSS y SERCE, el cálculo por estimación sólo es considerado en las evaluaciones PISA y TIMSS; los números irracionales solo en la evaluación PISA.

Un segundo grupo corresponde a los contenidos de los dominios y categorías de Algebra, Variaciones y relaciones, Variacional (del cambio). En este grupo las similitudes en los contenidos son sobre: regularidades y patrones; modelos y expresiones algebraicas. Igualmente encontramos dos diferencias; la noción de función que es considerada por las evaluaciones SERCE, TIMSS y PISA; las inecuaciones solamente presentes en las evaluaciones TIMSS y PISA.

Agrupamos el dominio y categoría de Geometría, Espacio y Forma y De la medición. En este grupo encontramos que todas las evaluaciones consideran: los atributos, características y propiedades de la figuras; magnitudes geométricas de ángulos, áreas, perímetros y volúmenes. Las diferencias las encontramos en la estimación de medidas, en las transformaciones y movimientos de objetos en el espacio, presentes sólo en las evaluaciones SERCE, TIMSS y PISA; el teorema de Pitágoras, considerado por SIMCE, TIMSS y PISA. Finalmente el contenido de congruencias que es incluido en los contenidos de las evaluaciones TIMSS y PISA.

El último grupo que hemos realizado incluye los dominios y categorías De lo estadístico o tratamiento de la información, Datos y azar, e Incertidumbre. Los contenidos presentes en todas las evaluaciones son: organización y representación e interpretación de datos. Aquí encontramos una gran diferencia pues PISA y TIMSS evalúan el contenidos de incertidumbre, siendo PISA quien da un lugar más importante a este dominio. PISA considera los conceptos de eventos y variaciones aleatorios y su representación, el riesgo y la frecuencia de los acontecimientos, y los aspectos fundamentales del concepto de probabilidad. La evaluación SIMCE solo describe contenidos sobre tratamiento de la información. Como señalamos SERCE no evalúa el azar.

En esta misma perspectiva comparativa nos resulta pertinente referimos a los contenidos definidos por las evaluaciones TIMSS y SIMCE. Siendo que ambas evaluaciones se realizan en el mismo nivel de enseñanza, los contenidos definidos por TIMSS son sin duda susceptibles a ser evaluados por SIMCE. De la comparación realizada en el párrafo anterior constatamos, en efecto, que contenidos definidos por TIMSS, no están presentes en SIMCE, como el caso del contenido de funciones (en el dominio de Álgebra) localización y movimiento (en el dominio de geometría) probabilidad (en el dominio de datos y azar). Existen contenidos que no son nombrados por la evaluación SIMCE, aquellos de los niveles anteriores que igualmente son evaluados. Hacemos esta observación ya que en el dominio de números de la evaluación TIMSS, se presentan varios contenidos que no aparecen en la evaluación SIMCE pero que si son considerados. No obstante, los contenidos definidos por la evaluación SIMCE, parecen por debajo de aquellos que evalúa TIMSS. Dado que la evaluación TIMSS recoge una serie de currículos, es una evaluación que permite entregar una visión general de cómo un currículo se posiciona en relación a otro. En este caso un “currículo TIMSS” representativo de un conjunto de otros currículos. Esto hace aparecer el currículo nacional chileno, a nivel de contenidos, bajo el estándar establecido por TIMSS.

3.6 ESTRUCTURA DE LOS PROCESOS COGNITIVOS MATEMÁTICOS

Otro aspecto relevante a considerar son los procesos cognitivos que cada evaluación utiliza para medir las habilidades y competencias matemáticas que los estudiantes poseen. Tanto la evaluación PISA y TIMSS han actualizado sus estructuras sobre procesos cognitivos. Para nuestro análisis consideramos la última versión de ambas evaluaciones (PISA 2012 y TIMSS 2011).

3.6.1 PISA

PISA ha definido tres grandes categorías de procesos matemáticos, ellos son los siguientes (PISA 2012): *Formuler des situations de façon mathématique; Employer des concepts, faits, procédures et raisonnements mathématiques*; *Interpréter, appliquer et évaluer des résultats mathématiques.* Cada una de estas categorías es descrita en términos de competencias matemáticas que los estudiantes deben lograr a los 15 años. En la tabla 3.6[5] presentamos la descripción de estas competencias. Como es posible observar ellas son descritas en la mayoría de las ocasiones sin hacer referencia a algún contenido específico. Una característica que pudimos reconocer es la importancia acordada al mundo real y a la utilidad de las matemáticas en la primera categoría. En su definición vemos que los estudiantes deben transformar un problema en contexto a una estructura matemática. En las categorías de Emplear conceptos e Interpretación observamos que las competencias son formuladas en niveles de dificultad creciente. Esto quiere decir, que en el segundo grupo sus competencias asociadas requieren competencias más básicas que las que se encuentran en la categoría de Interpretación. Cabe señalar que todas las competencias requeridas son presentadas en situaciones problemas.

---

[5] Construimos la tabla 3.5 apoyándonos en el documento *"Compétence en Science, lecture et mathématiques - Cadre d'évaluacion PISA 2006.*

	Processus mathématiques de PISA
Formuler des situations de façon mathématique	renvoie à la capacité des individus d'identifier et de reconnaître des possibilités d'utiliser les mathématiques dans le contexte d'un problème, puis de structurer sous forme mathématique un problème présenté jusqu'à un certain point sous une forme contextualisée. Lors de ce processus de formulation mathématique, les individus déterminent les mathématiques essentielles à utiliser pour analyser, configurer et résoudre le problème. Ils transposent dans le domaine des mathématiques un problème qui s'inscrit dans un contexte tiré du monde réel, et lui donnent une structure, une représentation et une spécificité d'ordre mathématique. Ils réfléchissent aux contraintes et aux hypothèses, en découvrent le sens et raisonnent à leur sujet. ✓ identifier les aspects mathématiques et les variables significatives d'un problème se situant dans un contexte tiré du monde réel; ✓ reconnaître des structures mathématiques (des régularités, des relations, des récurrences, etc.) dans des problèmes ou des situations ✓ simplifier une situation ou un problème pour qu'il se prête à une analyse mathématique ; ✓ identifier les contraintes et les hypothèses qui sous-tendent toute modélisation mathématique et les simplifications extraites du contexte ; ✓ représenter la situation de façon mathématique à l'aide de variables, de symboles, de diagrammes et de modèles appropriés ; ✓ représenter le problème d'une autre façon, notamment l'organiser en fonction de concepts mathématiques et élaborer les hypothèses appropriées ; ✓ comprendre et expliquer les relations entre le langage spécifique au contexte employé pour décrire le problème et le langage symbolique et formel indispensable pour le représenter sous une forme mathématique ✓ traduire le problème en langage ou en représentation mathématique ; ✓ reconnaître les aspects du problème qui correspondent à des problèmes connus ou à des concepts, faits et procédures mathématiques ✓ utiliser la technologie (un tableur ou les fonctions d'une calculatrice graphique) pour décrire une relation mathématique inhérente, dans un problème contextualisé.
Employer des concepts, faits, procédures et raisonnements mathématiques	renvoie à la capacité des individus d'appliquer des concepts, faits, procédures et raisonnements mathématiques pour résoudre des problèmes énoncés de façon mathématique afin d'aboutir à des conclusions mathématiques. Au cours de ce processus qui consiste à *employer des concepts, faits, procédures et raisonnements mathématiques*, les individus appliquent les procédures mathématiques requises pour dériver des résultats et trouver une solution mathématique (effectuer des opérations arithmétiques, résoudre des équations, faire des déductions logiques à partir d'hypothèses mathématiques, faire des manipulations symboliques, extraire des informations de tableaux et graphiques, représenter et manipuler des formes dans l'espace, et analyser des données). Ils travaillent sur un modèle de la situation du problème, identifient des récurrences et des relations entre des entités mathématiques, et formulent des arguments mathématiques. ✓ concevoir et appliquer des stratégies en vue de trouver des solutions mathématiques ; ✓ utiliser des outils mathématiques, dont des applications technologiques, pour faciliter la recherche d'une solution précise ou approximative ; ✓ appliquer des faits, des lois, des algorithmes et des structures mathématiques à la recherche de la solution ✓ manipuler des nombres, des informations et des données graphiques et statistiques, des équations et des expressions algébriques, ainsi que des représentations géométriques ✓ élaborer des structures, des diagrammes et des graphiques mathématiques, et en extraire des informations mathématiques ✓ utiliser différentes représentations et passer de l'une à l'autre durant le processus de résolution du problème ✓ faire des généralisations à partir des résultats de l'application de procédures mathématiques pour trouver des solutions ✓ réfléchir à des arguments mathématiques, et expliquer et justifier des résultats mathématiques
Interpréter, appliquer et évaluer des résultats mathématiques	renvoie à la capacité des individus de réfléchir à des solutions, des résultats ou des conclusions mathématiques, et de les interpréter dans le cadre de problèmes tirés du monde réel. Ce processus consiste à traduire des solutions mathématiques ou à replacer le raisonnement dans le contexte du problème, et à déterminer si les résultats sont plausibles et sont appropriés dans le contexte du problème. Les individus qui s'engagent dans ce processus peuvent être amenés à formuler et communiquer des explications et des arguments dans le contexte du problème, en réfléchissant au processus de modélisation et à ses résultats. ✓ interpréter un résultat mathématique en fonction de la situation initiale du problème ✓ évaluer la plausibilité d'une solution mathématique dans le contexte d'un problème qui s'inspire du monde réel ✓ comprendre en quoi le monde réel a un impact sur les résultats et les calculs d'un modèle ou d'une procédure mathématique pour ✓ poser des jugements en contexte sur la façon d'appliquer ou d'ajuster les résultats ✓ expliquer pourquoi une conclusion ou un résultat mathématique est ou n'est pas plausible dans le contexte d'un problème ✓ comprendre la portée et les limites de concepts et de résultats mathématiques ✓ critiquer le modèle utilisé pour résoudre le problème et en identifier les limites.

Tabla 3.6 – Procesos matemáticos de la evaluación PISA - 2006

3.6.2 TIMSS

TIMSS, ha propuesto en su diseño de evaluación tres competencias matemáticas principales: *Conocimiento; Aplicación; Razonamiento.*

	Procesos cognitivos
Conocimiento	*El acceso al conocimiento es la base que posibilita recordar fácilmente el lenguaje y los hechos básicos y convenciones de los números, la representación simbólica y las relaciones espaciales, a los estudiantes les resultaría imposible el pensamiento matemático dotado de finalidad. Los hechos engloban el conocimiento factual que constituye el lenguaje básico matemático, así como, las propiedades y los hechos matemáticos esenciales que forman el fundamento del pensamiento matemático.*
Recordar	Recordar definiciones; vocabulario; unidades; hechos numéricos; propiedades de los números; propiedades de las figuras planas; convenciones matemáticas (p.ej., notación algebraica como: a x b = ab, a + a + a = 3a).
Reconocer - Identificar	Reconocer objetos matemáticos, por ejemplo formas, números, expresiones y cantidades; reconocer o identificar entidades matemáticas que sean equivalen- tes (p. ej., fracciones equivalentes conocidas, decimales y porcentajes; figuras geométricas simples orientadas de modo diferente).
Calcular	Conocer procedimientos algorítmicos para +, -, x,: o una combinación de estas operaciones con números naturales, fracciones, decimales y enteros; números aproximados para estimar cálculos; llevar a cabo procedimientos algebraicos de rutina.
Recuperar	Recuperar información de gráficos, tablas y otras fuentes; leer escalas simples.
Medir	Usar instrumentos de medición; elegir unidades apropiadas de medida.
Clasificar - Ordenar	Clasificar o agrupar objetos, figuras, números, expresiones e ideas según propiedades comunes; tomar decisiones correctas con relación a la pertenencia a una clase; ordenar números y objetos según sus atributos.
Aplicación	*El dominio aplicación implica saber utilizar distintas herramientas matemáticas en un rango de contextos. Los hechos, conceptos y procedimientos son a menudo muy cono- cidos para el alumno, siendo rutinarios los problemas. En algunos ítems alineados con este dominio, se necesita aplicar el conocimiento de hechos, habilidades y procedi- mientos o entender los conceptos matemáticos para crear representaciones. La repre- sentación de ideas crea el núcleo del pensamiento matemático y de la comunicación, y la capacidad para crear representaciones equivalentes es fundamental para conseguir el éxito en la asignatura.*
Seleccionar	Seleccionar o usar un método o estrategia eficiente para resolver problemas en los que haya un algoritmo o método de solución conocido.
Representar	Representar información y datos matemáticos en diagramas, tablas, cuadros o gráficos y generar representaciones equivalentes para una entidad o relación matemática dada.
Modelar	Generar un modelo apropiado, como una ecuación, figura geométrica o diagrama para resolver un problema de rutina.
Poner en práctica	Poner en práctica un conjunto de instrucciones matemáticas (p. ej., dibujar formas y diagramas según unas determinadas especificaciones).
Resolución de Problemas rutinarios	Resolver problemas estándar similares a los que se encuentran en clase; pueden pertenecer a contextos conocidos o ser puramente matemáticos.
Rasonamiento	*El razonamiento matemático implica la capacidad de pensamiento lógico y sistemático. Incluye el razonamiento intuitivo e inductivo basado en patrones y regularidades que se pueden utilizar para llegar a soluciones para problemas no habituales. Los problemas no habituales son problemas que muy probablemente no resultarán conocidos para los estudiantes. Plantean unas exigencias cognitivas que superan lo necesario para resolver problemas habituales, aún cuando el conocimiento y las destrezas requeridas para su solución se hayan aprendido.*
Analizar	Determinar y describir o usar relaciones entre variables u objetos en situaciones matemáticas y hacer inferencias válidas a partir deinformación dada.
Generalizar-Especializar	Extender el dominio al que son aplicables el resultado del pensamiento matemático y la resolución de problemas mediante la reexposición de resultados en términos más generales y más aplicables.
Integrar - Sintetizar	Realizar conexiones entre diferentes elementos de conocimiento y representaciones relacionadas con ellos, y efectuar conexiones entre ideas matemáticas relacionadas entre sí; combinar procedimientos matemáticos (dispares) para establecer resultados; combinar resultados para llegar a un resultado ulterior.
Justificar	Proporcionar pruebas de la validez de una acción o de la verdad de un enunciado mediante referencia a propiedades o resultados matemáticos.
Resolución de Problemas no rutinarios	Resolver problemas enmarcados en contextos matemáticos o de la vida real de los que es muy poco probable que los estudiantes hayan encontrado ítems similares; aplicar procedimientos matemáticos en contextos poco conocidos o complejos.

Tabla 3.7 – Procesos cognitivos de la evaluación TIMSS - 2011

Estas competencias son descritas en la Tabla 3.7 apoyándose en otras competencias específicas. En los procesos cognitivos las competencias son elaboradas en términos de dificultad creciente. Una forma de explicar la estructuración de sus procesos cognitivos es mediante la secuencia aprendo conocimientos me familiarizo y los aplico. Esto modelo está bajo la lógica que los conocimientos son preliminares a la aplicación. TIMSS, pone en relación cada competencia a un determinado contenido, principalmente para explicitar las competencias de Conocimientos y Aplicación. En la competencia de Razonamiento se deja de lado el contenido y se utiliza puramente las competencias que se espera que los estudiantes sean capaces de demostrar. Se da importancia a la resolución de problemas tanto rutinarios como no rutinarios.

3.6.3 SERCE

SERCE ha considerado tres grupos de procesos cognitivos: Reconocimiento de objetos y elementos; Solución de problemas simples y Solución de problemas complejos.

Proceso Cognitivo	Descripción
Reconocimiento de objetos y elementos	- Identificar objetos y elementos. - Interpretar representaciones matemáticas - Identificar relaciones y propiedades
Solución de problemas simples	- Interpretar la información explícita que se brinda - Representar la situación. - Establecer relaciones directas entre los datos. - Planificar una estrategia de solución. - Registrar el proceso de resolución utilizado. - Analizar la razonabilidad del resultado.
Solución de problemas complejos	- Interpretar la información que se brinda - Reorganizar la información presentada en el enunciado - Seleccionar la información necesaria para resolver el problema - Representar la situación - Establecer relaciones explícitas y no explícitas entre los datos - Planificar una estrategia de solución - Registrar el proceso de resolución utilizado - Analizar la razonabilidad de los resultados

Tabla 3.8 – Procesos cognitivos de la evaluación SERCE - 2009

La forma como son descritos estos procesos (Tabla 3.8) nos permite comprender que al igual que las otras dos evaluaciones anteriores, las competencias fueron diseñadas con la idea de evaluar niveles de dificultades crecientes. Para los dos niveles de resolución de problemas encontramos las mismas competencias, con dos excepciones "reorganizar y seleccionar". A priori, el grado de dificultad de la competencia se manifiesta en el tipo de problemas; simples o complejos. De manera general su descripción es poco elaborada. Al igual que la evaluación PISA en esta descripción no se asocian contenidos específicos a las competencias.

3.6.4 SIMCE

SIMCE por su parte posee una organización muy diferente. Recordamos que la información con respecto a la evaluación se encuentra en diferentes documentos, por lo que estudiar la evaluación SIMCE implica estudiar cada uno de estos documentos para poder tener una visión más global y detallada de la evaluación. Las habilidades y conocimientos matemáticos los encontramos definidos por primera vez en los *"Mapas de Progreso"* [6] (MINEDUC, 2010). Los Mapas de progreso fueron creados de forma paralela al ajusto curricular que comenzó el año 2009[7]. Por lo que contemplan habilidades ligadas a nuevos contenidos que se introdujeron al currículo del año 2002. Ellos son elaborados por dominios, es decir, existe un mapa de progreso para números, otro para geometría y así para cada uno de los dominios de matemáticas del currículo.

Las habilidades matemáticas presentadas en la tabla 3.9[8] tienen relación con el desarrollo de habilidades específicas a los contenidos, a diferencia de las otras tres evaluaciones que las han diseñado en función de habilidades generales. Sin embargo, al interior de cada dominio reconocemos dos características: cada dominio comparte tres habilidades comunes, ellas son comprender, usar y razonamiento matemático y además se presentan competencias específicas al dominio, como en geometría que

---

[6] *"Los Mapas complementan los actuales instrumentos curriculares (Marco Curricular de OF/CMO y Programas de Estudio) y en ningún caso los sustituyen. Establecen una relación entre currículum y evaluación, orientando lo que es importante evaluar y entregando criterios comunes para observar y describir cualitativamente el aprendizaje logrado."* (MINEDUC – 2010).

[7] La evaluación SIMCE 2011 no incorpora el ajuste curricular del 2009. Por los que ciertos contenidos y habilidades descritas en los mapas de progreso no son evaluadas en el año 2011.

[8] La table 3.8 la hemos construido apoyandonos en los Mapas de Progreso de cada dominio (Numeros y operaciones, Algebra, Datos y azar y Geometría) MINEDUC-2010.

define la medición como la habilidad que implica comparar, medir, estimar magnitudes de una, dos o tres dimensiones.

Ejes Curricular	Habilidades
Números y Operaciones	**Comprensión y uso de los números:** compresión del significado de los números, la forma de expresarlos y los contextos numéricos a los que pertenecen, así como las aplicaciones y los problemas que los originaron y/o permiten resolver. **Comprensión y uso de las operaciones:** la comprensión del significado de las operaciones, los contextos numéricos en los que se realizan, las relaciones entre ellas, así como sus propiedades y usos para obtener nueva información a partir de la información dada. **Razonamiento Matemático**: involucra habilidades relacionadas con la selección, aplicación y evaluación de estrategias para la resolución de problemas; la argumentación y la comunicación de estrategias y resultados
Algebra	**Comprensión y uso del lenguaje algebraico**: habilidades para interpretar el significado y escribir expresiones algebraicas haciendo uso de las convenciones del álgebra, representarlas de diversas maneras y usarlas en la designación de números, variables, constantes u otros objetos matemáticos. **Comprensión y uso de relaciones algebraicas:** se refiere a la habilidad para establecer relaciones entre expresiones simbólicas mediante igualdades, ecuaciones, inecuaciones o funciones y a la capacidad para aplicar reglas y procedimientos que permitan transformarlas en expresiones equivalentes. **Razonamiento Matemático: i**nvolucra habilidades relacionadas con el reconocimiento y descripción de regularidades, el modelamiento de situaciones o fenómenos y la argumen-tación matemática
Datos y Azar	**Procesamiento de datos:** habilidades para clasificar, organizar, resumir y representar datos en distintos formatos, tales como tablas y gráficos. **Interpretación de información:** analizar críticamente y para obtener información a partir de datos organizados en tablas y gráficos. **Comprensión del azar** la comprensión y uso de un lenguaje de probabilidades, y a la habilidad para determinar la probabilidad de ocurrencia de eventos, en forma experimental y teórica, a partir de fenómenos aleatorios y el análisis de sus resultados. **Razonamiento matemático:** la habilidad para resolver problemas, reconocer patrones, formular preguntas pertinentes y hacer conjeturas a partir de datos o situaciones en las que interviene el azar, así como a la capacidad para argumentar acerca de la validez de respuestas a las preguntas formuladas y acerca de las conjeturas propuestas.
Geometría	**Comprensión de la forma**: caracterizar formas geométricas y sus transformaciones: caracterización y establecimiento de relaciones en figuras simples como rectángulos y triángulos; comprensión de figuras geométricas en tres dimensiones; planos y rectas representadas en un sistema de coordenadas. **Medición:** comparar, medir y estimar magnitudes de formas de una, dos y tres dimensiones: uso de unidades arbitrarias; medición y determinación de perímetros, áreas y volúmenes de figuras tridimensionales en diversos contextos. **Descripción de posición y movimiento:** describir la ubicación relativa y la variación de posición de figuras y cuerpos geométricos, así como la capacidad de utilizar coordenadas y vectores para representar posición y movimiento: comprensión y aplicación del concepto de transformaciones isométricas; comprensión de homotecias de figuras planas. **Razonamiento matemático:** imaginación espacial, la formulación, verificación o refutación de conjeturas en casos particulares y la búsqueda de regularidades en las formas geométricas, así como la capacidad de resolver problemas geométricos, demostrar teoremas y argumentar sobre sus procedimientos y resultados.

Tabla 3.9 – Procesos cognitivos de la evaluación SIMCE – (Mapas de Progreso 2010)

3.6.5 Análisis comparativo de los procesos cognitivos

Identificamos que cada evaluación diseña sus tareas considerando competencias y habilidades las cuales son puestas de manifiesto en su definición de procesos cognitivos. Constatamos que casi todas las evaluaciones tienen una forma similar de estructurar estos procesos, mediante niveles jerárquicos de dificultades crecientes. Sin embargo, esta similitud es general, debido a que cada evaluación caracteriza de forma particular sus procesos cognitivos, por ejemplo: PISA cuenta con un diseño de procesos cognitivos (que internamente nombra como procesos matemáticos), enteramente centrados en las competencias matemáticas. TIMSS presenta sus procesos cognitivos mediante la asociación de los contenidos y competencias. Con la particularidad en el nivel elevado de competencias razonamiento ya que no utiliza los contenidos, sino solo las competencias matemáticas. SERCE presenta los procesos cognitivos, estableciendo niveles de dificultad según la situación problema, simple o compleja, en que se encuentre la tarea. SIMCE, es la evaluación que presenta más diferencias en relación a las otras tres evaluaciones. Ella establece las habilidades a partir de los contenidos de cada dominio, y al interior de cada dominio, a priori, podemos observar un nivel jerárquico de habilidades.

Mostramos que las evaluaciones estructuran las competencias en niveles jerárquicos de dificultad. Para visualizar de forma comparativa estos niveles jerárquicos de dificultades de las competencias presentamos tres diagramas. La tabla 3.10 representa el nivel más elemental de competencias y habilidades matemáticas. En este nivel se espera que los estudiantes sean capaces de reconocer las matemáticas necesarias para resolver una tarea. En el caso de la evaluación PISA, los estudiantes deben ser capaces de identificar las matemáticas dentro de un problema para luego estructurarlas al contexto de un problema real.

Evaluaciones	Competencias	Características generales
PISA	Formular situaciones de forma matemática	Determinar las matemáticas esenciales a utilizar para analizar, configurar y solucionar problema del mundo real.
TIMSS	Conocimientos matemáticos	Reconocer definición y propiedades matemáticas. Utilizar algoritmos, fórmulas, convenciones y procedimientos matemáticos.
SERCE	Reconocimiento de objetos y elementos	Identifica hechos, conceptos, relaciones matemáticas y propiedades.
SIMCE	Comprender y usar conocimiento matemáticos	Comprender, identificar, caracterizar, relacionar y utilizar nociones y propiedades matemáticas

Tabla 3.10 – Procesos cognitivos: Nivel elemental de comparación

En el nivel intermedio de comparación (Tabla 3.11) las competencias y habilidades matemáticas se han definido con el propósito de ser utilizadas de diferentes modos y en diferentes situaciones. Las características generales de cada evaluación son orientadas a la representación de situaciones reales y a la entrega de soluciones, por medio de la articulación de los conocimientos matemáticos y problemas reales. Incorporamos en este nivel los procesos cognitivos más elevados definidos por la evaluación SERCE y SIMCE. Si bien, SERCE tiene la particularidad de expresar los procesos cognitivos a través de la resolución de problema, simples y complejos, en la descripción de los procesos cognitivos existen habilidades comunes en los dos niveles. Esto hace que al comparar sus procesos cognitivos con las otras evaluaciones, ambos niveles de resolución de problemas se aproximan a lo que las evaluaciones PISA y TIMSS definen como nivel de empleo de conceptos [...] y aplicación respectivamente.

Evaluaciones	Competencias	Características generales
PISA	Empleo de conceptos, hechos, procedimientos y razonamientos matemáticos	Aplicar procedimientos matemáticos necesarios para obtener resultados y encontrar una solución matemática. Particularmente, el trabajo se hace sobre un modelo de la situación del problema, mediante la identificación de recurrencias y relaciones entre las entidades matemáticas y la formulación de argumentos matemáticos
TIMSS	Aplicar	Aplicar conocimientos matemáticos a los hechos; las competencias y los procedimientos a la comprensión de conceptos matemáticos para crear representaciones.
SERCE	Solucionar problemas rutinarios Solucionar problemas complejos	Utilizar et reorganizar información matemática para estructurar una respuesta, en situaciones con enunciados explícitos e implícitos
SIMCE	Razonamiento matemático	Reconocer las regularidades y los modelos, que llevan a establecer conjeturar y argumentar resultados.

Tabla 3.11 – Procesos cognitivos: Nivel intermedio de comparación

En el caso de la evaluación SIMCE, se describe la habilidad de razonamiento como una capacidad de selección, aplicación y evaluación de estrategias, de reconocimiento y descripción de regularidades y patrones y de formulación de preguntas. Todas estas habilidades las encontramos en la descripción que PISA y TIMSS realizan sobre este nivel intermedio. También SIMCE menciona la habilidad de argumentar, sin embargo solo en dos dominios se describe en contexto (Datos y azar y Geometría) como la capacidad de validar procedimientos y resultados. Encontramos que la habilidad de razonamiento no define un contexto claro que nos permita evaluar el grado de complejidad y además la descripción que se menciona es similar a la que propone PISA en este nivel.

En nivel elevado de comparación representamos los niveles más complejos de competencias matemáticas (Tabla 3.12). Vemos que solamente las evaluaciones PISA y TIMSS, definen este tipo de competencias, las cuales tienen como objetivo medir la capacidad de evaluar, justificar y cuestionar un resultado. En particular PISA, espera que los estudiantes sean capaces de reflexionar sobre las soluciones encontradas y que los estudiantes lleguen a tener un pensamiento crítico que les permita identificar los límites de un modelo de resolución de problemas.

Evaluaciones	Competencias	Características generales
PISA	Interpretar, aplicar y evaluar los resultados matemáticos	Utilizar razonamiento matemático de forma lógica y sistemática. Desarrollar y trabajar con modelos, reflexionando sobre procesos y resultados de modelización.
TIMSS	Razonar	Dominar operaciones y relaciones matemáticas simbólicas y formales. Tomar decisiones secuenciales, interpretar y razonar considerando diferentes fuentes de información. Seleccionar, comparar y evaluar estrategias apropiadas de solución de problemas.

Tabla 3.12 – Procesos cognitivos: Nivel elevado de comparación

3.7 ESTRUCTURA DE LOS NIVELES DE LOGROS MATEMÁTICOS

La última estructura que presentaremos son los *Niveles de logros*. Cada evaluación cuenta un diseño de niveles de logros. Ellos tienen por objetivo posicionar los aprendizajes de los estudiantes, ya sea por los logros a nivel de competencias matemáticas o de contenidos. A continuación presentamos como cada evaluación ha estructurado sus niveles de logros.

3.7.1 PISA

En la evaluación PISA los niveles de logros se encuentran expresado en función de las competencias y de contextos (Tabla 3.13). Esta evaluación, además de incorporar los dominio y las competencias en su marco teórico, incluye diversos tipos de contextos y facultades matemáticas (PISA 2012). Estos cuatro elementos que acabamos de mencionar se encuentran presente en los seis niveles de logros.

Niveau	Niveaux de réussite de l'évaluation PISA
6	Au niveau 6, les élèves sont capables de conceptualiser, de généraliser et d'utiliser des informations sur la base de leurs propres recherches et de la modélisation de problèmes complexes. Ils peuvent établir des liens entre différentes représentations et sources d'information, et passer de l'une à l'autre sans difficulté. Ils peuvent se livrer à des raisonnements et à des réflexions mathématiques difficiles. Ils peuvent s'appuyer sur leur compréhension approfondie et leur maîtrise des relations symboliques et des opérations mathématiques classiques pour élaborer de nouvelles approches et de nouvelles stratégies à appliquer lorsqu'ils sont face à des situations qu'ils n'ont jamais rencontrées. Ils peuvent décrire clairement et communiquer avec précision leurs actes et les fruits de leur réflexion – résultats, interprétations, arguments – qui sont en adéquation avec les situations initiales.
5	Au niveau 5, les élèves peuvent élaborer et utiliser des modèles dans des situations complexes pour identifier des contraintes et construire des hypothèses. Ils sont capables de choisir, de comparer et d'évaluer des stratégies de résolution de problèmes leur permettant de s'attaquer à des problèmes complexes en rapport avec ces modèles. Ils peuvent aborder les situations sous un angle stratégique en mettant en œuvre un grand éventail de compétences pointues de raisonnement et de réflexion, en utilisant les caractérisations symboliques et formelles et les représentations y afférentes, et en s'appuyant sur leur compréhension approfondie de ces situations. Ils peuvent réfléchir à leurs actes, et formuler et communiquer leurs interprétations et leur raisonnement.
4	Au niveau 4, les élèves sont capables d'utiliser des modèles explicites pour faire face à des situations concrètes complexes qui peuvent leur demander de tenir compte de contraintes ou de construire des hypothèses. Ils peuvent choisir et intégrer différentes représentations, dont des représentations symboliques, et les relier directement à certains aspects de situations tirées du monde réel. Ils peuvent mettre en œuvre un éventail de compétences pointues dans ces situations et raisonner avec une certaine souplesse en s'appuyant sur leur compréhension de ces contextes. Ils peuvent formuler des explications et des arguments sur la base de leurs interprétations et de leurs actions, et les communiquer.
3	Au niveau 3, les élèves peuvent appliquer des procédures bien définies, dont celles qui leur demandent des décisions séquentielles. Ils peuvent choisir et mettre en œuvre des stratégies simples de résolution de problèmes. Ils peuvent interpréter et utiliser des représentations basées sur différentes sources d'information, et construire leur raisonnement directement sur cette base. Ils peuvent rendre compte succinctement de leurs interprétations, de leurs résultats et de leur raisonnement.
2	Au niveau 2, les élèves peuvent interpréter et reconnaître des situations dans des contextes qui leur demandent tout au plus d'établir des inférences directes. Ils ne peuvent puiser des informations pertinentes que dans une seule source d'information et n'utiliser qu'un seul mode de représentation. Ils sont capables d'utiliser des algorithmes, des formules, des procédures ou des conventions élémentaires. Ils peuvent se livrer à un raisonnement direct et interpréter les résultats de manière littérale.
1	Au niveau 1, les élèves peuvent répondre à des questions s'inscrivant dans des contextes familiers, dont la résolution ne demande pas d'autres informations que celles présentes et qui sont énoncées de manière explicite. Ils sont capables d'identifier les informations et d'appliquer des procédures de routine sur la base de consignes directes dans des situations explicites. Ils peuvent exécuter des actions qui vont de soi et qui découlent directement du stimulus donné.

Tabla 3.13 – Niveles de logros de la evaluación PISA-2006

Los niveles 1 y 2, nos muestran que las competencias son elementales y que se sitúan en contextos familiares y en otros contextos que demandan establecer inferencias directas. En el nivel 3 los estudiantes deben ser capaces de establecer estrategias simples en la resolución de problemas. Los niveles 4 y 5 sitúan a los estudiantes en situaciones complejas, les demandan establecer estrategias e hipótesis. En el nivel 5, también, los estudiantes deben ser capaces des establecer relaciones entre problemas complejos y modelos matemáticos elaborados por ellos mismos. En el nivel 6, los estudiantes deben ser capaces de crear sus propios procesos de investigación para modelizar problemas complejos. Observamos que en todos los niveles las competencias son puestas en relación con situaciones en diferentes contextos.

3.7.2 TIMSS

La evaluación TIMSS cuenta con cuatro niveles de logros. Cada nivel es expresado en función de los grupos de competencias y los contenidos presentados en cada dominio (Tablas 3.14). La descripción se presenta en dos columnas, la primera de describe las competencias de manera general.

Nivel	Competencias	Características generales
Nivel bajo	Los estudiantes tienen algunos conocimientos sobre números enteros y decimales, operaciones y gráficos simples.	conocimiento elemental de los números enteros y decimales y pueden hacer cálculos simples. También pueden relacionar tablas con gráficos de barra y pictogramas, y leer gráficos de líneas simples.
Nivel intermedio	Los estudiantes aplican conocimientos básicos en una variedad de situaciones.	Pueden resolver problemas que involucran decimales, fracciones, proporciones y porcentajes. Comprenden relaciones algebraicas simples. Logran relacionar un dibujo bidimensional con un objeto tridimensional. Pueden leer, interpretar y construir gráficos y tablas. También tienen nociones básicas de probabilidad.
Nivel alto	Los estudiantes aplican su conocimiento y comprensión en una variedad de situaciones relativamente complejas.	Pueden usar información proveniente de diversas fuentes para resolver problemas que involucran diferentes tipos de números y operaciones. Pueden relacionar, entre sí, fracciones, decimales y porcentajes. Muestran conocimiento básico de procedimientos relacionados con expresiones algebraicas. Pueden usar propiedades de líneas, ángulos, triángulos, rectángulos y prismas rectangulares para resolver problemas. También logran analizar datos en una variedad de gráficos
Nivel avanzado	Los estudiantes muestran habilidades de razonamiento, establecen conclusiones, realizan generalizaciones y resuelven ecuaciones lineales.	Pueden resolver una variedad de problemas que involucran fracciones, proporciones y porcentajes y pueden justificar sus conclusiones. Logran expresar generalizaciones de manera algebraica y modelar situaciones. Pueden resolver una variedad de problemas que involucran ecuaciones, fórmulas y funciones. Pueden razonar con figuras geométricas para resolver problemas. También logran razonar con datos provenientes de diversas fuentes o de representaciones que no les son familiares, para resolver problemas que involucran múltiples pasos.

Tabla 3.14 – Niveles de evaluación de TIMSS- 2011

Podemos observar que en el nivel inferior la competencia corresponde al conocimiento y los contenidos son los más elementales de los niveles. En los niveles intermedio y alto, la competencia es aplicar, y los contenidos aumentan su grado de dificultad en el nivel alto. Por ejemplo, se incorporan situaciones de problemas complejos. El último nivel, avanzado, considera el más alto nivel de competencias, de contenidos para el nivel y los presenta dentro de situaciones problema. Notamos la intención de jerarquizar los contenidos y de ponerlos en relación con las competencias.

3.7.3 SERCE

En la evaluación SERCE, se definen cuatro niveles de logros (Tabla 3.15). La evaluación declara haber definido estos niveles a partir del análisis de las combinación entre procesos cognitivos y contenidos según niveles crecientes de dificultades. Se aprecia la intención de presentar los contenidos de forma creciente y , jerarquizar las competencias según el nivel de dificultad.

Nivel	Descripción de los proceso cognitivos	Descripción de los desempeños
IV	Resuelven problemas complejos, con información no explícita y que requieren el uso de relaciones y conexiones entre diferentes conceptos.	Calculan promedios y resuelven cálculos combinando las cuatro operaciones básicas en N. Resuelven problemas que involucran el concepto de fracción. Identifican paralelismo y perpendicularidad en una situación real y concreta y la representación gráfica de un porcentaje. secuencia Resuelven problemas de ángulos de triángulos y cuadriláteros. Áreas de figuras
III	Resuelven problemas en los dominios conceptuales del SERCE que involucran el uso de conceptos, relaciones y propiedades. Pueden interpretar información de distintas representaciones.	Comparan fracciones, usan el concepto de porcentaje. Interpretar los elementos de una división o equivalencia de medidas. Identifican perpendicularidad y paralelismo en el plano. áreas y/o perímetros de triángulos y cuadriláteros. Reconocen ángulos, figuras geométricas, incluyendo el círculo. Hacen generalizaciones de secuencia gráfica o secuencia numérica complejas.
II	Reconocen hechos, conceptos, propiedades y relaciones en los distintos dominios conceptuales del SERCE. Resuelven problemas que requieren estrategias simples, con información relevante explícita, y que involucran una o dos de las cuatro operaciones básicas, en los dominios conceptuales del SERCE.	Analizan e identifican la organización del sistema de numeración decimal posicional; y estiman. Reconocen figuras geométricas y sus propiedades, para resolver problemas. Interpretan, comparan y operan con información Identifican la regularidad de una secuencia que responde a un patrón simple. Resuelven problemas referidos al campo aditivo, en diferentes campos numéricos, incluyendo fracciones en sus usos frecuentes o equivalencia de medidas. Resuelven problemas que requieren multiplicación o división, dos operaciones con números naturales, o que incluyen relaciones de proporcionalidad directa.
I	Reconocen hechos, conceptos, relaciones y propiedades en los distintos dominios conceptuales del SERCE, con excepción del variacional. Resuelven problemas simples de estructura aditiva en el dominio numérico.	ordenan números naturales de hasta cinco cifras y expresiones decimales de hasta milésimos. Reconocen cuerpos geométricos y la unidad de medida Interpretan información en representaciones gráficas para compararla y traducirla a otra forma de representación. Resuelven problemas que requieren una sola operación, en el campo aditivo y en el campo de los números naturales.

Tabla 3.15 – Niveles de logro de la evaluación SERCE-2009

En todos los niveles se presenta la resolución de problemas acompañada de contenido específico, por ejemplo: *"resolución de problemas basado en una sustracción [...](nivel I), resolución de problemas que requiere una división entre números naturales [...] (nivel II) , resolución de problemas que requiere una división y focaliza en el resto (nivel III), resolución de problemas que involucra el concepto de fracción de un entero y de reparto equitativo (nivel IV)"* (SERCE 2011, p.61). En cada nivel vemos como evolucionan en relación a los contenidos, pero las competencias como procesos cognitivos quedan generales.

3.7.4 SIMCE

En SIMCE, hay solo tres niveles de dificultad que son descritos en función de los conocimientos matemáticos del nivel (Tabla 3.16).

Niveles de logro	**Habilidades**
Avanzado	•Transformar fracciones a decimales. •Resolver problemas rutinarios en los que se requiere realizar adiciones y sustracciones con números enteros. •Resolver problemas rutinarios de proporcionalidad que involucran el uso de porcentajes •Identificar lo que representa la incógnita dentro de una ecuación que modela una situación sencilla. •Resolver ecuaciones de primer grado con una incógnita, cuyos coeficientes y soluciones son números naturales. •Resolver problemas rutinarios en los que se requiere calcular medidas de ángulos en cuadriláteros, usando propiedades geométricas. •Resolver problemas no rutinarios que involucran usar el área y el perímetro de un rectángulo. • Fundamentar una afirmación utilizando los datos presentados en un gráfico de barras múltiples. Resolver problemas no rutinarios en los que se aplica el concepto de media aritmética.
Intermedio	•Interpretar el significado de un número entero de acuerdo al contexto en el que se encuentra. •Comparar y ordenar números decimales que tienen la misma cantidad de cifras decimales. •Resolver problemas rutinarios en los que se requiere sumar y multiplicar números decimales. •Resolver problemas rutinarios de proporcionalidad directa en los que se requiere realizar cálculos con números naturales. •Calcular la medida de un ángulo de un triángulo aplicando el teorema de la suma de ángulos interiores. •Calcular áreas de rectángulos, dadas las medidas de sus lados. •Leer y comparar información presentada en gráficos de barras múltiples. •Calcular la media aritmética de un conjunto de datos.
Inicial	•Estos alumnos y alumnas aún no han consolidado los aprendizajes del Nivel Intermedio, ya que en ocasiones demuestran logros en algunos de los aprendizajes descritos en ese nivel, pero con una menor frecuencia y de manera poco consistente.

Tabla 3.16 – Niveles de logro de la evaluación SIMCE-2007

En cada nivel observamos que solo se retoma algunas de las habilidades definidas en los procesos cognitivos. Relacionamos este hecho a la definición de los procesos cognitivos en el año 2010 y del ajuste curricular del mismo año. En cada nivel el grado de dificultad es determinado principalmente por los contenidos, encontrándose la resolución de problemas en el nivel Avanzado como en el intermedio.

La diferenciación es a través de los problemas rutinarios de mayor complejidad o en contenidos nuevos en el nivel avanzado. De las cuatro evaluaciones la evaluación SIMCE, es aquella que más se centra en los contenidos, el rol que juegan las habilidades matemáticas es muy precario.

3.7.5 Análisis comparativo sobre los niveles de logros

En las cuatro evaluaciones identificamos que los niveles jerárquicos de logros son construidos de diferentes maneras. Cada evaluación establece sus jerarquías por diferentes combinaciones de los componentes estructurales. Como mencionamos PISA se centra en evaluar las competencias matemáticas, organizando sus niveles mediante los procesos y las facultades matemáticas, los contextos y los dominios. La evaluación TIMSS combina procesos cognitivos y contenidos. SERCE y SIMCE, combinan los procesos cognitivos y los contenidos, primando los contenidos.

Comparamos los niveles de logros en función de sus niveles jerárquicos de logros que se esperan medir. Para esta comparación tomamos la evaluación PISA como referencia de los niveles (Figura 3.1).

A nivel comparativo, PISA es la evaluación que demanda mayores competencias a los estudiantes. La evidencia es claramente manifestada en amplia variación del número de niveles, de 3 a 6. Lo que hace ver que los niveles máximos de las otras evaluaciones se alejan bastante de la evaluación PISA. El nivel 1 corresponde a situaciones rutinarias, situaciones con problemas explícitos y al reconocimiento de conceptos matemáticos básicos.

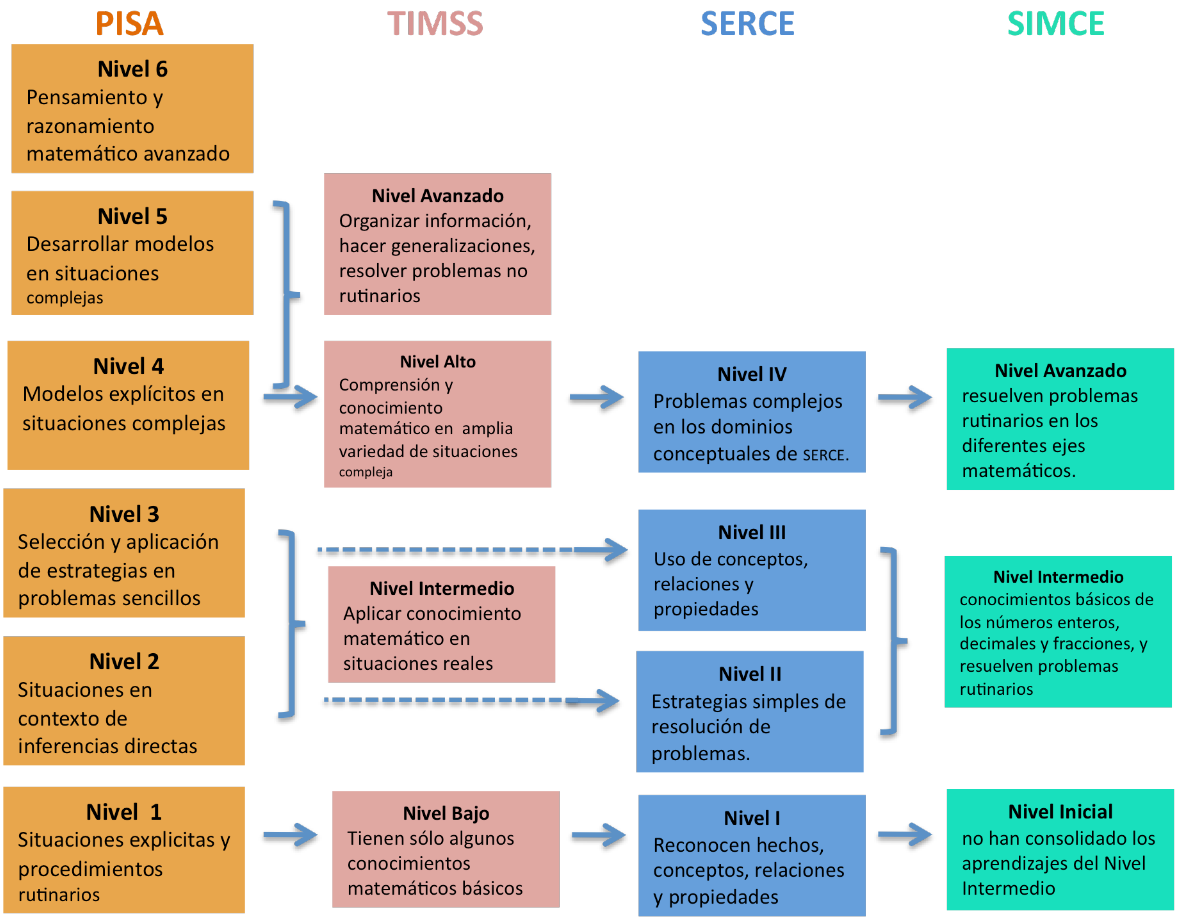


Figura 3.1 – Comparación de niveles de logros entre las evaluaciones estandarizadas

Los niveles 2 y 3 los estudiantes deben ser capaces de resolver problemas simples, utilizar estrategias en situaciones rutinarias, inferir información directa en enunciados y aplicar conocimientos matemáticos. En el nivel 4 de la evaluación PISA los estudiantes deben ser capaces de resolver problemas relativamente explícitos, pero no rutinarios; formular hipótesis, argumentar, concluir y razonar a partir de situaciones de la vida real. El nivel 5 es compartido con la evaluación TIMSS, aquí los estudiantes deben ser capaces de establecer generalizaciones y trabajar en situaciones complejas. PISA en su nivel 6, evalúa las competencias matemáticas mediante situaciones complejas y además se les demanda a los estudiantes que sean capaces de realizar sus propias investigaciones y modelizaciones en situaciones complejas. Desde el punto vista comparativo el nivel jerárquico de la evaluación PISA parece desbordar a nivel de complejidad de competencias de las otras tres evaluaciones.

3.7.6 Síntesis de Categorías Estructurales

Del análisis del marco teórico que estructura de cada evaluación constatamos que la evaluación PISA, posee una estructura mucho más compleja que las otras tres evaluación estudiadas, además PISA ha ido realizado cambios permanentes en su marco teórico. A través de estos cambios se ha mejorado la descripción del marco teórico de la evaluación en la implementación y validación de su visión matemáticas. Observamos que al interior de cada evaluación existen niveles de explicitación diferentes. En un extremo se encuentra la evaluación SIMCE como la evaluación que menos explícita su marco teórico, y al otro extremo encontramos la evaluación PISA, la cual describe detalladamente su estructura. A pesar de esta diferencia todas las evaluaciones establecen como mínimo tres categorías: dominios, procesos cognitivos y niveles de logros. Hemos considerado estas categorías principalmente en el nivel de la disciplina, nivel 5, de la escala jerárquica de los niveles de co-determinación didácticos. Los subniveles de la disciplina también fueron comparados; dominio, sector y tema. Además, señalamos que los altos niveles de la escala jerárquica entran en juego dado que la definición de estas disciplinas son determinadas por estos niveles. En particular, esto es visible en la evaluación PISA que impone su cultura matemática mediante las tareas que luego los estudiantes deberán realizar. Asimismo, señalamos que para realizar este tipo de análisis nos hemos apoyado teóricamente en la hipótesis propuesta por Artigue & Winslow (2010) sobre la factibilidad de realizar comparaciones en diferentes contextos, en nuestro caso, las cuatros evaluaciones y en un mismo nivel jerárquico de co-determinación didáctica, en nuestro caso "la disciplina".

En la comparación de contenidos pudimos ver que existían similitudes a nivel del nombre de los dominios. Aunque al ir analizando los contenidos y entrar en el estudio de los sectores y los temas comenzamos a identificar sus diferencias. Por ejemplo, tres evaluaciones (PISA, TIMSS y SIMCE) nombran el dominio del Azar, sin embargo, verdaderamente solo dos de ellas demuestra en su descripción que evalúa el Azar, estas evaluaciones son; PISA y TIMSS. Concerniente a los procesos cognitivos en un nivel generalizado se observan similitudes, en la definición general de habilidades y competencias. Estas similitudes se hacen menos presentes al observar como las evaluaciones hacen intervenir los contenidos, para articularlos con las competencias y habilidades. Cada evaluación tiene una forma particular de nombrar y describir sus procesos cognitivos. La evaluación PISA se refiere a procesos matemáticos; TIMSS y SERCE hablan de procesos cognitivos; y SIMCE describe estos procesos en términos de habilidades. Luego, concerniente a los conceptos específicos que utilizan para describir estos procesos las diferencias se perciben aún más: PISA los describe exclusivamente en términos de competencias; TIMSS se apoya en los contenidos para describir las competencias; SERCE considera el reconocimiento de conocimientos y la resolución de problema (simples y complejo); SIMCE describe las habilidades que espera evaluar utilizando los contenidos. Otro aspecto que pudimos constatar fue que cada evaluación define competencia utilizando la idea de niveles jerárquicos. Como señala Bodin (2006. p.65) una influencia de las taxonomías de Bloom está presente.

En el análisis de los niveles de logros pudimos interpretar que cada evaluación define sus niveles máximos y mínimos, y aquello que es máximo para una evaluación no lo es necesariamente para otra. Existe una diferencia importante en este punto, siendo que PISA define 6 niveles de logro a diferencia de SIMCE, que define 3. Las otras dos evaluaciones definen 4 niveles. Sin embargo, al analizar de cerca estos niveles vemos que hay competencias y habilidades que se pueden ubicar en niveles similares, pero internamente las evaluaciones mantienen su coherencia con las competencias y habilidades ya definidas. Desde el punto de vista de la coherencia entre las categorías estructurales y la visión matemática, en el caso de la evaluación SERCE nos parece que falta profundizar más sobre la definición de competencias y su articulación con los contenidos. De lo que pudimos observar en los niveles de logro nos parece que es una evaluación que mide conocimientos matemáticas más que competencias matemáticas. En consecuencia, a priori, las tarea principalmente evalúan contenidos.

En este punto del estudio pensamos que contamos con resultados que nos permiten abordar en parte una de nuestras preguntas de investigación sobre el posicionamiento de SIMCE, respecto a las otras evaluaciones estandarizadas examinadas. Desde el punto de vista de la estructura de las categorías concluimos que la evaluación SIMCE es la que menos desarrolla las dimensiones estudiadas. En cada una de las dimensiones analizadas la información que entrega es general, por ejemplo en los dominios matemáticos, en Números se menciona que *"se utilizaran los números enteros, los decimales positivos, fracciones positivas [...]"* (cf. § 3.3.1.4) pero no se detalla en que situaciones se utilizarán estos números ni el tema específico. Respecto a los procesos cognitivos es donde consideramos que existe menos precisión de las habilidades que se esperan evaluar. Esto lo constatamos por la forma en que son presentadas y como son descritas. Vimos que son internas a cada dominio matemática y a la vez utilizan las mismas habilidades en diferentes dominios. Por ejemplo, las habilidades el "comprender" y el "razonamiento matemático" están presentes en los cuatro dominios definidas de manera diferente, pero muy sintéticamente. En los niveles de logro, la definición del nivel avanzado e intermedio nos parece bastante clara. Sin embargo, en el nivel inicial no se definen los aprendizajes que espera que los estudiantes hayan adquirido, solo se menciona que no han alcanzado el nivel intermedio: *"Estos alumnos y alumnas aún no han consolidado los aprendizajes del Nivel Intermedio, ya que en ocasiones demuestran logros en algunos aprendizajes descritos en ese nivel, pero con una menor frecuencia y de manera poco consistente."* (cf. § 3.3.4). Esta definición de nivel inicial no nos permite saber que conocimientos maneja un estudiante que se ubica en este nivel. En la tabla 3.17 vemos un ejemplo de los resultados que recibió un "establecimiento escolar N"[9] sobre los niveles de logro (cf. § 10 Anexo B).

Tabla 3 Porcentaje de estudiantes del establecimiento según Niveles de Logro en Lectura y Educación Matemática 8° Básico 2009.

Nivel de Logro	Lectura	Educación Matemática
Nivel Avanzado	71%	7%
Nivel Intermedio	26%	50%
Nivel Inicial	3%	43%

Tabla 3.17 – Resultados Niveles de logros 2009 - "Establecimiento escolar N"

Los profesores desconocen los aprendizajes de sus estudiantes para este nivel. La falta de definición de un nivel inicial se hace aún más preocupante al mirar los resultados de este mismo año a nivel nacional, donde el 62% de los estudiantes de

[9] El nombre del establecimiento es confidencial dado que los informes por establecimiento no son públicos, solamente el establecimiento tiene derecho a obtener sus resultados mediante un informe que entrega el departamento de Evaluación del Ministerio de Educación.

8avo básico se encuentran en el *Nivel Inicial*, el 25% en el *Nivel Intermedio* y solo el 13% en el *Nivel Avanzado* (Resultados Nacionales 2009, Chile). En conclusión, teniendo en cuenta los puntos tratados, pensamos que es necesario que la evaluación SIMCE pueda mejorar su instrumento de evaluación, en particular para favorecer la comprensión de los resultados.

3.8 ANÁLISIS DE TAREAS

Del análisis que realizamos sobre las categorías estructurales de las evaluaciones hemos podido conocer de forma general como ellas son diseñadas y para cuales aspectos de su estructura es posible establecer un grado de asimilación y/o de diferenciación. De las categorías observadas por las evaluaciones: Espacio y forma en PISA, De la medida en SERCE y geometría en TIMSS, SIMCE y SERCE. En el análisis que realizamos sobre cómo está definida la geometría y la medida en las evaluaciones constatamos que los temas sobre las propiedades y atributos de figuras y las magnitudes geométricas (ángulos, perímetro, área y volumen) están presentes en las cuatro evaluaciones. En contraposición, pudimos constatar que hay contenidos diferencialmente presentes en estas evaluaciones como es el caso de ubicación espacial, de ángulos, de congruencia de polígonos y transformaciones en el plano. En esta parte de nuestro estudio nos interesa conocer cómo los contenidos descritos en los documentos analizados son transpuestos en las tareas que los estudiantes deben realizar. De igual forma queremos conocer cuáles son las nociones y los aspectos que la geometría y la medición se apoya para elaborar sus tareas y evaluar a los estudiantes. Del estudio realizado sobre magnitudes geométricas, particularmente sobre área y volumen, en el capítulo 2 (cf. § 2.3.3) vimos la importancia del aspecto unidimensional y pluridimensional de estas magnitudes. Por lo que nos interrogamos cómo estos aspectos son presentados en las tareas por las evaluaciones.

Del estudio realizado sobre la visión matemática, pudimos concluir que la caracterización de la disciplina matemática es diferente entre las evaluaciones, pensamos que estas diferencias se harán presentes al momento de analizar las tareas, suponemos que nos encontraremos con tareas que son más próximas al currículo y otras más cercanas a diferentes situaciones de la vida cotidiana o situaciones que se alejan más del contexto escolar.

Hemos hecho un primer repertorio de tareas de cada evaluación (cf. § 9 Anexo A). Las tareas seleccionadas originan de tareas liberadas por las evaluación. En esta lista para cada evaluación precisamos el contexto (interno o externo a las matemáticas), el tipo de espacio considerado dos o tres dimensiones, el tipo de tarea y las técnicas de resolución posibles (sea apoyándonos sobre la información entregada en la evaluaciones respectivas, o sea haciendo un análisis a priori de la tarea. Eso se pone en relación con el bloque práctico de praxeologías puntuales.

Hemos clasificado los contenidos de las magnitudes geométricas por los siguientes temas: áreas, volúmenes, perímetro y ángulos. En geometría, los temas encontrados corresponden a: triángulos, movimientos en el plano y congruencia de polígonos. Continuamos con el análisis detallado de una selección de 18 tareas, que corresponden a magnitudes geométricas y medidas, cubriendo la diversidad de los contenidos de las diferentes evaluaciones.

Como herramienta teóricas de análisis nos servimos del cuadro praxeológico, de la teoría antropológica de lo didáctico (Chevallard 1999). De igual modo utilizamos los Paradigmas de la Geometría (Houment & Kuzniak 2002).

3.8.1 PISA

Las 12 tareas de PISA accesibles están resumidas en la Tabla 3.18 y corresponden a la categoría de Espacio y Forma (cf. § 9.1 Anexo A). Las tareas se caracterizan por llevar a los estudiantes a que pongan en acciones sus competencias en matemáticas.

PISA - Tareas 'Forma y Espacio'

Tarea	Contexto	Dimensión	Descripción	
Farms	Externo	2D-3D	Calcular área de la base de una pirámide cuadrada y la longitud de un segmento paralelo a la base	Aplicar la fórmula de área de un cuadrado para determinar la base de la pirámide, y aplicar el teorema del medio (caso particular del teorema de Thales) para determinar el segmento paralelo a la base de la pirámide.
Coins	Externo	2D	Determinar un set de monedas según intervalos de diámetros y porcentaje de crecimiento constante.	La tarea considera un contexto geométrico solamente, para determinar el set de monedas los estudiantes deben determinar un factor de crecimiento.
Cubes	Externo	3D	Determinar el número de punto de 5 caras interiores que no se pueden ver	La tarea no demanda conocimientos geométricos, solamente razonamiento espacial
Continent Area	Externo	2D	Estimar el área de una figura irregular	Utilizar una cuadrícula o la descomposición y composición de la superficie en figuras geométricas conocidas.
Pizzas	Externo	2D	Determinar la relación precio-superficie entre dos pizzas.	Aplicar el razonamiento cualitativo para determinar que la superficie de la pizza crece más rápido que el precio debido el crecimiento cuadrático del área en comparación con el crecimiento líneal del precio.
Carpenter	Externo	2D	Evaluar perímetros de figuras	Evaluar el perímetros de figuras utilizando la noción de ortogonalidad y paralelismo
Twisted Building	Externo	3D	Determinar la altura de un edificio y un ángulo	Utilizar conocimientos espaciales para determinar la longitud de un edificio y su ángulo de giro
Shapes	Interno	2D	Comparar áreas y perímetros de figuras irregulares y regulares a través de la estimación.	Comunicar el o los método para comparar el área y el perímetro de figuras regulares e irregulares.
Triangles	Interno	2D	Identificar un triángulo entre 5, a través de la lectura de afirmaciones y la eliminación	Aplicar las propiedades del triángulo rectángulo, la longitud de sus segmentos y puntos medios para eliminar aquellas figuras que no corresponden con las
Patio	Externo	2D	Calcular el número de baldosas para cubrir una superficie rectangular	Aplicar la fórmula del área para medir la superficie y luego calcular la cantidad de ladrillos para cubrirla
Building Blocks	Interno	3D	Calcular la cantidad de cubos que forman diferentes bloques	Utilizar el conteo, el dibujo o la fórmula de volumen para determinar la cantidad de cubos que forman diferentes bloques
Staircase	Externo	2D	Calcular la longitud de una escalera conociendo su alto y cantidad de peldaños	Dividir la altura de la escalera por el número de peldaños.

Tabla 3.18 – Tareas 'Espacio y Forma' de la evaluación PISA

Desde el punto de vista del contexto, de forma general, las tareas corresponden a un contexto externo a las matemáticas. De las 12 tareas que analizamos solo tres de ellas nos parecieron dentro de un contexto interno de aplicación matemática directa

(Triangles, Patio y Continent area). Concerniente a las dimensiones, encontramos principalmente tareas representadas en el plano, es decir, dos dimensiones. No obstante, encontramos cuatro tareas que corresponden a la geometría en el espacio (tres dimensiones). Las tareas en 3D, requieren de la competencia de visualización espacial, lo que es coherente con la descripción de las categorías por dominio.

Desde el punto de vista de la categoría espacio y forma, particularmente aquellas tareas de magnitudes geométricas, observamos que el cálculo y la estimación de áreas predomina en relación a las otras magnitudes geométricas. Seis de las doce tareas que hemos presentado son sobre medición de superficie. En seguida, tres tareas son sobre perímetro; una de cálculo y dos sobre estimación. Una tarea sobre volúmenes, donde se puede proceder a través del conteo, el diseño o de la aplicación de la fórmula del volumen de paralelepípedo. Dos tareas sobre longitudes (longitud del edificio y de la escalera) cuya dificultad se encuentra en la comprensión de la situación y en la elaboración de una estrategia. Finalmente, en el mismo problema "Twisted Building", se demanda dibujar un ángulo, para ello los estudiante deben comprender la noción de rotación.

Destacamos dos características específicas de la tareas de la evaluación PISA. La primera es el hecho que a través de una tarea se miden varios conocimientos matemáticos. Esta característica refleja el diseño de su cuadro teórico, en particular, del diseño de las categorías, en las que se explicita la voluntad de no parcelar los contenidos como lo hacen los currículos escolares. Por ejemplo, la tarea titulada "Farms", si bien la figura entregada es de un sólido, el contexto es 3D con una representación en 2D en perspectiva. El trabajo que deben realizar los estudiantes es en geometría plana (teorema de los Medios). Considerando la descomposición figural y dimensional a la vez, vemos que es una tarea situada en la geometría axiomática natural (GII), pero piloteada por la geometría natural (GI) principalmente por el trabajo visual que los estudiantes deben realizar al momento de trabajar la figura.

Otra característica particular es sobre la medición a través de la estimación. Este tipo de tareas lleva a los estudiantes a buscar modelos matemáticos que les permitan representar un problema de la vida real; un ejemplo es la tarea "Continent area". Para realizar la estimación del área, los estudiantes cuentan con una escala. En la segunda tarea de estimación, los estudiantes tienen un set de tres figuras donde una de ella es un círculo y otras dos se asemejan a un círculo pero en su contorno hay hendiduras. Para obtener la respuesta correcta los estudiantes deben acudir a la descomposición de la figura en otras conocidas, como el círculo, rectángulos y cuadrados. En la primera tarea que mencionamos, los estudiantes deben obtener un resultado en número en la segunda solo entregar estrategias y realizar una estimación.

Desde el punto de vista del paradigma de la geometría es difícil situar estas tareas en algún tipo de paradigma, es decir, existen un gran número de preguntas abiertas y las estrategias son variadas, por lo que la evaluación entrega alta puntación tanto a un estudiante que aplicó una fórmula o trabajó desde la representación, por ejemplo la tarea “Pizzas”, donde una posible estrategia es desde el razonamiento cualitativo. Sin embargo, debido a la influencia del trabajo sobre las figuras pensamos que existe predominancia del trabajo en el paradigma de la geometría natural (GI).

3.8.2 TIMSS

Presentamos las 22 tareas de TIMSS correspondientes al dominio de geometría (cf. § 9.2 Anexo A). Estas tareas, resumidas en Tabla 3.19, se caracterizan por evaluar conocimientos matemáticos por sobre competencias matemáticas. Los estudiantes deben disponer de nociones, propiedades y teoremas para responder a las tareas que TIMSS propone. Desde el punto de vista del contexto, las tareas se alinean con el currículo escolar y por lo que en su mayoría son de contexto interno a las matemáticas.

TIMSS - Tareas de "Geometría"

Tarea	Contexto	Dimensión	Tareas	Descripción
M022021	Interno	2D	Determinar el área de una superficie formada por dos rectángulos yuxtapuestos	Aplicar la fórmula del área a cada rectángulo y calcular la diferencia entre estas dos áreas
M032693	Interno	2D	Calcular un ángulo externo de un hexágono.	Aplicar las propiedades de ángulos en un hexágono, posibles de ser determinadas a través de la descomposición en triángulos equiláteros. Luego aplicar los conocimientos sobre ángulos suplementarios.
M012015	Interno	2D	Determinar la afirmación correcta sobre las propiedades de congruencia de un trapezoide.	Utilizar propiedades de congruencia de un trapezoide para construir otro trapecio congruente al ya existente, luego seleccionar la afirmación correcta
M12026	Interno	2D	Calcular medida de un ángulo del triángulo formado por la intersección de dos triángulos congruentes, donde se conoce la medida de dos ángulos.	Utilizar las propiedades de congruencia para determinar dos de los ángulos del nuevo triángulo y la propiedad de la suma de los ángulos interiores de un triángulo para obtener el valor del ángulo pedido.
M02202	Interno	2D	Calcular la medida de un ángulo intersectado con otros dos ángulos.	Utilizar el cálculo aritmético de la sustracción para determinar el valor del ángulo demandado
M012005	Interno	2D	Determinar la congruencias entre cuatro triángulos formados por las diagonales de un cuadrado	Aplicar la conceptualización de la noción de congruente para seleccionar dos triángulos congruentes.
M032678	Interno	2D	Calcular el área de un rectángulo, dado dos circunferencias inscritas de radio 5cm	A partir del radio de la circunferencia se determinan las longitudes de los lados del rectángulo y luego se aplica la fórmula de área
M012013	Interno	3D	seleccionar el paralelepípedo formado por cubos con volumen diferente entre 4 diseños	Aplicar la fórmula de volumen o el conteo de cubos comparar los volúmenes de 4 paralelepípedos para determinar cual de ellos tiene un volumen diferente
M012030	Interno	2D	Calcular el largo de un rectángulo, dado su perímetro y un lado.	Calcular el largo de un rectángulo, dado su perímetro y un lado.
M022142	Interno	2D	Determinar pares de ángulos suplementarios, formados por dos rectas paralelas cortadas por una secante	Aplicar las propiedades de ángulos y paralelismo para determinar pares de ángulos suplementarios
M012039	Interno	2D	Calcular el valor de la suma de ángulos opuestos por el vértice.	Aplicar los conocimientos sobre ángulos suplementarios y opuestos por el vértice para luego calcular el valor de la suma de ángulos opuestos por el vértice.
M0322403	Interno	2D	Dibujar una línea que divide a un triángulo de dos lados congruentes en dos triángulos congruentes.	Aplicar el teorema del medio (caso particular del teorema de Thales) el cual permite trazar un segmento entre los puntos medios de cada lado congruente del triángulo.
M032261	Interno	2D	Determinar dos triángulos congruentes según el valor de sus lados.	Utilizar las propiedades de congruencia de triángulo para seleccionar dos triángulos congruentes dado la longitud de sus lados.
M032489	Interno	3D	Determinar el patrón de un prisma triangular	Aplicar conocimientos espaciales para relacionar una figura en 3D a su patrón
M032588	Interno	2D	Identificar un par de coordenadas en un plano cartesiano	Identificar un punto en el plano cartesiano que presenta coordenadas dadas
M0022016	Interno	2D	Identificar un par de coordenadas que intersectan un línea recta formada por dos puntos en el plano cartesiano	Seleccionar un par de coordenadas que se ubica en la línea recta representada por un par de coordenadas dadas
M032647	Externo	3D	Estimar la cantidad de naranjas que puede contener una caja.	Deducir cuántas naranjas pueden ser contenidas en un paralelepípedo, aplicando la fórmula del volumen del paralelepípedo para un cuerpo esférico
M032743	Interno	2D	Reproducir un diseño en el plano cartesiano	Aplicar conocimientos sobre simetría axial para reproducir un diseño en el plano cartesiano utilizando las transformaciones geométricas.
M022154	Interno	2D	Determinar el punto de rotación de dos rectángulos	Visualizar la rotación o identificar el punto común entre dos triángulos que corresponde al centro de rotación.
M032732	Interno	2D	Determinar la unidad de medida del área de un triángulo	Aplicar la noción de bidimensionalidad del área para identificar la unidad de medida del área de un triángulo
M022227	Interno	2D	Determinar el área de un cuadrado, compuesto por 5 cuadrados iguales y el perímetro de la figura total	Aplicar la fórmula de área para determinar el área de un cuadrado y luego aplicar la noción de perímetro
M032689	Interno	2D	Determinar el valor de un ángulo	Identificar la construcción de un triángulo equilátero para determinar el valor del ángulo pedido

Tabla 3.19 – Tareas de geometría de la evaluación TIMSS

Concerniente a las dimensiones, encontramos principalmente la predominancia de

2D. Solamente encontramos tres tareas sobre volumen, que utilizan el aspecto tridimensional de volumen y la representación espacial, pero en solo una tarea.

Referente a los contenidos, de las 22 tareas correspondientes a la geometría, predomina el contenido de ángulos; ángulos entre rectas (secantes y paralelas) y ángulos en polígonos. Encontramos seis tareas sobre ángulos. Para la resolución de este tipo de tareas es necesario que los estudiantes dispongan de conocimientos sobre clasificación de ángulos y relaciones entre ángulos a partir de rectas secantes y paralelas. Continuando con la representatividad de contenidos, TIMSS se centra en la magnitud geométrica del área, principalmente el calcular áreas. De igual forma los contenidos de transformaciones geométricas y congruencia son evaluados. Otro contenido en relación con la geometría plana es la ubicación espacial; coordenadas y ubicación en el plano. El tipo de tareas que se presentan son aquellas que demandan a los estudiantes conocimientos en simetría, transformaciones geométricas, ubicación en el plano por medio de coordenadas. Encontramos cuatro tareas referidas a estos contenidos

Hemos identificado dos características en el tipo de tareas que TIMSS evalúa. Una de estas características es la consecuencia de evaluar principalmente conocimientos. Esto hace que encontramos tareas que los estudiantes solamente pueden realizar si disponen de conocimientos determinados. Un ejemplos de este tipo de tarea son aquellos que evalúa la congruencia. Consideramos por ejemplo la tarea M012015. Los estudiantes deben determinar una afirmación falsa entre 5 proposiciones. Los estudiantes se pueden apoyar de una representación visual, dibujando el trapecio GHIJ congruente a ABCD o pueden explorar las alternativas propuesta. Dado que la alternativa correcta es la primera puede que solamente hagan una verificación rápida. Sin embargo, la noción de congruencia debe ser disponible para los estudiantes.

Otra particularidad en los tipos de tareas es la idea de progresión de los contenidos. Plausiblemente pudimos observar en el trabajo de ángulos, una progresión en el grado de dificultad de las tareas. De las seis tareas vemos que se cubren los contenidos “básicos” que los estudiantes adquieren a lo largo de las 6-8 años escolares. A través del contenido de volumen pudimos identificar la misma idea de progresión en el contenido. En el caso de los ángulos las tareas abarcan los conocimientos sobre la noción de ángulos (M032689 y M022202), relaciones angulares sobre rectas paralelas intersecadas por una secante (M022142 y M012039), suma de los ángulos internos de un triángulo (M012026), ángulos externos de un polígono regular (M032693).

Presentamos dos ejemplos: en la tarea M012026 se presentan dos triángulos congruentes que se intersectan formando un tercer triángulo, para cada triángulo se conoce un ángulo y se sabe que un lado es igual otro. Para realizar esta tarea los estudiantes deben saber que la suma de los ángulos internos del triángulo es 180º y las propiedades de triángulos congruentes. En una siguiente tarea (M032693), los alumnos deben determinar el valor de un ángulo exterior de un hexágono regular. El enunciado señala que el polígono es un hexágono regular. La dificultad de esta tarea se encuentra en determinar el ángulo suplementario (ángulo interno polígono), sea por medio de la formula 180(n-2)/n o por la descomposición en triángulos equiláteros.

Respecto al segundo ejemplo del volumen, encontramos una tarea M012013 que considera la comparación de volúmenes utilizando una unidad cúbica como unidad de medida, esta tarea es una introducción del aspecto tridimensional del volumen. Otra tarea sobre representación espacial M032489, demanda identificar el patrón de un prisma triangular. Finalmente, se presenta una tarea de cálculo de volumen M032047. Esta tarea considera el aspecto tridimensional del volumen. En esta última tarea, los estudiantes deben calcular cuántas naranjas caben en una caja de 60cm de largo, 36 cm de ancho y 24 cm de alto. La información que se entrega de la naranja es que su diámetro promedio es de 6cm. Para obtener la repuesta correcta los estudiante deben asociar un cubo de arista 6 centímetros y calcular cuántos cubos se pueden poner en la caja.

Desde el punto de la geometría podemos posicionar estas tareas en GII, es decir, en la geometría axiomática natural, ya que el estudiante puede obtener el resultado correcto mediante la aplicación de propiedades y nociones geometrías y de la medida. Sin embargo, identificamos una tarea de simetría, otra de patrones y una de volumen en las que los estudiantes por medio de la observación y la manipulación de la figura pueden llegar al resultado, por lo que sugiere un trabajo en el paradigma geométrico natural (GI).

3.8.3 SERCE

De la evaluación SERCE, solo fue posible conocer 4 tareas (cf. § 9.3 Anexo A) donde una corresponde a la geometría y las tres otras a la medición. Dado la cantidad limitada de tareas, resumidas en Tabla 3.20, consideramos poco fiable expresarnos en términos generales sobre ellas.

SERCE- Tareas de " Geometría y De la medida"

Tarea	Contexto	Dimensión	Tareas	Descripción
Cajas	Interno	3D	Determinar el número posible de cubos a ser contenidos en un paralelepípedo	Dado las longitudes de las aristas de ambos paralelepípedos (múltiplos de dos) determinar la cantidad de cubos que contiene una caja
Rectángulo 1	Interno	2D	Calcular el perímetro de un rectángulo	A partir de una figura rectangular, donde se conocen sus longitudes (largo-ancho) los estudiantes deben aplicar el concepto de perímetro.
Patio	Externo	2D	Calcular el número de baldosas necesarias para cubrir una superficie	Esta tarea puede ser resuelta a través de varias técnicas, por ejemplo la conversión de unidades a dm, la pavimentación y la utilización de la fórmula del área
Círculo y Rectángulo	Interno	2D	Calcular la longitud de un segmento de figura compuesta por un rectángulo, que inscribe un círculo y un cuadrado	El segmento a calcular correspondiente a uno de los lados del cuadrado el cual tiene un círculo inscrito de radio 2 cm. Por lo que es necesario que los estudiantes relacionen el diámetro con el lado del cuadrado.

Tablas 3.20 - Tareas de geometría y medición de la evaluación SERCE

Tres de las tareas que poseemos hacen parte de un contexto interno a las matemáticas. Salvo la denominada Patio, que es un contexto externo a las matemáticas. Dos de ellas son tareas que miden la conceptualización de la noción del volumen en un contexto de pavimentación y de perímetro. Las otras dos tareas requieren un trabajo mayor en la exploración de la técnica, en particular la tarea sobre área donde los estudiantes tienen diferentes posibilidades de resolver la tarea. Solamente ejemplificaremos uno de estos tipos de tareas, ya que las otras tres serán analizadas en detalle en la sección del capítulo destinada a la comparación de tareas. Mostraremos la tarea que demanda determinar una longitud de un segmento a través de la puesta en juego de varios conocimientos geométricos. La tarea titulada "Círculo y Rectángulo" demanda determinar la longitud de un segmento del rectángulo, el cual corresponde a la diferencia entre el lado del cuadrado, determinado por el diámetro de la circunferencia, y la longitud total del largo del rectángulo.

Desde el punto de vista del paradigma geométrico, vimos que las tareas permiten a los estudiantes acceder a técnicas como el dibujo y la estimación, pese a que deben manejar el concepto de perímetro y área. Por esto vemos que en general el paradigma que prima es el de la Geometría Natural (GI).

3.8.4 SIMCE

En la evaluación SIMCE encontramos 13 tareas clasificadas dentro del dominio de la geometría (cf. § 9.4 Anexo A), que resumimos en la Tabla 3.21. Como vimos durante el análisis por dominios, la evaluación SIMCE no menciona la medición.

SIMCE- Tareas de "Geometría"

Tarea	Contexto	Dimensión	Tareas	Descripción
Pregunta 1	Interno	3D	Determinar la cantidad máxima de cajas de 1m de arista en un paralelepípedo	Dado las longitudes de las aristas de ambos paralelepípedos(múltiplos de dos) determinar la cantidad de cubos que contiene una caja
Pregunta 2	Interno	2D	Calcular área de una superficie rectangular.	Aplicar la fórmula del área de un rectángulo conociendo su largo una proporción de ancho en función del largo del rectángulo
Pregunta 3	Interno	2D	Calcular la diferencia entre dos áreas	Ampliar un rectángulo duplicando cada uno de sus lados, enseguida determinar la diferencia entre las áreas.
Pregunta 4	Interno	2D	Determinar la suma de dos ángulos adyacentes en triángulos equiláteros.	Aplicar las propiedades sobre ángulos en triángulos equiláteros y sobre ángulo adyacente
Pregunta 5	Interno	2D	Calcular el área de un trapecio.	Aplicar fórmula del área del trapecio o determinar el área del rectángulo y del triángulo y adicionarlas.
Pregunta 6	Externo	2D	Calcular el perímetro de una figura compuesta por semi-circunferencias y un cuadrado.	aplicar la fórmula del perímetro de una figura compuesta por semi-circunferencias y un cuadrado de lado 2 cm
Pregunta 7	Interno	2D	Determinar el un ángulo en de triángulo	Determinar el valor de un ángulo en un triángulo dado su ángulo externo y otro interno.
Pregunta 8	Interno	2D	Determinar un ángulo en paralelogramo dado el valor de un ángulo.	Aplicar las propiedades de ángulos internos de un paralelogramo, en este caso que la suma de los ángulos internos es 360° y ángulos opuestos iguales
Pregunta 9	Interno	2D	Determinar el valor de ángulo de un triángulo inscrito en un cuadrado, dado un ángulo	Aplicar las propiedades de la suma de los ángulos internos de un triángulo y de ángulo de un cuadrado
Pregunta 10	Interno	2D	Determinar el valor de un ángulo entre rectas paralelas y una secante.	Aplicar las propiedades de ángulo suplementario y la noción de bisectriz
Pregunta 11	Externo	2D	Calcular la longitud de un lado de un rectángulo, del cual se conoce la medida de su ancho y de su diagonal	Aplicar el teorema de Pitágoras para determinar la longitud del largo del rectángulo, enseguida calcular la diferencia en metros según dos recorridos (el de la diagonal y el largo más el ancho)
Pregunta 12	Externo	2D	Calcular el perímetro de una figura compuesta por un rectángulo y en sus vértices semi-arcos de circunferencia	Aplicar la fórmula del perímetro de la circunferencia y del rectángulo para determinar la cantidad de metros de hilo para rodear el contorno de la figura.
Pregunta 13	Interno	3D	Determinar la diferencia de volumen entre dos paralelepípedo cuyos lados se duplican	Representar la ampliación del volumen del paralelepípedo a través del dibujo o de una expresión algebraica.

Tablas 3.21 - Tareas de geometría de la evaluación SIMCE

Entre las 13 tareas 12 corresponden a magnitudes geométricas. Predomina la medición de ángulos, con tres tareas de cálculo de ángulos en polígonos y una entre rectas paralelas (preguntas 4,7-10). Luego, encontramos tres tareas de cálculo de áreas, las tres son diferentes desde el punto de vista de la técnica. Una de ellas es un cálculo directo (pregunta 2). Otra tarea pide determinar la diferencia del área luego de haber ampliado un rectángulo (pregunta 3). La última tarea (pregunta 5) es determinar el área de un trapecio a través de la descomposición figural. También encontramos tres tareas sobre perímetro y dos tareas sobre volumen. Las tareas sobre perímetro consideran la composición y descomposición de figuras. (preguntas 6 y 12). Referente a las tareas sobre el volumen se trabaja el aspecto tridimensional del volumen. (preguntas 1 y 13). Finalmente, se propone una tarea donde deben utilizar Pitágoras para determinar la longitud del lado de un triángulo rectángulo (pregunta 11).

En términos generales las tareas requieren disponer de conocimientos matemáticos por sobre las competencias matemáticas. No se presentan situaciones problemas fuera del contexto rutinario. Desde el punto de vista del contexto, las tareas son principalmente interno a las matemáticas. La geometría en el espacio considera de manera predominante el aspecto tridimensional del volumen. Otra característica que encontramos es que la mayor parte de las tareas no hacen intervenir etapas intermediarias. En su mayoría las tareas son de aplicación directa, salvo dos tarea sobre ampliación de área y de volumen. Ellas serán descritas en la siguiente sección de comparaciones de tareas. En general cada tarea evalúa un solo contenido, con la excepción de una tarea (pregunta 2), que solicita determinar el área de un rectángulo conociendo uno de sus lados y una fracción del otro lado.

Al igual que la evaluación TIMSS, SIMCE da un amplio espacio a tareas sobre ángulos. De cinco tareas sobre ángulos los estudiantes deben determinar el valor de un ángulo en un polígono; ya sea en un triángulo, en un paralelogramo o en un cuadrado. Los conocimientos que deben disponer los estudiantes son sobre la suma de los ángulos interiores de un polígono, en especial de un triángulo y de un cuadrilátero, además de identificar ángulos suplementarios y ángulos rectos.

Desde el punto de vista del paradigma geométrico, las tareas permiten a los estudiantes acceder a técnicas como el dibujo y el cálculo numérico simple. Todas la nociones se encuentran fuertemente ligadas a los objetos geométricos y sus propiedades de medidas lo que hace que el paradigma que prima es principalmente el de la Geometría Natural (GI). No obstante, si consideramos estrictamente el tipo de tarea y su técnica podemos decir que el paradigma geométrico corresponde a la geometría natural axiomática (GII). En conclusión, en este punto del análisis no es posible determinar con precisión el tipo de geometría, dado que una tarea puede ser resuelta por diferentes técnicas y dependiendo de la que el estudiante elija, se podría especificar el paradigma geométrico. Por lo tanto, al momento de analizar cada tarea, retomaremos los paradigmas geométricos.

Hemos analizado las características de las tareas por evaluación e identificado las características de las tarea de manera general al interior de cada evaluación. A continuación presentamos una síntesis, donde comparamos las tareas de las cuatro evaluaciones. Hemos extraído los criterios de comparación de las características observadas en las tareas, recuperando el contexto y las competencia o habilidades: correspondiente al contexto en el cual se encuentran las tareas, interno o externo a un currículo. Las competencias matemáticas que se requieren de los estudiantes: razonamiento en resolución de problemas rutinarios y no rutinarios, y el reconocimiento y aplicación de conceptos y propiedades matemáticas. Estas competencias las hemos seleccionado y adaptado de las categorías estructurales de las evaluaciones, específicamente de los procesos cognitivos. Siendo las competencias de; reconocimiento, aplicación y razonamiento, comunes entre las cuatro evaluaciones. (cf. § 3.6)

Como señalamos al inicio de esta sección consagrada al análisis de tareas nos centramos en aquellas tareas que evalúan los contenidos de magnitudes geométricas y medición.

3.8.5 Síntesis de las tareas por contenido

A partir del contexto de la tareas y de las competencias matemáticas que se piden en los estudiantes presentamos una síntesis de las tareas de las cuatro evaluaciones (Tabla 3.22)

Síntesis de tareas: Magnitudes geométricas y medida			
Tareas	Externo	Interno	
	Razonamiento en resolución de problemas rutinarios y no rutinarios		Reconocimiento y aplicación de conceptos y propiedades matemáticas
Áreas			
PISA	6		
TIMSS			4
SERCE	1		
SIMCE			3
Perímetro y longitudes			
PISA	3	2	
TIMSS			2
SERCE			2
SIMCE			2
Volumen			
PISA		3	
TIMSS		1	1
SERCE			1
SIMCE			2
Ángulos			
PISA	1		
TIMSS			6
SERCE			
SIMCE			5

Tabla 3.22 – Comparación de tareas: Magnitud geométrica y medida

La primera constatación que hicimos fue que las tareas son principalmente de contexto interno a las matemáticas, salvo aquellas de la evaluaciones PISA que son esencialmente externas. Con respecto al contenido de área, en las evaluaciones PISA y SERCE, encontramos tareas externas matemáticas de razonamiento con la diferencia en PISA, que propone tareas no rutinarias. SIMCE y TIMSS, proponen tareas de reconocimiento y aplicación de conceptos y propiedad matemáticas. Referente al contenido de perímetro, en la evaluación PISA, encontramos tareas internas y externas a las matemáticas de razonamiento en contexto no rutinario. En las otras tres evaluaciones solamente se proponen tareas de reconocimiento y aplicación. En el contenido de longitudes identificamos tareas en PISA y TIMSS. PISA, propone una tarea externa de razonamiento en contexto no rutinario. TIMSS, propone tareas internas matemática de razonamiento en contexto rutinario. Las evaluaciones SERCE y SIMCE proponen tareas de aplicación de concepto. Concerniente al contenido de volumen la mayor parte de tareas son de contexto interno a las matemáticas de razonamiento, pero rutinarias. Salvo PISA que propone tareas de contexto externo a las matemáticas no rutinarios. Para el contenido de ángulos, PISA propone una tarea externa a las matemáticas. TIMSS y SIMCE, trabajan este contenido mediante tareas de contexto interno a las matemáticas de reconocimiento y aplicación.

En los contenidos geométricos de triángulo (teorema de Pitágoras y teorema de Tales), localización y movimiento en el plano y congruencia encontramos tareas internas matemáticas en las cuatro evaluaciones (Tabla 3.23).

Síntesis de tareas: Geometría			
Tareas	**Externo**	**Interno**	
	Razonamiento en resolución de problemas rutinarios y no rutinarios		Reconocimiento y aplicación de conceptos y propiedades matemáticas
Localización y movimiento en el plano			
PISA		1	
TIMSS			4
SERCE			
SIMCE			
Congruencia			
PISA			
TIMSS			4
SERCE			
SIMCE			
Triángulo- T. Pitágoras -T. Thales			
PISA		1	
TIMSS		2*	
SERCE			
SIMCE			1

Tabla 3.23 – Comparación de tareas: Magnitud geométrica y medida

En el contenido de localización y movimiento en el plano, solamente encontramos tareas de PISA y TIMSS. Las tareas son de problema en contexto y de aplicación directa, respectivamente. El contenido de congruencia de polígonos es evaluado solamente por TIMSS, las tareas son de reconocimiento y aplicación. Para el contenido de triángulo, PISA propone dos tareas. En una de ellas los estudiantes deben utilizar teorema de los Medios. En la segunda tarea se miden las propiedades de los ángulos de un triángulo. En TIMSS encontramos varias tareas sobre congruencia de triángulos, de reconocimiento y aplicación de conceptos. En la evaluación SIMCE conocemos una tarea que pide la utilización de el teorema de Pitágoras, mediante una tarea de reconocimiento y aplicación de conceptos.

3.8.6 Comparación de las tareas

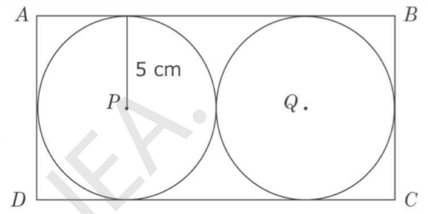
En esta sección analizamos comparativamente tareas presentes en las cuatro evaluaciones sobre el contenido de magnitudes geométricas. Al interior de las magnitudes geométricas consagramos nuestro análisis a los contenidos de área, perímetro y volumen ya que son los contenidos más representativos entre las cuatro evaluaciones.

Para el contenido área del set de tareas que poseemos no hemos encontrado tareas con características similares en las cuatro evaluaciones. Sin embargo, hemos podido identificar dos tipos de tareas. Uno de ellos se caracteriza por la interacción de figuras geométricas : rectángulo-circunferencia, pirámide de base cuadrada-cubo, rectángulo-triángulo. Estas tareas se encuentran presentes en las evaluaciones PISA, TIMSS y SIMCE. El otro tipo de tareas es motivado por el concepto de pavimentación, presente en la evaluación PISA y SERCE. En el contenido de perímetro no encontramos tampoco tareas que posean características similares. Las tareas que poseemos sobre perímetro las hemos relacionado y comparado según el grado de dificultad que posee la tarea, debido que disponemos de tareas reconocimiento y aplicación a tareas de razonamiento en contextos de problemas rutinarios y no rutinarios. Con respecto a la magnitud del volumen existen tareas similares, las cuales motivan la técnica del conteo de una unidad cúbica y la aplicación de fórmulas. Ambas técnicas son justificadas por el aspecto tridimensional del volumen (múltiple proporcionalidad).

A continuación presentamos un análisis comparativo de tareas, comenzando por la magnitud geométrica del área, luego el perímetro, finalizando con el volumen. Explicitamos además en cada tarea la competencia matemática en que hemos clasificado una tarea, salvo aquellas de la evaluación PISA ya que todas pertenecen a la competencia de “razonamiento en contexto de problemas rutinarios y no rutinarios”.

3.8.6.1 Tareas sobre la magnitud área

Hemos clasificado la tarea de la figura 3.2 (Ev. TIMSS) dentro de las tareas de *"reconocimiento y aplicación de concepto y propiedades matemáticas"*. Ella consiste en determinar el área del rectángulo, para ellos los estudiantes deben ser capaces de



In the figure above, ABCD is a rectangle, and circles P and Q each have a radius of 5 cm. What is the area of the rectangle?

A.	50 cm^2	C. 100 cm^2
B.	60 cm^2	D. 200 cm^2

Figura 3.2 – Tarea TIMSS

hacer intervenir el radio de la circunferencia en los lados del rectángulo. Para determinar el ancho del rectángulo interviene la relación entre radio y diámetro, es decir, que conociendo que el r = 5, y que 2r = d, el ancho del rectángulo es de 10 cm. Para determinar el largo del rectángulo, los estudiantes pueden continuar utilizando la relación entre radio y diámetro, llevándolos a concluir que la longitud corresponde a 2 veces el diámetro. Este razonamiento es justificado por la propiedad de tangencia, que en este caso particular los estudiantes suponen para poder obtener la longitud del largo del rectángulo. Luego que obtienen esas dos longitudes deben aplicar la fórmula de área.

La figura puede ser leída de diferentes formas, según como se construya, no obstante los conocimientos que los estudiantes deben disponer reposan implícitamente sobre la definición de tangencia y sus propiedades. Desde el punto de vista de los paradigmas geométricos, la tarea puede ser resuelta por los estudiantes en GI, no obstante la justificación de circunferencias tangentes es complejo.

La tarea de la Figura 3.3 (Ev. SIMCE) solicita calcular el área del trapecio. Esta tarea la hemos clasificado dentro de la misma categoría de competencias matemáticas que la tarea SERCE (Figura 3.2) anteriormente presentada. El trapecio, se encuentra compuesto por dos figuras geométrica (un rectángulo y un triángulo) que explícitamente se muestran separadas componiendo el trapecio. Esto hace que la etapa intermediaria, asociado a la descomposición figural, es puesta en evidencia en el dibujo, pues no son los estudiantes que buscan una técnica diferente a la utilización de la fórmula, como es el caso justamente de descomponer el trapecio en dos figura geométricas (rectángulo y triángulo) conocidas, para las cuales se dispone de técnicas elementales de cálculo de área ((a×b) del rectángulo o ($\frac{a \times b}{2}$)) del triángulo. La fórmula del área del trapecio es entregada por el programa, no obstante la forma como la tarea es presentada motiva la técnica del cálculo del área de rectángulo y del triángulo.

Esta tarea podría ser una tarea más interesante si esa descomposición no hubiese sido entregada y la introducción del intermediario de la descomposición figural quedara bajo la responsabilidad de los estudiantes. Una técnica probable sería la aplicación la fórmula del área del rectángulo, calculando un primer rectángulo de longitudes 10 cm x 20 cm, luego la mitad de rectángulo (5 cm x 10 cm)/2.

¿Cuánto mide el área del siguiente trapecio?

A. 200 cm^2
B. 124 cm^2
C. 225 cm^2
D. 250 cm^2

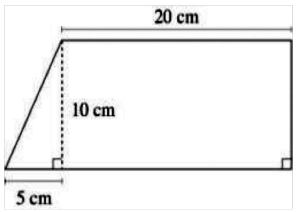


Figura 3.3 – Tarea SIMCE

Aunque todas las hipótesis se encuentran presentes en la figura, favoreciendo un razonamiento sobre las propiedades del trapecio, pensamos que la elección de la técnica es fuertemente influenciada por la figura, por lo que los estudiantes, a priori, utilizaran el área del rectángulo. Por este motivo situamos esta tarea en el paradigma de la geometría natural (GI).

La tarea de la evaluación PISA (Figura 3.4) presenta una figura más compleja (Una fotografía y un diseño geométrico) que las anteriores. Como se aprecia en la tarea se presentan dos dibujos, uno de ellos es la representación geométrica de como está

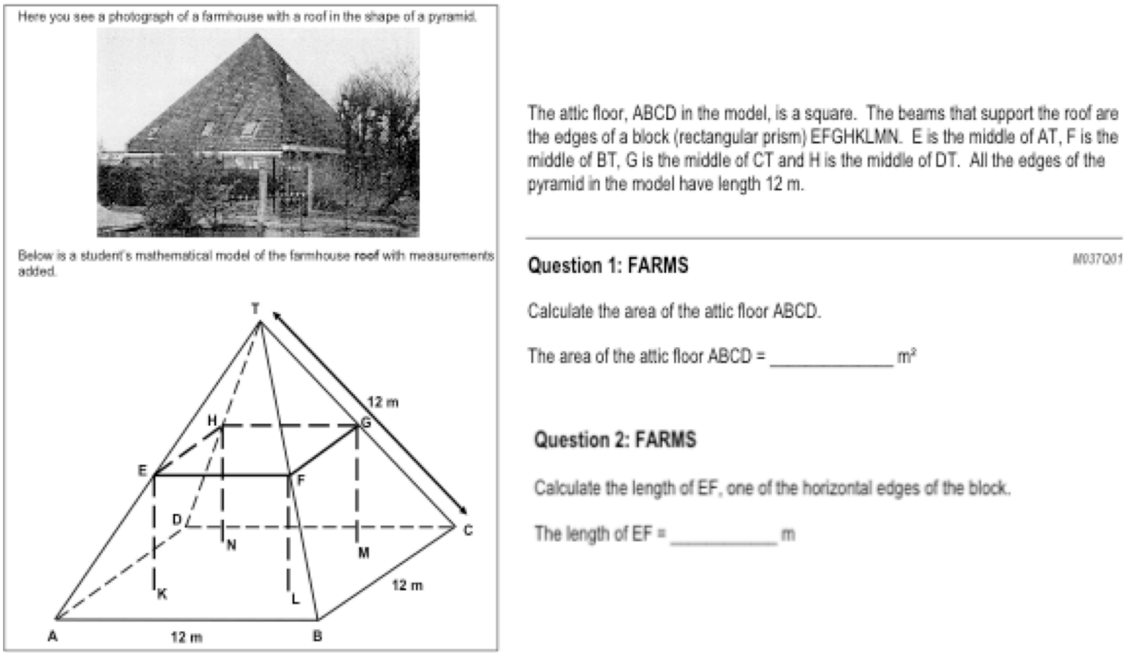


Figura 3.4 – Tarea PISA

compuesto el tejado de la granja. Los estudiantes deben calcular el área de la planta del ático ABCD, para ello, deben visualizar la base de la pirámide cuadrada. Los estudiantes cuentan con toda la información para aplicar la técnica del cálculo área de un cuadrado. En la segunda pregunta, los estudiantes deben determinar la longitud del segmento EF, para ello pueden aplicar el teorema del medio (caso particular del teorema de Thales). Para ello, los estudiantes deben aislar el triángulo TAB de la representación, haciendo operar una descomposición figural (según noción de Duval, R., 1993). El paradigma geométrico que opera sobre esta tarea es GII, en particular vemos que una segunda pregunta los estudiantes necesitan acudir al teorema del medio, utilizando las informaciones dadas. En la primera pregunta también vemos que el paradigma geométrico es GII, sin embargo la noción área es una magnitud más fácil de percibir por los estudiantes de 15 años.

Las tareas sobre área por pavimentación presentadas en las evaluaciones SERCE y PISA, requieren determinar el número de baldosas necesarias para cubrir una superficie, la cual los estudiantes igualmente deben calcular. Ella corresponde a una tarea de *"razonamiento en contexto de problemas rutinarios"*. La tarea de la evaluación SERCE (Figura 3.5), puede ser resuelta a través de diferentes técnicas. Una de ellas y la más simple, es trabajar sobre la base de la conversión de las magnitudes a dm. Esta conversión permite a los estudiantes trabajar las operatorias aritméticas con números enteros simples y múltiplos de dos. La conversión da una superficie de 24 dm de largo, 16 dm de ancho, y una baldosa de 2 dm de lado. Una vez que los estudiantes realizan esta conversión, tienen dos opciones: una de ellas es proceder con el cálculo de área, realizando la división del área de la superficie por el área de una baldosa, dado que las dimensiones del piso son múltiplos de las

Figura 3.5 – Tarea SERCE

dimensiones de las baldosas. Esta misma técnica puede ser aplicada si los estudiantes convierten las unidades de medida en centímetros. La sola diferencia es el tamaño de los números a manipular, lo cual podría ocasionar problemas. Los estudiantes podrían igualmente calcular el área en m^2 y convertir enseguida en cm^2, esto podría ocasionar errores, si la conversión de dimensión bidimensional del área no es tomada en cuenta. ($1m^2 = 100cm^2$ en lugar de $1m^2 = 10^4$ cm^2).

La otra opción sería trabajar la noción de pavimentación, para ello pueden reportar el lado de 2 dm en cada lado de la superficie, concluyendo que la cantidad de baldosas la obtienen de la multiplicación de (12 x 8). El obstáculo en las técnicas antes descritas es la conversión de las magnitudes a dm, debido a que los estudiantes deben hacer intervenir una magnitud que no está presente en el texto. Este intermediario (conversión de unidades) requiere la comprensión de las unidades de medida. Una técnica que evitaría pasar por la conversión de unidades sería la utilización de un diseño de pavimentos, para ello debería comprender que para cubrir 1,6 m de ancho necesitan 8 baldosas y para cubrir 2,4 largo necesitan 12 baldosas. Esta técnica permitiría a los estudiantes determinar el número de baldosas mediante la multiplicación de 8 x 12. No obstante, la elección de esta técnica podría ser considerada por los estudiantes que comprendan bien las magnitudes de medida de superficies o/y si ellos ya han utilizado este tipo de técnica.

Pudimos tener acceso a la tasa de logro, la cual muestra claramente hasta que punto la intervención de números decimales y de unidades de medida diferentes aumenta la dificultad de la tarea. La clasificación de esta tarea en uno de los paradigmas geométricos no nos resulta evidente dado que la tarea demanda conocimientos en magnitudes, sin embargo la noción de área es primordial para resolver esta tarea, lo que provoca un cruce de dominios números y geométricos. Teniendo en cuenta la necesidad de un razonamiento hipotético-deductivo podemos situar esta tarea en GII. Sin embargo, dada la fuerte influencia de la técnica del pavimentación, también, puede ser resuelta en GI siempre y cuando la noción de área sea disponible por los estudiantes.

La tarea de la evaluación PISA (Figura 3.6) presenta menos dificultad que la tarea anteriormente descrita en SERCE. En esta tarea no es necesario pasar por la conversión de unidades y los cálculos aritméticos son relativamente simples, aun que los estudiantes deben multiplicar un número entero por un decimal, en dos ocasiones.

Question 1: PATIO *M267Q01- 0 1 2 8 9*

Nick wants to pave the rectangular patio of his new house. The patio has length 5.25 metres and width 3.00 metres. He needs 81 bricks per square metre.

Calculate how many bricks Nick needs for the whole patio.

Figura 3.6 – Tarea PISA

Las técnicas pueden ser diferentes para determinar el número de ladrillos. Una técnica posible sería que los estudiantes calcularan el área de la superficie rectángulos (5,25 m x 3,00 m = 15,75 m^2) y luego multiplican por 81 (15,75 x 81), llegando al resultado aproximativo de 1276 ladrillos. (1275,75 ladrillos). Otra técnica posible es mediante la presentación gráfica apoyándose en la noción de pavimentación. Los estudiantes pueden responder que para 15 m^2 (5m x 3m) necesitan 1215 ladrillos (15 x 81), y que queda una superficies de 3/4 de m^2, lo que representa aproximadamente 61 ladrillos más. Esta técnica les permite obtener como respuesta de 1276 ladrillos. En esta técnica opera la proporcionalidad bidimensional, que hace aparecer un rectángulo de dimensiones enteras. No obstante, si la comparamos con la tarea (Figura 3.5) de SERCE con esta tarea vemos que la técnica de corte y pavimentación es una sub-tarea que demanda mayor abstracción que aquella de SERCE. Concerniente al paradigma geométrico asociamos en mismo argumento entregado en la tarea precedente (GII-GI).

Además de este conjunto de tareas que comparten características similares, encontramos tareas particulares que no son posibles de comparar con otras. En PISA, es donde encontramos dos tareas que demandan estimar áreas de superficies irregulares: Continent area y Shapes. En el caso de la estimación del área en la tarea Continent area (Figura 3.7), los estudiantes podrían proponer dibujar una cuadrícula sobre la figura y contar los cuadrados y aquellas superficies que no lo sean reagruparlas con otras, de esa forma obtendrían una superficie representada por

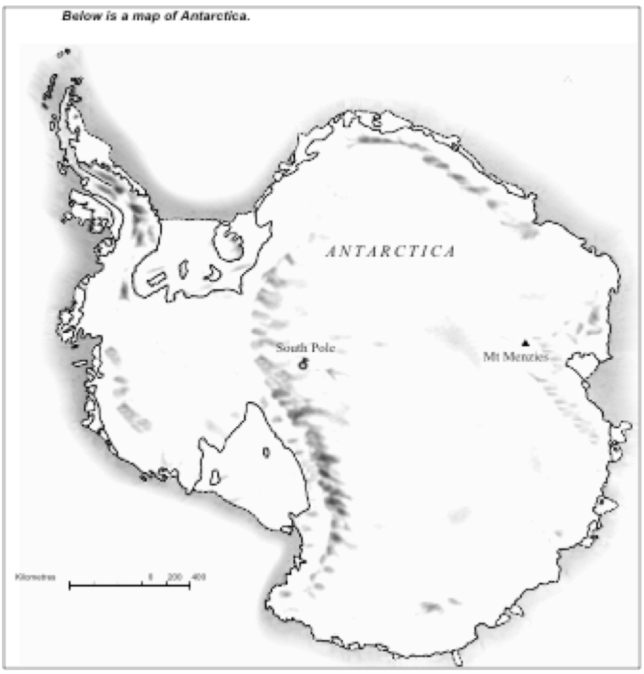


Figura 3.7 - Tarea PISA

cuadrados. Otra posible técnica es cortar la figura y formar rectángulos. Los estudiantes pueden, también descomponer y componer la figura mediante rectángulo y cuadrados, círculos, triángulos superponibles.

La evaluación PISA, considera estas diferentes soluciones, como lo muestran los códigos de corrección propuestos y admite una gran amplitud en la aproximación. A esta tarea se adiciona la dificultad de manipular las medidas a través de una escala de medida. La tarea permite trabajar tanto el aspecto bidimensional del área al utilizar la fórmula del área del rectángulo. El paradigma geométrico es GI, dado que la tarea se resulve mediante la manipulación de la superficie.

La evaluación SIMCE propone una tarea sobre la noción de ampliación de área (Figura 3.8). Esta fue clasificada en la competencia de "*"razonamiento en contexto de problemas rutinarios"*. La tarea demanda determinar la diferencia de áreas si se duplica la medida del largo y ancho del rectángulo. Este tipo de tarea evalúa sí realmente los estudiantes comprenden la bidimensionalidad concepto de área, independiente de la fórmula para calcularla. La técnica simple sería determinar el área del rectángulo (3 cm x 4 cm =12 cm^2), multiplicarla por 4 y luego calcular la diferencia (48 cm^2 – 12 cm^2 = 36 cm^2). El error que pueden cometer los estudiantes

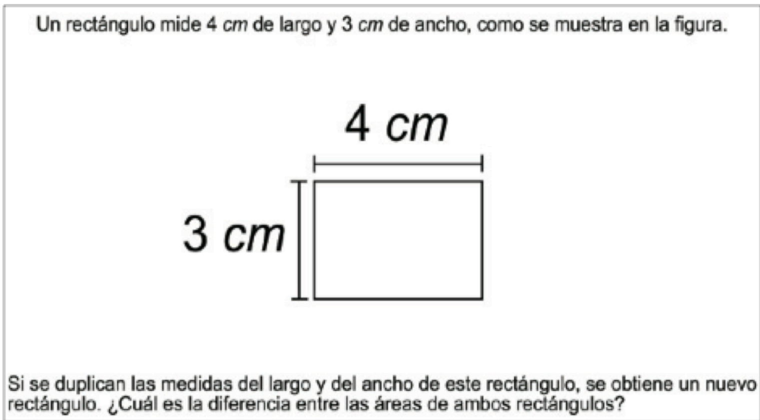


Figura 3.8 – Tarea SIMCE

que utilizan esta estrategia es multiplicar el área del rectángulo por 2. La tarea corresponde bien, a una tarea que considera el aspecto bidimensional del área, que puede ser manifiesto a través la de fórmula y el cálculo o el razonamiento directo. En este caso, cuando duplican el largo y el ancho, el área se multiplica por cuatro. Además, se agrega la tarea suplementaria de determinar la diferencia entre las áreas.

El paradigma geométrico predominante es GI, pese a la necesidad de la comprensión del aspecto bidimensional del área y que la tarea puede ser resuelta utilizando la aritmética y/o además el diseño.

3.8.6.2 Tareas sobre la magnitud perímetro

Como señalamos en la descripción general, en las tareas sobre la magnitud geométrica de perímetro no encontramos tareas con características comunes entre las evaluaciones. Solamente encontramos seis tareas que se pueden secuenciar por nivel de dificultad. En orden creciente de dificultad contamos con una tarea en SERCE, una en TIMSS, dos tareas del mismo tipo en SIMCE, y dos tareas en PISA. A continuación presentamos cuatro tareas, una de cada evaluación.

La evaluación SERCE propone una tarea de cálculo de perímetro (Figura 3.9). Es una tarea de aplicación directa, que hemos clasificado en la tareas de *"reconocimiento y aplicación de conceptos y propiedades matemáticas"*. Los estudiantes deben conocer el concepto de perímetro y las propiedades elementales del rectángulo. Como sabemos que estas propiedades son trabajadas con los estudiantes desde los primeros años de su escolaridad, lo que principalmente se evalúa es el concepto de perímetro.

Otra característica de esta tarea es que la medida de las longitudes son números enteros y fáciles de adicionar, puesto que forman 6 decenas. Sea los estudiantes son capaces de calcular el perímetro apoyándose del cálculo mental, debido a la familiaridad de los números. Sino, ellos pueden doblar cada lado y luego adicionarlos. Otra posibilidad es doblar el semi-perímetro. El paradigma geométrico es GI, con un razonamiento aditivo simple apoyado en el diseño.

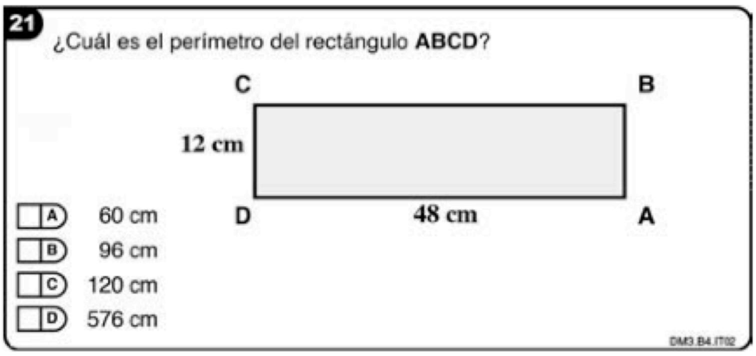


Figura 3.9 – Tarea SERCE

TIMSS propone una tarea de "*"reconocimiento y aplicación de conceptos y propiedades matemáticas"* sobre perímetro la cual forma parte de una secuencia de tres preguntas (Figura 3.10 – pregunta c). Si los estudiantes son capaces de determinar la longitud de uno de los lados del cuadrado (7cm), luego deben reconocer y aplicar la

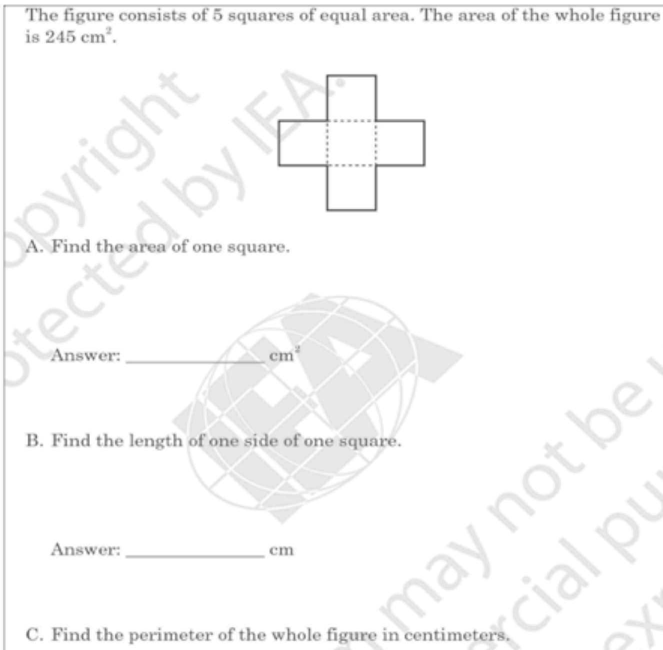


Figura 3.10 – Tareas TIMSS

noción de perímetro. La forma como se presenta la tarea hace que disminuya la dificultad que los estudiantes pudiesen encontrar. Sí no se presentaran las preguntas A y B, y los estudiantes contarán solo con la pregunta C, ellos se verían en la necesidad de explorar una técnica para determinar el perímetro de las figura. Sin embargo, la secuencia entrega la información necesaria para aplicar un cálculo directo y obtener el perímetro de la figura más grande. Para realizar la pregunta A, los estudiantes deben ser capaces de visualizar 5 cuadrados iguales, para efectuar la división del área total por 5 (245/5). Dado que el área de un cuadrado es una raíz cuadrada exacta y familiar, incluso sin conocer o recordar la noción de raíz cuadrada, solo comprendiendo el concepto de área los estudiantes podrían determinar la longitud del lado del cuadrado. Además, los estudiantes deben tener en cuenta los lados exteriores y no confundir el perímetro de cada cuadrado con el perímetro de la figura compuesta por los 5 cuadrados. El paradigma geométrico es GI, con un razonamiento simple apoyado de un diseño (figura compuesta por 5 cuadrados).

En SIMCE contamos con dos tarea que corresponden ambas a tareas de "*"reconocimiento y aplicación de conceptos y propiedades matemáticas",* donde se les pide a los estudiantes determinar el perímetro de una figura compuesta. La tarea (Figura 3.11) es una figura compuesta por un rectángulo al cual se le han quitado en

La insignia de un colegio está confeccionada en base a un rectángulo. A sus puntas se le ha quitado **un cuarto** de circunferencia, tal como se muestra en el dibujo.

Para el próximo año se ha decidido colocar un hilo dorado por todo el contorno de la insignia.
Para este cambio *cuántos cm de hilo dorado se necesitan por insignia?*

a) $10 + 2\pi$ **b) $12 + 2\pi$** **c) $10 + 4\pi$** **d) $12 + 4\pi$**

Figura 3.11 – Tarea SIMCE

sus extremos, cuartos de circunferencia. La tarea proporciona toda la información en el enunciado y en la figura, lo que hace que sea una tarea de cálculo directo. Otro elemento que podría facilitar la tarea es el enunciado que señala que se desea colocar un hilo al contorno de la figura, lo que es una noción familiar en los estudiantes. La técnica para determinar el perímetro de los lados circulares puede ser expresando algebraicamente como un cuarto de circunferencia ($2 \pi r / 4$), o simplemente $2 \pi r$, en el caso que los estudiantes visualicen que 4 ¼ constituyen una circunferencia. Determinando el perímetro de la circunferencia 4π, la tarea es simple. Salvo si los estudiantes no conocen el número pi (π) el cual resta implícito en la tarea. Por la naturaleza de este contenido el paradigma geométrico es GII. Aunque el razonamiento sea fuertemente influencia por el diseño, los estudiante se ven en la necesidad de apoyarse en una técnica que implica un grado de abstracción mayor.

En el caso de una tarea de PISA, los estudiantes deben determinar cuales de las figuras tiene un perímetro de 32 metros (Figura 3.12). La figura D, se puede determinar fácilmente dado que entrega toda la información. En las figuras A y C, es posible establecer relaciones entre las longitudes, las cuales invocan de manera implícita el concepto de ortogonalidad y paralelismo, recomponer la figura y concluir que las figuras A y C, tienen la misma longitud que la figura D, es decir, 32 metros.

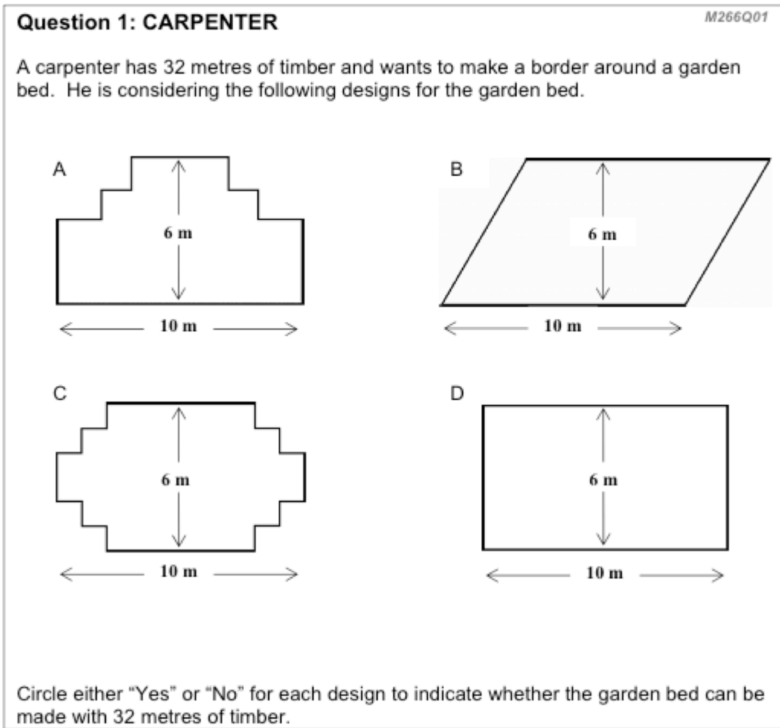


Figura 3.12 – Tarea PISA

En el caso de la figura B, los estudiantes pueden tener la tendencia de adicionar las dimensiones de las longitudes entregadas para calcular el perímetro, algunos concluirán que 32 m es el perímetro. El razonamiento correcto, que les permitirá concluir que el perímetro de la figura B es superior a 32 m, es porque el lado oblicuo es más largo que la altura. Con respecto a las otras tres evaluaciones esta es la tarea con mayor dificultad, pues se les demanda de razonar para evaluar el perímetro más que de calcular. Además, los estudiantes deben ser capaces de encontrar una técnica que les permita determinar si las figuras A y B, tienen perímetro 32 metros. El paradigma geométrico es GI. La tarea es fuertemente influencia por la percepción visual, notablemente el paralelismo y la perpendicularidad que se lee en la figura.

Aunque nombramos las propiedades que esta tarea evoca, la técnica más utilizada será probablemente la manipulación de las figuras.

3.8.6.3 Tareas sobre la magnitud volumen

De las tareas que evalúan el contenido de volumen identificamos que las cuatro evaluaciones proponen tareas similares. Estas tareas se caracterizan por considerar el aspecto tridimensional del volumen, donde la técnica que se privilegia es el contar unidades cúbicas haciendo intervenir en algunos casos la fórmula del volumen de paralelepípedos. La mayor parte de las tareas corresponden al tipo *"razonamiento en contexto de problemas rutinarios",* salvo la tarea TIMSS de Figura 3.14 que es una tarea de *"reconocimiento y aplicación de conceptos y propiedades matemáticas"* y la tarea PISA que está dentro de la categoría de razonamiento pero como un problema no rutinario.

Esta tarea de SERCE demanda determinar cuántos cubos de 2 cm de arista son contenidos en una caja de 2 cm, 4 cm y 6 cm de aristas (Figura 3.13). Para determinar la cantidad de cubos los estudiantes no tienen necesidad de pasar por la técnica de utilización de la fórmula, sino que pueden contar las veces que el cubo se encuentra contenido en el paralelepípedo.

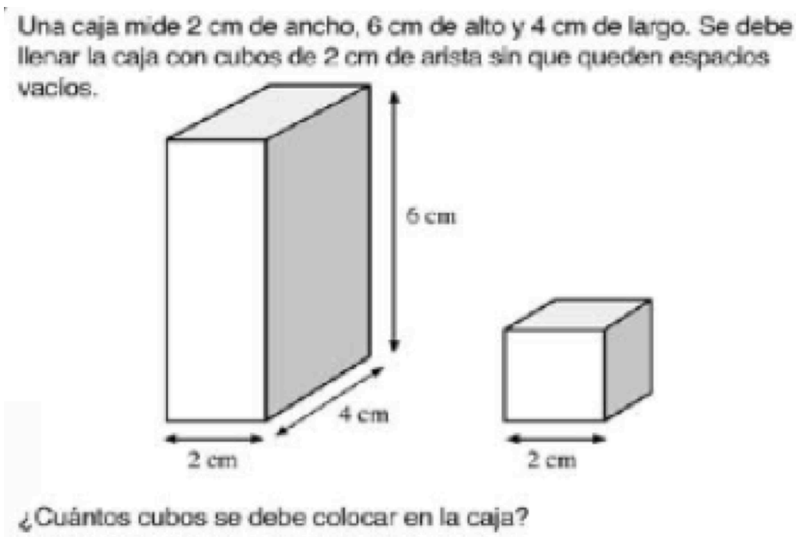
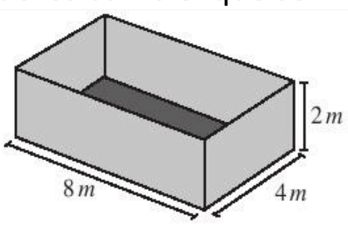


Figura 3.13 – Tarea SERCE

El estudiante puede razonar que puede completar la caja con dos columnas y de tres filas de cubos, es decir, 6 cubos. Dado las dimensiones de los paralelepípedos consideramos que esta tarea es de conteo y de introducción al aspecto tridimensional del volumen. El paradigma geométrico es GI, dado que la visualización espacial y las dimensiones favorecen el conteo de cubos.

Una tarea de la evaluación SIMCE posee características similares y puede ser resuelta de la misma manera que la tarea anterior (Figura 3.14). En una caja de 8 m, 4 m y 2 cm de arista deben determinar cuántos cubos de 1m de arista pueden contenerse.

En una empresa necesitan embalar cajas cúbicas, cuyas aristas miden 1 m, en unos contenedores como el que se muestra en la figura.



¿ Cuál es la cantidad máxima de cajas que se pueden guardar en el contenedor?

Figura 3.14 – Tarea SIMCE

La técnica del conteo de cubos podría realizarse rápidamente por medio del cálculo mental. No obstante, el hecho de no contar con el cubo visualmente puede llevar a los estudiantes a aplicar la fórmula para calcular directamente el volumen (8m x 4m x 2m). En ambos casos deben conocer el concepto de volumen para obtener la respuesta correcta, pues no se les pide directamente calcular el volumen sino que se les pide que determinen cuántas cajas de 1m de arista pueden ser guardadas en la caja dada. Esta tarea se inclina a la utilización de la fórmula del volumen y es el razonamiento tridimensional que se privilegia. A diferencia con la tarea anterior, en esta el cubo utilizado para la pavimentación es el cubo unidad. Concerniente al paradigma geométrico se aplica el mismo razonamiento que la tarea anterior.

En la evaluación TIMSS, el tipo de tarea sobre volumen es simple. Los estudiantes deben ser capaces de determinar el diseño que tiene menor volumen, para ellos deben contar el número de cubos.

En esta tarea los estudiantes deben calcular el volumen, no se ven todos los cubos y deben ser capaces de imaginar los bloques completos de cubos (Figura 3.15). La técnica de representar numéricamente las tres dimensiones en cada diseño puede igualmente facilitar la tarea y encontrar la respuesta correcta. El paradigma geométrico es GI.

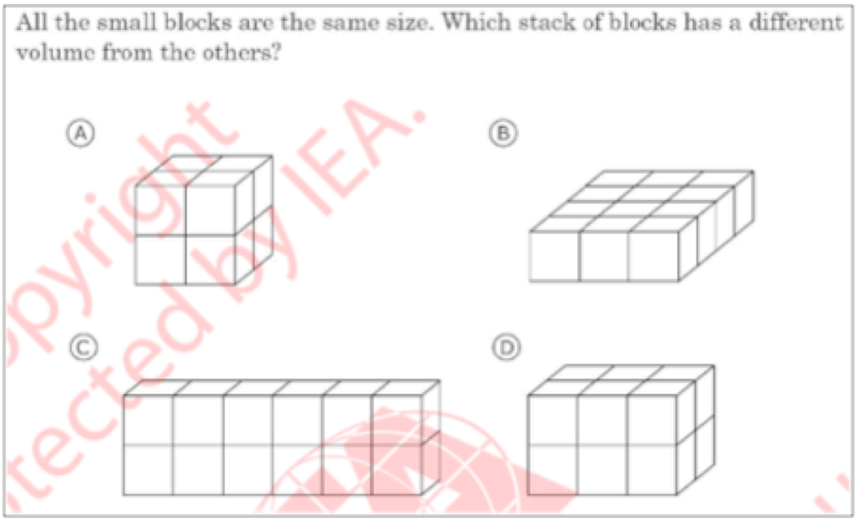
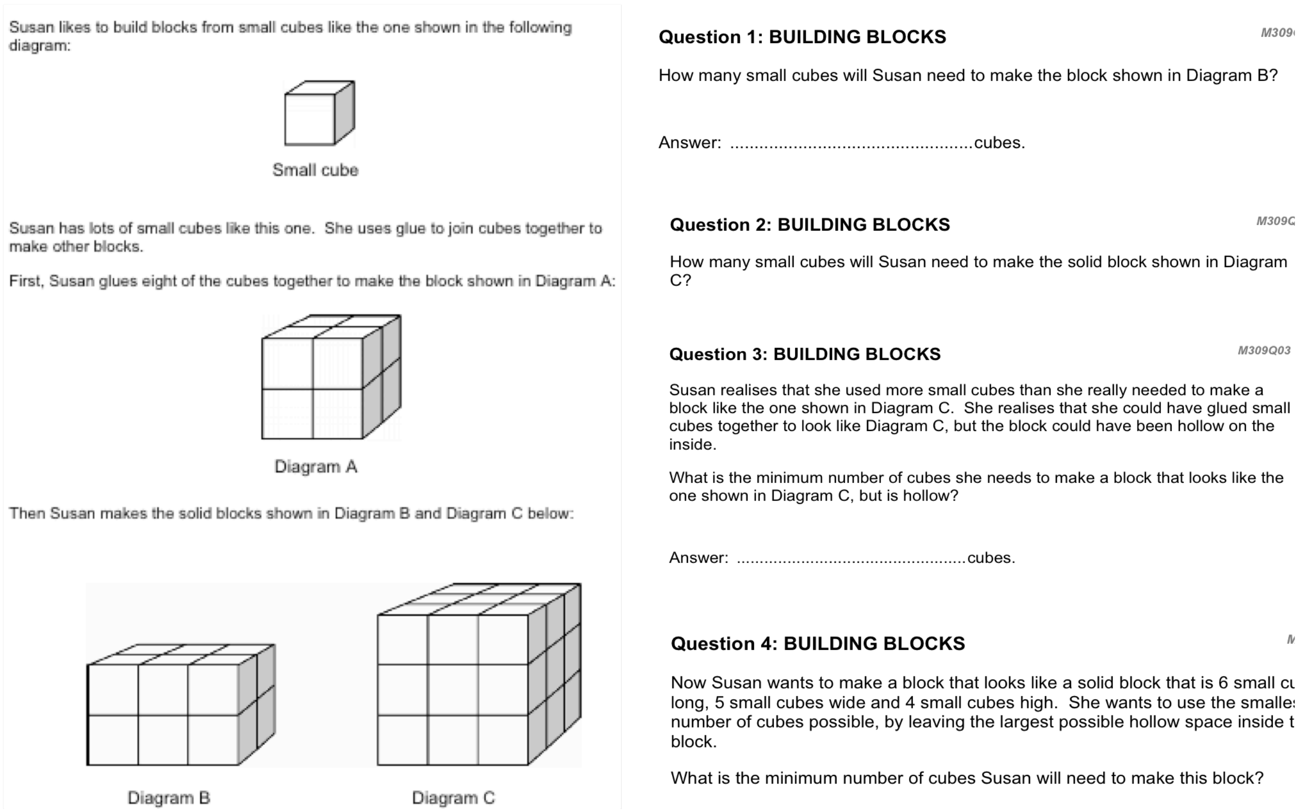


Figura 3.15 – Tarea TIMSS

La evaluación PISA presentan también una tarea de conteo de cubos. Los estudiantes deben determinar la cantidad de cubos de las figuras B y C (Figura 3.16) a través del conteo de estos. Se proponen dos tareas donde los estudiantes deben determinar el número de cubos necesarios para formar un paralelepípedo con un hueco con el gráfico C, y otro paralelepípedo hueco que tenga 6 cubos de largo, 5 cubos de ancho y 4 cubos de alto. De estas dos tareas, la primera poseen el gráfico lo que facilita la tarea, debido a que pueden visualizar que solamente pueden extraer el cubo central. En la última tarea los estudiantes podrían continuar con la misma técnica del conteo, para que puedan representar gráficamente el paralelepípedo, luego determinar cuántos cubos se puedan extraer.


Susan likes to build blocks from small cubes like the one shown in the following diagram:

Small cube

Susan has lots of small cubes like this one. She uses glue to join cubes together to make other blocks.

First, Susan glues eight of the cubes together to make the block shown in Diagram A:

Diagram A

Then Susan makes the solid blocks shown in Diagram B and Diagram C below:

Diagram B

Diagram C

Question 1: BUILDING BLOCKS M309

How many small cubes will Susan need to make the block shown in Diagram B?

Answer: ....cubes.

Question 2: BUILDING BLOCKS M309C

How many small cubes will Susan need to make the solid block shown in Diagram C?

Question 3: BUILDING BLOCKS M309Q03

Susan realises that she used more small cubes than she really needed to make a block like the one shown in Diagram C. She realises that she could have glued small cubes together to look like Diagram C, but the block could have been hollow on the inside.

What is the minimum number of cubes she needs to make a block that looks like the one shown in Diagram C, but is hollow?

Answer: ....cubes.

Question 4: BUILDING BLOCKS

Now Susan wants to make a block that looks like a solid block that is 6 small cu long, 5 small cubes wide and 4 small cubes high. She wants to use the smalle number of cubes possible, by leaving the largest possible hollow space inside t block.

What is the minimum number of cubes Susan will need to make this block?

Figura 3.16 – Tarea PISA

El razonamiento que les permite obtener el resultado correcto es comprender que a cada longitud, expresada en cubos en este caso, deben restarle 2 cubos, lo que les permite tener un paralelepípedo con un hueco. La tarea permite evaluar la comprensión que tienen los estudiantes sobre el aspecto tridimensional del volumen, dado que los estudiantes tienen la necesidad de reflexionar considerando las tres dimensiones (largo, ancho y alto). Esta tarea nos resulta muy interesante pues evalúa la visión espacial, además el estudiante tiene que hacer evolucionar su técnica del conteo hacia una comprensión más profunda del volumen, es que justamente su aspecto tridimensional. El paradigma geométrico es GI dado al fuerte trabajo de visualización espacial.

Las evaluaciones TIMSS y SIMCE proponen dos tareas diferentes a las descritas anteriormente. TIMSS propone una tarea de aproximación de volúmenes mientras que SIMCE propone una tarea de ampliación de volumen. En la tarea TIMSS los estudiantes deben determinar de forma aproximativa la cantidad de naranjas que puede contener un paralelepípedo de 60 cm de largo, 36 cm de ancho y 24 cm de alto

(Figura 3.17). El diámetro de la esfera es aproximadamente de 6 cm. Esta tarea demanda a los estudiantes que sean capaces de extrapolar la idea de esfera y razonar en términos de un cubo de 6 cm de arista, dado que la respuesta que ellos esperan que los estudiantes den es 240 naranjas. Para llegar a ese resultado, bastaría que los estudiantes razonaran que en 60 cm, contienen 10 naranjas, en 36 cm, contienen 6 naranjas y que en 24 cm contienen 4 naranjas, es decir, 10 x 6 x 4 = 240 naranjas. Debido a que el razonamiento es principalmente hipotético-deductivo, nos parece que estas tarea se acerca más al paradigma geométrico axiomático natural (GII).

Oranges are packed in boxes. The average diameter of the oranges is 6 cm, and the boxes are 60 cm long, 36 cm wide, and 24 cm deep.

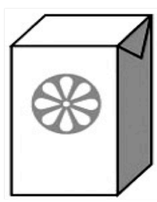
Which of these is the BEST approximation of the number of oranges that can be packed in a box?

Ⓐ 30
Ⓑ 240
Ⓒ 360
Ⓓ 1920

Figura 3.17 – Tarea TIMSS

La tarea SIMCE es sobre ampliación de volumen. Es una tarea donde el volumen de un paralelepípedo es dado (200 cm^3) y se pide calcular el volumen del paralelepípedo si se dobla en largo, el ancho y el alto (Figura 3.18). Dado que no se conocen las mediadas de las aristas la tarea podría abordarse a través de la técnica de dibujar las cajas. Esto les permitiría obtener una nueva caja compuesta de las 8 cajas de 200 cm^3, es decir, 1 600 cm^3.

El envase de la figura, cuando esta completamente lleno, contiene 200 cm^3 de jugo de frutas. Otro envase con el doble de ancho, largo y alto que el de la figura



¿cuánto jugo de frutas puede contener como máximo?

Figura 3.18 – Tarea SIMCE

Otra técnica posible sería que trabajaran utilizando el álgebra y plantean una expresión algebraica simple a x b x c = 200, donde el doblar la figura se expresaría como; 2a x 2b x 2c = 8 (a x b x c), entonces 8 x 200 = 1600 cm^3. Ambas técnicas, consideran el aspecto tridimensional del volumen. Esta tarea, es muy interesante pues demanda a los estudiantes un razonamiento matemático, sobre la ampliación del volumen que evoca la triple proporcionalidad del volumen y el dominio algebraico que permite expresar de forma lineal este tipo de proporcionalidad. Aplicamos el mismo razonamiento que la tarea anterior para clasificar esta tarea en el paradigma geométrico es GII.

3.8.7 Síntesis de la comparación de tareas por contenido: área, perímetro, volumen

Concerniente al contenido del área como señalamos en la introducción de esta sección, las tareas hacen intervenir la noción de pavimentación y la aplicación de fórmulas. Las dos tareas sobre pavimentación (PISA y SERCE) las clasificamos en la categoría de "*razonamiento* […]" sin embargo el grado de dificultad en cada una de ellas es diferente. La tarea SERCE (cf. § Figura 3.5) dependiendo de la técnica seleccionada. Es justamente en la elección de la técnica donde el estudiante demostrará sus competencias matemáticas y comprensión de la tarea. A diferencia de la tarea PISA (cf. § figura 3.6) la elección de la técnica no sería una dificultad, sino más bien el desarrollo de la tarea. Además de la necesidad de comprender la noción de área, los estudiantes deben articular un marco numérico que demanda un nivel de abstracción mayor que las tareas propuestas por TIMSS en este contenido. Las tareas TIMSS (cf. § Figura 3.2) y SIMCE (cf. § Figura 3.3) son tareas rutinarias de cálculo de área que hemos asociados a la categoría de *"reconocimiento y aplicación de conceptos y propiedades matemáticas"* . Las dificultades que emergen en cada una de ellas son diferentes. La tarea TIMSS, puede ser resuelta fácilmente con la ayuda del radio, en cambio la tarea SIMCE requiere la elección de una técnica entre tres como mínimo, además de cálculos necesarios para obtener el resultado.

También presentamos dos tareas con características diferentes a las que acabamos de presentar. Ambas las hemos identificado en la categoría de *"razonamiento en situaciones de tipo rutinarias y no rutinarias"*. Estas dos tareas son particulares, puesto que no se encuentran en las otras evaluaciones. La evaluación PISA propone una tarea (cf. § Figura 3.7) de estimación de área, donde los estudiantes deben explicitar la estrategia utilizada para determinar el área de una superficie irregular. El hecho de utilizar la estimación y de solicitar la comunicación de la estrategia, marca una gran diferencia con las tareas de las otras evaluaciones. Encontramos solo una tarea en la evaluación SIMCE (cf. § Figura 3.8) que demanda a los estudiantes realizar una ampliación de área. Esta tarea puede ser desarrollada mediante varias técnicas, sin embargo el concepto de proporcionalidad múltiple debe ser disponible por los estudiantes.

Hemos clasificado tres de las cuatro tareas analizadas sobre perímetro como tareas de *"reconocimiento y aplicación de conceptos y propiedades matemáticas"*. En dos de estas tres tareas; TIMSS-Figura 3.10 y SIMCE- Figura 3.11, se debe realizar previamente a determinar el perímetro una sub-tarea, que implica determinar la longitud de todos los lados de la figura. Contrariamente a la tarea SERCE-Figura 3.9 que es directa de aplicación de la noción de perímetro. La cuarta tarea requiere del *"razonamiento en contexto de problemas no rutinarios*", que corresponde a la evaluación PISA (cf. § Figura 3.11). Esta tarea al igual que aquella titulada Continent área (cf. § Figura 3.7) evalúan la capacidad de estimar una longitud apoyándose en diferentes estrategias. El trabajo con la técnica es menos rico que en las tareas sobre área. La elección de la técnica es menos presente en estas tareas sobre perímetro lo que hace, *a priori,* que las tareas sean más simples a realizar por los estudiantes, con la excepción de la tarea PISA antes señalada.

Cinco de las seis tareas sobre el contenido de volumen corresponen a tareas de *"razonamiento en contextos de problemas rutinarios y no rutinarios"*. Hemos ubicado la tarea TIMSS presentada en la figura 3.14 en la categoría de *"reconocimiento y aplicación de conceptos y propiedades matemáticas"*. Pudimos analizar dos tareas bastante similares, SERCE-Figura 3.12 y SIMCE- Figura 3.13; ambas tareas pueden realizarse por medio del conteo de unidades. Esto con la sola diferencia de la tarea SIMCE que pide mayor capacidad de visión espacial pues no cuenta con el cubo de 1m de arista. De igual forma encontramos en las tareas, TIMSS-Figura 3.15 y PISA- Figura 3.16, similitudes, pero con las preguntas 1 y 2 de PISA. Las preguntas 3 y 4 evalúan una mayor capacidad de visión espacial en los estudiantes. Sin duda la pregunta 4 es de mayor dificultad pues los estudiantes no disponen de la figura. Analizamos dos tareas, TIMSS-Figura 3.16 y SIMCE- Figura 3.17, que proponen una evaluación del contenido volumen de forma diferente. La tarea TIMSS tiene la particularidad de solicitar la utilización de una técnica específica (cálculo del volumen de un cubo) que aproxime el volumen de un cuerpo esférico. La tarea SIMCE es una ampliación del volumen de un paralelepípedo, ella puede ser resuelta mediante dos técnicas. Cada una de ellas demanda de una gran comprensión del aspecto tridimensional del volumen.

Mostramos que dentro de las dos categorías de competencias matemáticas que hemos utilizado, existen tareas en una misma categoría e incluso del mismo tipo de tarea, pero dependiendo de la organización matemática puntual, en particular de la relación entre tarea y técnica (s), vemos que posicionar una tarea dentro de un paradigma geométrico no es simple. Observamos que según los contenidos geométricos la tarea correspondería al paradigma GII, pero luego al analizar la o las técnicas vemos que la tarea podría ser resuelta con una técnica que posicionaría la tarea en GI. Varias son las ocasiones donde encontramos esta relación entre los paradigmas. Por ejemplo en las tareas: SIMCE-Figuras 3.3 y 3.17; PISA-Figura 3.15. En otras casos, analizamos tareas que corresponden al paradigma GI, pero con razonamientos complejos como es el caso de las tareas SERCE-Figura 3.5 y PISA-Figura 3.15. En la mayoría de las tareas encontramos una mezcla entre los paradigmas GI y GII. (cf. § 2.2.2)

En las tareas que hemos analizado de la evaluación SIMCE observamos una gran distancia con aquellas de la evaluación PISA. Como hemos mencionado las tareas PISA son principalmente externas matemáticas y en su mayoría los problemas no son rutinarios. Además, en ciertas tareas se evalúa la explicitación de las estrategia de resolución. No encontramos estas características en la evaluación SIMCE. En las tareas de las evaluaciones TIMSS y SIMCE encontramos características similares; en general son tareas rutinarias y las posibles técnicas a utilizar por los estudiantes son limitadas.

3.9 CONCLUSIONES

El análisis comparativo se realiza considerando tres dimensiones presentes en las cuatro evaluaciones: la visión matemática, el marco teórico y las tareas. Mediante el análisis de cada una de estas dimensiones buscamos situar la evaluación SIMCE con las otras tres evaluación estandarizadas. Los principales resultados que constatamos de la comparación en cada una de estas dimensiones fueron los siguientes:

La evaluación SIMCE se posiciona diferentemente a la evaluación PISA con respecto a la explicitación de la visión matemática. Por un lado, PISA define exhaustivamente su visión de la enseñanza de las matemáticas en lo que ellos llaman "cultura matemática". Por otro lado, SIMCE dice explícitamente evaluar el currículo, pero observamos un discurso implícito de evaluar habilidades a través de la resolución de problemas (cf. § 3.4.4). Esta diferenciación también se manifiesta entre SIMCE y SERCE, dado que SERCE retoma el concepto de *"cultura matemática"* de la evaluación PISA y define su visión de la enseñanza de las matemáticas considerando el contexto regional (América del sur y el Caribe). En las evaluaciones SIMCE y TIMSS la adquisición de conocimientos matemáticos es un aspecto importante (cf. § 3.4.2). En la evaluación PISA encontramos mayor coherencia entre la visión matemática, el marco teórico y las tareas que estudiamos. Por orden de coherencia le siguen las evaluaciones TIMSS, SERCE y SIMCE.

El análisis de los diferentes marcos teóricos nos permite conocer y comparar cada evaluación según tres aspectos que llamamos *Categorías Estructurales*. Estos son *los dominios matemáticos, los procesos cognitivos y los niveles de logros*. Agrupamos los dominios y las categorías matemáticas (cf. § 3.5.6) y en la evaluación SIMCE constatamos la ausencia de ciertas temáticas. Por ejemplo, en el grupo de *números, medida y variacional (del cambio)* faltan los temas de cálculo por estimación y números irracionales; en el grupo de *álgebra, variación y relación, variacional (del cambio)* no están los temas de funciones e inecuaciones; en el grupo de *geometría, espacio y forma y de la medición,* no se encuentran los temas de transformaciones y movimientos en el plano ni de congruencia entre figuras; en el último grupo de *lo* *estadístico, tratamiento de la información, datos y azar e incertidumbre,* no aparecen los temas de variaciones aleatorias y sus representaciones. Al momento de realizar el análisis comparativos de los dominios lo que observamos fue la diferencia en las temáticas de las evaluaciones SIMCE y TIMSS, debido que ambas se realizan en el mismo nivel. En conclusión, vemos que al nivel de currículo nacional la definición de contenidos de la evaluación SIMCE (hasta 2011) es por debajo de la base que estípula la evaluación TIMSS.

El segundo aspecto refiere a las competencias y habilidades presentes en las evaluaciones. El nombre más común que las evaluaciones utilizan es *"procesos cognitivos o matemáticos"*. Pudimos concluir que los procesos cognitivos eran estructurados mediante niveles jerárquicos de dificultades crecientes. Esto nos permitió segmentar las competencias en tres niveles de dificultad. Las evaluaciones PISA y TIMSS comparativamente proponen competencias más elevadas, aunque a primera vista se puede decir que SIMCE también se encuentra en ese nivel, puesto que posee la habilidad de razonamiento matemático. No obstante, al analizar la descripción de esta habilidad, el grado de dificulta en los contenidos de la evaluación SIMCE es menor que el de PISA y TIMSS. En consecuencia, a nivel de definición de competencia las evaluaciones SIMCE y SERCE se encuentran en el nivel intermedio. Este nivel compila las siguientes competencias y habilidades: "*aplicación de propiedades y procedimientos y al razonamiento matemático"* (cf. § 3.6.5).

El último aspecto de la estructura de las evaluaciones fueron *"los niveles de logro"*. La organización de los niveles de logro nos permitió poner en evidencia la amplia diferencia entre el número de niveles de logros, de 3 a 6. PISA es la evaluación que excede a las otras a nivel de la complejidad de competencias. Desde el punto de vista comparativo la evaluación SIMCE define solo tres niveles de logro, donde su nivel inferior es denominado *"Nivel Inicial"* y descrito como las habilidades no logradas del *"Nivel Intermedio"* (cf. § 3.7.4). En consecuencia en la estructuración de los tres niveles, vemos que cuando un estudiante esta a *Nivel Inicial* no se sabe que aprendizajes ha logrado el estudiante. Quisimos también mostrar un ejemplo de la información que reciben los establecimientos, dado que el porcentaje de alumnos en el nivel inicial es alto y los profesores reciben muy poca información. El razonamiento de cómo se construye el nivel inicial nos parece poco pedagógico, dado que se debe pensar que el nivel inicial corresponde a lo que no saben hacer los estudiantes en el nivel intermedio. Nos parece poco lógico describir un nivel de logro no a partir de conocimientos y habilidades que se deben disponer los estudiantes, sino que a partir de aquellos que no se han adquirido. (cf. § 3.7.6)

La última dimensión del estudio fue el análisis de las tareas correspondientes al dominio de geometría, particularmente las magnitudes geométricas. Comenzamos analizando las tareas por evaluación. Luego realizamos una selección de tareas del dominio de magnitudes geométricas las cuales comparamos agrupándolas por tema: *área, perímetro y volumen*. El análisis comparativo de las tareas nos permitió constatar múltiples relaciones entre las tareas y las evaluaciones (cf. § 3.8.7). De manera general pudimos determinar una diferenciación entre tareas de contexto externo a las matemáticas, predominantes en la evaluación PISA, y tareas internas a las matemáticas, predominantes en las evaluaciones TIMSS, SERCE y SIMCE. Otro criterio de análisis son las competencias, habilidades y conocimientos que demanda una tarea, por lo que definimos dos categorías: *"Razonamiento en contexto de problemas rutinarios y no rutinarios" y "Reconocimiento y aplicación de conceptos y propiedades matemáticas"*. En SIMCE identificamos tareas en ambas categorías con la diferencia que en la primera categoría encontramos principalmente tareas rutinarias, a diferencia de la evaluación PISA.

Concerniente a nuestra pregunta sobre la influencia de las evaluaciones sobre SIMCE contamos con nuevos antecedentes que nos muestran posibles influencias en la evaluación SIMCE. Mientras ha transcurrido nuestra investigación a nivel nacional se han estado implementando ajustes curriculares desde el comienzo del 2009. El ajuste para el 8avo año de enseñanza básica ha implicado la incorporación de nuevos ejes temáticos, como lo son: "*Movimientos en el plano*", "*Funciones proporcionales"* y el concepto de aleatoriedad en el uso de *"muestras y probabilidades teóricas a la ocurrencia de eventos"*. Estos ejes temáticos se encuentran presentes en la evaluación TIMSS, por lo que pensamos que la incorporación de estos contenidos ha sido motivada para enfrentar de mejor forma la evaluación TIMSS. Como señalamos en el capítulo 2 (cf. § 2.4.4), como producto de los bajos resultados por SIMCE dados a conocer a medios del 2000 en la evaluación TIMSS, el gobierno tomó importantes medidas para mejorar sus resultados: "*Primero, una campaña para mejorar las* *habilidades de lectura, escritura y matemática de kinder a cuarto básico, lo que incluyó el rediseño del currículum de 1996 para los primeros cuatro cursos, cambiando las políticas de capacitación de los profesores, y haciendo esfuerzos especiales por obtener el apoyo de los padres. Segundo, aunque los establecimientos escolares continuarán disfrutando del tipo de apoyo que habían recibido en años anteriores, el Ministerio de Educación se ha comprometido con el aseguramiento de la calidad en los resultados aplicando (entre otras medidas) la evaluación docente y requisitos de desempeño específicos*."(OCDE, 2004, p. 35) Dado que una de la constataciones que realizamos en el análisis de los dominios (cf. § 3.5.6) fue la ausencia de estos contenidos, podemos justificar la hipótesis que la incorporación de esos temas es influencia de la evaluación TIMSS.

Otra influencia que hemos podido constatar proviene de la evaluación PISA, afectando el currículo nacional. Actualmente, existe un nuevo ajuste curricular para los niveles de enseñanza: 7mo, 8avo años básica y 1ero y 2do años de la secundaria. Estos ajustes curriculares serán puesto en vigencia a partir del año 2016. Los cambios que se realizarán definen nuevos nombres y reorganización de algunos dominios. Los dominios actuales (2010-2014) son *Números y Algebra*, *Geometría*, *Algebra y Datos* y *Azar*. La nueva organizaciones será 2016 : *Números*, *Geometría*, *Algebra y Funciones* y *Probabilidad y Estadística*. No existen grandes cambios a nivel de tema, sin embargo se pone énfasis en el tema de *probabilidad* que como señalamos SIMCE no lo evaluaba hasta el 2011 porque no estaba en el currículo (cf. § 3.5.6). Recién en el año 2013 se evalúo el *azar* (Orientaciones para el Docente-SIMCE 2013, p.26). Al momento de analizar los dominios entre las cuatro evaluaciones constatamos que solo PISA y TIMSS evalúa el tema de *probabilidad*, por lo que vemos una influencia en la implementación de nuevos contenidos al currículo y por ende a la evaluaciones SIMCE. No obstante, el cambio mayor ha sido en la definición de *"Habilidades Matemáticas"* (Bases curriculares 7° y 8° básico 1° y 2° medio – MINEDUC 2013) que toma aquellas que son definidas por la evaluación PISA como *"Facultés Mathématiques Fondamentales*" (Cadre d'évaluation et d'analyse du cycle - PISA 2012, p.33). A nivel nacional, se consideraran cinco de las siete facultades matemáticas definidas por la evaluación PISA: *Resolución de problemas, Representar, Modelar, Argumentar* y *Comunicar*. Presentemente, aun no se define el nuevo programa de estudio que muestre como estas habilidades serán puesta en marcha al interior de cada dominio.

El tema de los cambio o ajustes curriculares ha sido un desafío a nivel nacional y durante el primer trimestre del año 2014 se conocerán por primera vez el logro de los nuevos contenidos introducidos a partir del año 2009. Los profesores podrán evaluar su trabajo, el de los estudiantes y tomar medidas durante ese año (2014) para la evaluación SIMCE que se realizará en octubre 2014. Posteriormente, la implementación de nuevas bases curriculares en 2016 hará que los profesores recomiencen poniendo en marcha el nuevo ajuste curricular que incorpora de forma explícita habilidades matemáticas. Hasta hoy en día la evaluación SIMCE se ha enfocado más en los contenidos y no tanto en habilidades de la disciplina de matemáticas (cf. § 3.6.5).

4 ANALISIS DEL PROGRAMA DE ESTUDIO

4.1 INTRODUCCIÓN

Teniendo en cuenta que la evaluación SIMCE es una evaluación que mide los contenidos del currículo nacional, nos interesamos en analizar el programa de estudio (cf. § 11 Anexo C) oficial chileno. Este programa (Decreto 220-2002) es una herramienta diseñada por el MINEDUC con el objetivo de organizar y orientar el trabajo escolar en función de *Objetivos Fundamentales* (OF), de *Contenidos Mínimos Obligatorios* (CMO) y de *Aprendizajes Esperados* (AE) que se encuentran definidos en el currículo oficial.

Este capítulo se sitúa principalmente a nivel de disciplina según la escala de niveles de co-determinación didácticos. Como las organizaciones matemáticas se manifiestan de forma encajada, producto de la co-determinación didáctica, los subniveles a la disciplina también son convocados en este estudio. El marco teórico de la *Teoría Antropológica de lo Didáctico* (Chevallard 1999) nos permite conducir un análisis y posicionar nuestra pregunta de investigación en función del estudio de la actividad matemática, interesándonos de forma específica en las organizaciones matemáticas y en las organizaciones Didácticas (cf. § 2.2.1.2). Los objetivos que guían este estudio son los siguientes:

1. Identificar la visión de la enseñanza de las matemáticas en el programa de estudio.
2. Analizar las organizaciones matemáticas puntuales, dado que forman parte de un primer aspecto de análisis comparativo entre las tareas SIMCE y el programa de estudio.
3. Conocer si existen organizaciones matemáticas locales por lo menos parciales, y poner en evidencia cómo construyen un discurso tecnológico en torno a los temas de estudio.
4. Estudiar en términos de organizaciones didácticas las características de los momentos de estudio dirigidos a los profesores para orientan la enseñanza de un tema matemático.

Para completar nuestro estudio y tomando en cuenta la importancia de los manuales escolares en la construcción del conocimiento por una institución. Además que los manuales son licitados por MINEDUC y entregados de forma gratuita a los establecimientos escolares públicos, pensamos que juegan un rol importante en la construcción del conocimiento y en el trabajo del profesor. Nos centramos en el análisis de las organizaciones matemáticas locales y puntuales del manual, con el propósito de complementar el estudio del programa.

Considerando que nuestro punto de partida es el impacto de la evaluación SIMCE sobre la enseñanza de las matemáticas y que esta evaluación cumple la función de evaluar el currículo, orientamos el análisis del programa de estudio a través de preguntas que esperamos responder sobre la relación entre el *Programa de Estudio* y *SIMCE*. ¿Cuál es la visión de la enseñanza de las matemáticas en que se basa el programa de estudio? ¿Es tal visión representada a través de las tareas que evalúa SIMCE?¿Qué características deberían identificarse en las tareas de la evaluación SIMCE? ¿Es posible identificar similitudes y diferencias en las OMP del programa de estudio y de la evaluación SIMCE, a nivel de tipo de tareas, características de las técnicas, movilización de tecnologías, relación entre técnicas y tecnologías?

De forma global, también nos interesamos en precisar los paradigmas geométricos que se encuentran presentes en el programa de estudio y en los manuales escolares para identificar si existe un tipo de paradigma predominante en el programa de estudio y en los manuales.

4.2 METODOLOGÍA

Consideramos en nuestro análisis varias dimensiones de estudio. Eso es producto de la organización jerárquica de niveles superiores a inferiores que desarrollamos en este capítulo. Las dimensiones que analizamos son las siguientes. Exploramos la visión de la enseñanza de las matemáticas presente en el programa de estudio y cómo está estructurada según el punto de vista de las unidades temáticas, de los objetivos generales y específicos, de los aprendizajes esperados, del contrato didáctico, de las restricciones, de las posibles articulaciones entre unidades o contenidos y de las sugerencias dirigidas a los docentes. Realizamos un zoom sucesivo de las estructuras y características generales de las actividades propuestas en el programa. En un primer momento, consideramos la posibilidad de identificar *Organizaciones Matemáticas Locales* y/o *Organizaciones Matemáticas Puntuales*, por medio de las tecnologías portadas por el programa. Una vez que hayamos identificado las organizaciones matemáticas, analizamos sus tipos de tareas poniendo el acento en las características de los bloques práctico y teórico. En un segundo momento, analizamos el programa a partir de las organizaciones didácticas. Utilizamos como marco de apoyo los momentos del estudio y los resultados obtenidos en el análisis de las OM para confeccionar un marco de análisis.

Completamos el estudio incorporando la transposición didáctica al estudiar dos manuales escolares de 8B, uno licitado por el MINEDUC y otro privado. La elección de los manuales fue bajo el criterio de la popularidad. Sabemos que los manuales licitados tienen 100% de cobertura, significando que todos los establecimientos educativos cuentan con ellos. El manual privado corresponde a la editorial *Santillana*, la cual es muy utilizada en los colegios particulares-subvencionados. Retomamos ciertos resultados del capítulo III sobre los tipos de tareas representativas de la evaluación SIMCE y exploramos posible similitudes con las tareas propuestas por el programa de estudio.

Las dificultades metodológicas que encontramos para realizar el estudio son la muestra pequeña de las tareas SIMCE, sin embargo pensamos que son bastante representativas de las OMP que se encuentran en la evalaución misma. Finalmente es importante notar que oficialmente MINEDUC comienza a realizar cambios curriculares desde 2010, poniendo al programa de estudio en una fase de transición. Sin embargo a fines del 2012 no se había presentado un nuevo programa de estudio como el del 2002. Los contenidos geométricos siguen siendo los mismos, solamente se ha introducido el contenido de transformaciones en el plano. Los cambios curriculares han tomado un ritmo moderado, lo que se refleja en la última evaluación SIMCE de 8vo Básico (octubre 2011), donde se evaluó el currículo y programa de estudio decretado en el año 2002.

4.3 MARCO GENERAL DEL CURRÍCULO Y PROGRAMA DE ESTUDIO

En el sistema educacional nacional de Chile, existe un currículo oficial para los diferentes niveles de la educación nacional: Ed. Pre-básica[10], Ed. básica[11] y Ed. Media[12]. El objetivo del currículo es definir y modelar los conocimientos matemáticos a ser enseñados en el sistema escolar nacional. La materialización de las disciplinas se explícita a través de los programas de estudios. En ellos encontramos los conocimientos matemáticos y las habilidades que se espera que los estudiantes aprendan. Esta primera parte del estudio la orientamos al conocimiento de la visión de la enseñanza de las matemáticas del programa de estudio. Constatamos en el capítulo 3, las evaluaciones estandarizadas como PISA, TIMSS y SERCE se identifican con una visión de la enseñanza de las matemáticas (cf. § 3.4). La evaluación SIMCE no define explícitamente una visión matemática, aunque encontramos la intensión de evaluar los conocimientos y habilidades para la vida por medio de la resolución de problemas, el discurso principal es que solamente evalúa el currículo. Teniendo en cuenta que esta evaluación mide el currículo nacional nos interesamos en conocer la visión del programa de estudio y ver en que medida las tareas de la evaluación SIMCE son representativas de esta visión. El programa de estudio se encuentra organizado por seis secciones que tienen por objetivo estructurar y orientar la enseñanza de la matemática para este nivel. A través de cada sección es posible

---

[10] La educación Pre-básica, La educación parvularia está dividida en los siguientes niveles: Transición: desde 4 hasta 6 años. Se divide en Primer Nivel de Transición (Pre kínder, 4 a 5 años) y Segundo Nivel de Transición (Kínder 5 a 6 años). Se anunció una reforma constitucional (21 mayo 2013) para establecer el Segundo Nivel de Transición como obligatorio a partir del año 2015, convirtiéndose en requisito para cursar el Nivel Básico.

[11] La educación básica comienza a los 6 años de edad y se extiende hasta los 13 años. Este nivel de 8 años de escolaridad es dividido en dos ciclos. El primer ciclo básico tiene una duración de 4 años y se caracteriza por ser los años donde los estudiantes adquieren conocimientos de base en varias disciplinas. El segundo ciclo básico, también dura 4 años. Aquí los estudiantes profundizan en los conocimientos de cada disciplina. La denotación para estos niveles va de 1ero. a 8avo. año básico.

[12] La Enseñanza Media dividida en Enseñanza Media Científico-Humanista (EMCH), Técnico-Profesional (EMTP), y Artística (desde 2006), con una duración de 4 años. La Enseñanza Media se organiza como sigue: EMCH 1º a 4º grados; EMTP 1º y 2º grados con el mismo programa educacional que EMCH; EMTP 3º y 4º grados programas diferenciados según especialidad. Los liceos o colegios que imparten especialidades técnico-profesionales otorgan Títulos de Técnico de Nivel Medio.

identificar elementos que constituyen de forma implícita la visión de la enseñanza de las matemáticas. Por un lado, el programa define objetivos transversales a la disciplina, es decir, objetivos que se inclinan al desarrollo de habilidades sociales que buscan posicionar al estudiante como ciudadano. Por otro lado, encontramos objetivos sobre las habilidades matemáticas que se espera que los estudiantes desarrollen para la disciplina. Para abordar la visión de la enseñanza de las matemáticas en un primer momento presentamos los *objetivos fundamentales transversales (OFT).* Luego, en un segundo momento, nos centramos en conocer como se presenta la disciplina, específicamente el dominio de la geometría y medición. Para ello nos apoyamos de las dos unidades temáticas que corresponden a los dominios señalados, sus contenidos, sus aprendizajes esperados y sus orientaciones didácticas.

4.3.1 Visión de la enseñanza de las matemáticas en el programa

Comenzamos señalando que el programa de estudio no hace referencia explícita sobre la visión de la enseñanza de las matemáticas, no obstante, es posible reconocer diferentes enfoques que permiten interpretar aspectos constitutivos de la definición de una visión de la enseñanza de las matemática. Encontramos en el programa de estudio tres ideas fundamentales que nos conducen a identificar una visión de la enseñanza de las matemáticas. La primera de ellas, es la idea que los conocimientos matemáticos puedan ser utilizados a lo largo de la vida y a la vez ser útiles para enfrentar los desafíos de la sociedad. La segunda idea que constatamos es el hecho de considerar a los estudiantes de hoy en día como personas que se interesan por el mundo externo y que son parte de una vida social, política y económica, es decir, la idea de ciudadano. La tercera idea es el enfoque en el desarrollo de habilidades y competencias matemáticas. En resumen las matemáticas son una herramienta para un individuo que forma parte de una sociedad y que es capaz de enfrentar los desafíos de una sociedad globalizada. Esta visión es visible en los siguientes párrafos que hemos extraído del programa: *"proponer procesos de construcción y adquisición de conocimientos matemáticos que le permitan a los estudiantes hacerlos propios y utilizarlos durante toda la vida, con el fin de que ellos puedan hacer frente a los desafíos de los avances científicos y tecnológicos que la sociedad les plantean de modo de ser parte activa dentro de su sociedad [...] se trata de adolescentes cuyos intereses por el mundo exterior son crecientes y que están insertos en la vida social, política y económica*

[...] desarrollo y la capacidad de justificar sus procedimientos, sean propios o convencionales y fundamentar adecuadamente conclusiones generales" (P.E.- 2002, p. 9). Complementando las ideas presentadas remarcamos acciones orientadas al desarrollo de la idea de ciudadano. Por ejemplo, la idea de dar sentido y utilidad a los conocimientos matemáticos es una forma de lograr que las matemáticas formen parte de la vida de un ciudadano. Otro ejemplo, es el énfasis en situaciones de la vida cotidiana, de la historia y otras disciplinas, las cuales deben ser expresadas a través de situaciones adaptadas a la edad e intereses de los estudiantes. Tales ideas son presentadas por el programa de la siguiente forma: *"[...] la necesidad de resolver problemas cuando los contenidos de aprendizaje adquieren sentido y se hacen necesarios, Así, los alumnos y alumnas pueden percibir por qué y para qué aprenden, valorar la importancia de los conocimientos y la necesidad de construir otros nuevos"[...] los problemas y situaciones deben provenir de la vida cotidiana, de juegos, de lecturas e informaciones históricas o de actualidades que tengan sentido para los estudiantes, y otras ramas del conocimiento (ciencias naturales, ciencias sociales, artes, tecnología, etc.) [...] con el fin de dar sentido a los aprendizajes específicos de matemáticas, así como para contribuir a la formación de un pensamiento globalizador, es importante tener en cuenta en el diseño de las actividades de aprendizaje los desafíos en términos de contenidos que deben enfrentar los estudiantes en otros subsectores de aprendizaje" (P.E. - 2002, p. 10-11).*

El programa de estudio refleja estas ideas a través de los *Objetivos Fundamentales Transversales* (OFT). Estos objetivos tienen por finalidad el desarrollo personal, la formación ética y el progreso intelectual de los estudiantes. Los OFT se enmarcan en la visión que MINEDUC porta sobre la educación de las matemáticas. Dicha visión responde a una dimensión formativa y otra dimensión instructiva de la enseñanza. Desde la dimensión formativa, el propósito de los OFT es contribuir a la formación de un ciudadano con capacidades para insertarse en la sociedad actual. Las dimensiones que constituyen los OFT son los siguientes: *"Formación Ética; relacionados con los valores de autonomía y responsabilidad individual y colectiva frente a trabajos o tareas, y el respeto y valoración de las ideas y creencias diferentes a las propias[...]"*

"Habilidades de Pensamiento; como son la exploración de estrategias cognitivas en la resolución de problemas, la anticipación de resultados y la utilización de los

sistemas y el instrumental de las matemáticas en la interpretación del mundo circundante, en la recopilación, sistematización, interpretación, evaluación y comunicación de información y en la apropiación significativa de la realidad"

"Crecimiento y Autoafirmación Personal; en especial los relativos al interés en conocer la realidad, y habilidades de selección de información, uso del conocimiento, razonamiento metódico y reflexivo, y resolución de problemas "

"Persona y Entorno; trabajo en equipo. A través de los problemas por resolver matemáticamente que se plantean, es posible ampliar el trabajo de los OFT a la capacidad de juicio de los estudiantes[...]"(P. E. - 2002, p.13-14)

El Ministerio de Educación espera que los OFT sean trabajados transversalmente, esto implica que su realización trascienda a un sector o subsector específico del currículo y que tengan lugar en múltiples ámbitos y dimensiones. A la vez, se definen objetivos específicos o más afines a cada disciplina del currículo, ellos son visibles en el ámbito de *habilidades de pensamiento* donde se encuentran competencias propias a la asignatura de matemática. Esta visión de la enseñanza de las matemáticas del programa es bastante similar a la visión que define la evaluación PISA. Por tanto, al retomar los aspectos sobre la visión de la enseñanza de las matemáticas es posible identificar un discurso común entre lo que define la evaluación PISA y el programa. No obstante a las similitudes encontradas, al momento de comparar las evaluaciones PISA y SIMCE, existen diferencias importantes a tener en cuenta (cf. $ 3.4). Antes de realizar una comparación entre las tareas SIMCE y la visión de la enseñanza de las matemáticas estudiamos las tareas que propone el programa de estudio, para conocer cómo dicha visión es reflejada a través de las tareas.

El programa de estudio presenta sugerencia didácticas sobre las evaluaciones de aula las cuales buscan contribuir a fortalecer la visión matemática. Dado que la evaluación se presenta como un proceso que está al servicio de la enseñanza y del aprendizaje, se fomenta la diversidad de evaluaciones como por ejemplo: las evaluaciones diagnóstico, las evaluaciones formativas, las autoevaluaciones y co-evaluaciones. Igualmente, el profesor debe considerar las evaluaciones como una instancia que le permite comprender los obstáculos en los aprendizajes y distinguir qué tipo de ayuda será necesaria entregar a los estudiantes. La evaluación es vista como una instancia que propicia la reflexión en función de generar apoyos adecuados a los estudiantes. Además se plantea que una evaluación debe ser consecuente con la idea de mejoramiento de los aprendizajes. El programa de estudio cita el siguiente ejemplo en relación a esta idea: *"Si se evalúa, por ejemplo, sólo la repetición memorística de datos, se está reforzando la idea de que ése es el tipo de educación que se quiere promover; si se evalúan desempeños, capacidad de resolver problemas, de manejar información, se está propiciando una educación flexible, abierta, con más sentido para quienes aprenden, con propósitos inmediatos (sirve para hoy) y de largo plazo (preparan para la vida adulta)."* (P.E. - 2002, p.11)

4.3.2 Estructura de las unidades temáticas

La presentación de los dominios matemáticos se realiza mediante diferentes etapas. Primeramente se presentan los primeros lineamientos sobre los dominios de números, geometría y medición a ser desarrollados durante el año escolar. En esta presentación se establecen relaciones con los aprendizajes previos. Por ejemplo, en el dominio de la geometría, el programa realiza la siguiente descripción y define algunas técnicas : *"En geometría, se continúa el estudio de figuras y cuerpos geométricos y el análisis de las propiedades y relaciones geométricas. Esto último se realiza a través de diversas situaciones que están al alcance de los alumnos y alumnas, tales como construcción, dibujo, manipulación, más que en sus definiciones y clasificaciones preestablecidas. Se propone, también, continuar con el trabajo relacionado con medición y cálculo de áreas y perímetros de figuras planas, poniendo énfasis en los efectos que tienen en dichas magnitudes los cambios que se introducen en algunos elementos de las figuras. También se incorpora, por primera vez de manera sistemática, la medición y cálculo del volumen de cuerpos geométricos poliedros y redondos".* (*Programa de Estudio 2002,* p. 9). Luego, el programa define *Objetivos Fundamentales* (OF) para cada dominio. Para los contenidos de geometría y magnitudes geométricas se definen tres OF. En dos OF el énfasis está puesto en las magnitudes geométricas y el tercero es un OF transversal a través del cual se espera que los estudiantes desarrollen la capacidad de razonamiento sobre la resolución de problemas:

"1 - Utilizar sistemáticamente razonamientos ordenados y comunicables para la resolución de problemas numéricos y geométricos.

7 - Analizar y anticipar los efectos en la forma, el perímetro, el área y el volumen de figuras y cuerpos geométricos al introducir variaciones en alguno(s) de sus elementos (lados, ángulos).

8.- Reconocer las dificultades propias de la medición de curvas y utilizar modelos geométricos para el cálculo de medidas". (Programa de Estudio 2002, p.14)

Retomando la primera referencia que poseemos sobre los contenidos del dominio de geometría vemos que existen tres temas: las figuras geométricas, los cuerpos geométricos, el análisis de las propiedades y las relaciones geométricas; la medición de área y perímetro de figuras planas: la medición de volúmenes de cuerpos geométricos (poliedros y cuerpos redondos). Al comparar estos temas con los OF, constatamos que el primer tema no forma parte de un OF, lo hemos buscado en los años precedentes y corroboramos que es un tema ya trabajado (7mo B) y suponemos que el objetivo de explicitarlo es para establecer una progresión en los nuevos contenidos para 8avo. B. Esta suposición la estudiaremos en el momento de estudiar las unidades temáticas. Una vez que se definen los OF para la disciplina de matemáticas se presentan la unidades temáticas. Ellas son divisiones por sector y temas. A continuación presentamos las cinco unidades temáticas que forman parte del programa de 8avo. año básico.

4.3.2.1 Organización general de las unidades temáticas

Las unidades temáticas se presentan a través de un cuadro sinóptico y luego se detalla el desarrollo de cada unidad temática. El cuadro sinóptico presenta 5 unidades temáticas. Cada unidad señala los contenidos y su distribución temporal.

- Unidad 1: Polígonos, circunferencias, áreas y perímetros
- Unidad 2: Relaciones proporcionales
- Unidad 3: Números y ecuaciones
- Unidad 4: Potencias
- Unidad 5: Volúmenes

En nuestra estudio trabajamos con las unidades 1 y 5, ambas corresponden a la geometría y las magnitudes geométricas. Justificamos la elección del contenido en el capítulo 1. Cada unidad temática presenta la misma estructura. En un primer momento se entrega una lista de los Contenidos Mínimos Obligatorios (CMO), de los aprendizajes esperados (extraídos de acuerdo a los Objetivos Fundamentales (OF) y de los Objetivos Fundamentales Transversales (OFT)). Además, una breve descripción de Orientaciones Didácticas. En un segundo momento, se sugiere al docente; actividades para desarrollar con los estudiantes, comentarios sobre ciertas actividades y una pequeña evaluación que corresponde a una síntesis de la unidad. Antes de analizar las tareas estudiaremos cómo los contenidos, los aprendizajes esperados y las orientaciones didácticas son articulados y permiten orientar las actividades propuestas.

4.3.2.2 Unidades temáticas sobre geometría y medición

En esta sección nos interesa estudiar la articulación de los contenidos y los aprendizajes esperados. Además, queremos conocer las orientaciones didácticas que el programa entrega a los profesores y cómo ellas se articulan con los aprendizajes esperados. A partir de esta sección nos centramos en la unidad 1 sobre “Polígonos, circunferencias, áreas y perímetros” y la unidad 2 sobre “ Volúmenes”.

Unidad 1 de polígonos, circunferencias, áreas y perímetros

Esta unidad se encuentra organizada en 8 actividades[13] y cada actividad cuenta con un objetivo que se desarrolla mediante un conjunto de tareas. Por ejemplo, en la actividad 1, el objetivo es: *“Analizan situaciones que involucran ángulos y, a partir de figuras que se forman entre rectas, investigan y modifican estas rectas para observar el efecto sobre los ángulos de las figuras. Establecen conclusiones sobre los ángulos que se forman entre rectas paralelas cortadas por una transversal y entre rectas que se intersectan.”* (P. E. - 2002, p. 21) Para este objetivo se sugieren 6

[13] La palabra “actividad” utilizada por MINEDUC corresponde a lo en didáctica llamamos “tarea”. No corresponde la noción de actividad en el sentido descrito por la teoría de la actividad.

actividades diferentes que presentan en total 46 tareas. Ciertas tareas van acompañadas de comentarios que tienen como objetivo orientar el trabajo del docente.

Dichos comentarios los analizamos en el estudio de las organizaciones didácticas. La tabla 4.1 enumera los contenidos y aprendizajes esperados, definidos por MINEDUC:

Unidad 1	**Contenidos**	**Aprendizajes esperados**
Polígonos, circunferencias, áreas y perímetros (Tiempo estimado: 6-8 semanas)	1 Construcción de polígonos por combinación de otros. (Composición y descomposición). Interpretación y uso de fórmulas para el cálculo de perímetro y área de polígonos. 2 Investigación sobre la suma de los ángulos interiores de polígonos y el número de lados de éstos. Resolución de problemas. 3 Investigación de las relaciones entre los ángulos que se forman al intersectar dos rectas por una tercera. 4 Análisis de los elementos de una circunferencia (radio, diámetro) en la reproducción y creación de circunferencias con regla y compás. 5 Experimentación de diversos procedimientos (gráficos y concretos) para medir el perímetro y el área de circunferencias. 6 Significado geométrico y numérico del número pi 7 Interpretación y uso de fórmulas para el cálculo de perímetro y área de circunferencia. 8 Uso de aproximaciones convenientes para números decimales infinitos. 9 Uso de ecuaciones para resolver problemas e interpretar fórmulas	1 Caracterizan los polígonos regulares en función de sus elementos, de la relación entre estos elementos y entre polígonos. 2 En situaciones problema utilizan las relaciones entre los ángulos obtenidos entre dos rectas que se intersectan y entre rectas paralelas cortadas por una transversal. 3 Caracterizan el número π desde el punto de vista geométrico y numérico. 4 Utilizan de manera pertinente fórmulas para calcular el perímetro y el área de figuras compuestas por circunferencias y polígonos. 5 En problemas geométricos fundamentan sus respuestas basándose en las relaciones entre los ángulos o entre las figuras y explican sus procedimientos utilizando las ecuaciones u otros métodos de resolución.

Tabla 4.1 – Contenidos y aprendizajes esperados para la unidad 1 de polígonos, circunferencias, áreas y perímetros

Contenidos y aprendizajes esperados

Esta tabla nos permite apreciar que para cada contenido es posible relacionar por lo menos un aprendizaje esperado. Sin embargo, el tema de los polígonos refiere a tres contenidos: construcción de polígonos, interpretación y uso de fórmulas para el cálculo de perímetro y de área, y la suma de los ángulos interiores de un polígono regular. De los tres contenidos mencionados, el aprendizaje esperado refiere sólo a la caracterización de polígonos. El contenido de cálculo de perímetro y área de polígonos no es parte de los aprendizajes esperados en este nivel, sino que es un contenido que se comienza a trabajar con los estudiantes a partir del 5to. Básico (3 años antes) por lo que se retoma pero como un aprendizaje previo. Otro punto que remarcamos es el hecho que el contenido de ángulos no aparece en el título de la unidad, pero sí en la lista de contenidos y en los aprendizajes esperados. Siendo que en las actividades sugeridas se comienza a trabajar con ángulos y que desde el punto de vista cuantitativo existen más tareas consagradas al tema de ángulos que al de polígonos. (dos actividades para ángulos y una para polígonos). La tabla también nos muestra un fuerte trabajo sobre la circunferencia y la formulación del perímetro y área del círculo. Ambos contenidos son completamente nuevos para los estudiantes.

Orientaciones Didácticas

Las orientaciones didácticas tienen como objetivo articular los contenidos con los aprendizajes previos y de esa forma orientar el trabajo del profesor al momento de realizar las actividades sugeridas. El contenido sobre ángulos es el primero en ser presentado, lo que es coherente con el desarrollo de las actividades sugeridas. Además, se articulan las relaciones angulares entre rectas paralelas con algunos tipos de polígonos, con el objetivo de avanzar en la comprensión de ciertas propiedades de polígonos. Algunos ejemplos son el determinar : *"la suma de los ángulos interiores de un triángulo o las relaciones de los ángulos internos de un cuadrilátero".* Se presenta el estudio de la circunferencia de forma secuencial y en niveles de dificultad progresivos. Se toma como base para su comprensión la idea de una circunferencia como un polígono regular de infinitos lados. Se destaca la naturaleza del número pi (π) como un número irracional particular y se propone trabajar a partir de experiencias geométricas y numéricas. Referente a la naturaleza del número pi (π), como se podía anticipar las actividades que son propuestas en torno a este número no permiten concluir que es un número irracional, sino que solamente los estudiantes podrán conjeturar que existe una relación constante entre el perímetro y el diámetro de la circunferencia. En el caso del trabajo con la cuadrícula para determinar el área de la circunferencia los estudiantes pueden suponer que siempre se puede obtener cuadrados más pequeños. En este caso también, ninguna de las tareas propuestas permite determinar que el número pi (π) es un número irracional. Al momento de analizar las tareas retomamos este tema de la naturaleza del número pi (π). Para la obtención de las fórmulas del perímetro y del área se pone el acento en los aprendizajes previos de los estudiantes, apoyándose en el área de polígonos regulares conocidos.

Otro punto que las orientaciones didácticas ponen en relieve son los objetivos fundamentales transversales (OFT). Si bien se hace referencia solamente a ciertas habilidades y competencias y no se mencionan de forma explícita los OFT, observamos el interés de desarrollar las habilidades de Pensamiento (p.13), que son referidas como al *"desarrollo de razonamientos sistemáticos y ordenados, desarrollo de argumentos, y obtención y argumentación de conclusiones"* (p.20). Otro ámbito que podemos identificar es el *"Crecimiento y autoafirmación personal"* (p.14), el cual aparece representado a través del interés por *"la resolución de problemas, la utilización de diferentes estrategias, el descubrimiento de regularidades y patrones, la organización de información, la justificación de resultados"*(p.20). Las orientaciones didácticas buscan orientar de forma general al docente sobre como trabajar los contenidos con los estudiantes, poniendo el acento en la articulación de los contenidos previamente aprendidos, y la exploración de situaciones concretas. Además, las orientaciones didácticas enfatizan el desarrollo de habilidades y competencias.

Unidad 5 de Volúmenes

La unidad posee la misma estructura que la unidad 1, con los contenidos organizados mediante 8 actividades sugeridas, desarrolladas en 34 diferentes tareas. Esto contenidos definidos por MINEDUC se presentan el la tabla 4.2.

Unidad V	Contenidos	Aprendizajes esperados
Volúmenes (Tiempo estimado: 8-10 semanas)	1 Estimación y cálculo del volumen de cuerpos geométricos regulares expresándolos en unidades pertinentes. 2 Interpretación y uso de fórmulas para el cálculo del volumen de prismas rectos. 3 Construcciones de redes para armar cilindros y conos. 4 Experimentación de procedimientos concretos para medir el volumen de conos y cilindros. 5 Interpretación y uso de fórmulas para el cálculo del volumen de cilindros y conos. 6 Relaciones de equivalencia entre unidades de volumen de uso corriente. 7 Uso de ecuaciones para resolver problemas e interpretar fórmulas. 8 Uso de aproximaciones convenientes de números decimales infinitos.	1 Caracterizan los poliedros regulares en función de sus elementos y de la relevancia que han tenido en algunos períodos de la historia. 2 Utilizan de manera pertinente fórmulas para calcular el volumen de cuerpos geométricos y para analizar, predecir y/o justificar las eventuales variaciones en éste al variar algunos de los elementos del cuerpo (longitud de aristas, altura, área total). 3 Reconocen elementos de los cilindros y los conos, y los proyectan para el dibujo de redes correspondientes. 4 Comprenden la relación entre las fórmulas para calcular el volumen de diversos poliedros, el cilindro y el cono. 5 Evalúan y justifican estrategias (o procedimientos) para medir y/o calcular el volumen de cuerpos geométricos.

Tabla 4.2 – Contenidos y aprendizajes esperados para la unidad 5 de volúmenes

Contenidos y aprendizajes esperados

Las relaciones entre los contenidos y aprendizajes esperados son menos evidentes que en la unidad 1. El orden en que se presentan los contenidos y aprendizajes esperados es confuso. Es posible reconocer que el tema sobre cilindro y cono correspondiente a los contenidos 3, 4 y 5 tienen correspondencia con los AP 3 y 4. Con respecto a la fórmula del volumen los contenidos 1, 2 y 7, son presentados por los AP 2 y 5. El contenido número 6 referido sobre las relaciones de equivalencia de medidas no se describe explícitamente en los AP, lo mismo sucede con el contenido número 8 sobre números decimales infinitos, cuya relación con el tema no parece tan evidente. Finalmente el AP1, sobre la caracterización de poliedros regulares no aparece como un contenido a ser trabajado. Las ecuaciones son un contenido utilizado en ambas unidades como herramienta al servicio de la resolución de problemas, en particular en las tareas sobre variaciones del volumen considerando las áreas laterales y totales de cuerpos geométricos.

Orientaciones didácticas

En las orientaciones didácticas encontramos bastante claridad sobre los contenidos a trabajar y los aprendizajes que se espera que los estudiantes logren. Uno de los factores que permiten la comprensión es la presentación de los temas según el orden y la secuencia de las actividades propuestas. Se presentan los temas centrales de la unidad: poliedros regulares, cuerpos geométricos redondos, volumen de cuerpos, variaciones y relaciones entre área y volumen. Las precisiones que encontramos sobre los poliedros regulares tienen relación con el estudio de la pirámide y con la consideración de los aprendizajes previos que retoman el cubo y el tetraedro. Sobre los cuerpos redondos se precisa el trabajo con el cilindro y cono. Además se remarca la dificultad de construir la red del cono y se presenta tal trabajo a partir de experiencias concretas. Referente al volumen de cuerpos geométricos se comienza con actividades que permiten a los estudiantes visualizar los elementos que forman parte del volumen. Se parte con la fórmula del volumen de prismas rectos y cilindros y, luego, con el volumen de la pirámide y del cono. Una vez que las fórmulas sobre el volumen han sido trabajadas, se proponen actividades sobre área lateral y volumen, variaciones de los elementos del cono y el cilindro, y variaciones del volumen de prismas y cilindros. En este punto se utilizan las ecuaciones para establecer las relaciones entre las áreas laterales y totales con el volumen de paralelepípedos y cilindros, apoyándose en expresiones algebraicas simples. También se retoma la noción de número irracional, dado que se trabaja con el cálculo de área de círculos. Finalmente se enfatiza el hecho que las actividades deben permitir a los estudiantes el desarrollo de habilidades y competencias. Se retoman los mismos OFT que en la unidad 1. Las orientaciones didácticas para esta unidad de volumen tienen las mismas características que la unidad 1, se centran en la articulación de los contenidos, en entregar lineamientos generales sobre las orientaciones que el docente debe considerar para el diseño de sus actividades, y en enfatizar el desarrollo de habilidades y competencias.

Desde nuestro enfoque didáctico las orientaciones presentadas corresponden a la articulación de los contenidos con los aprendizajes esperados de la unidad. En esta primera presentación de la unidad las orientaciones didácticas no proponen orientaciones referente al proceso de enseñanza-aprendizaje, sino que ellas son propuestas en las "*actividades sugeridas*" que luego analizaremos. Referente a los contenidos no existen remarcas sobre las posibles dificultades que los estudiantes enfrentarán en la comprensión de ciertas nociones, por ejemplo para el contenido de área las investigaciones nos mostraron las dificultadas encontradas por los estudiantes y la necesidad de articular aspectos numéricos, aritméticos y geométricos. De igual forma, las propiedades del área como magnitud unidimensional y bidimensional tampoco son mencionadas. Además no observamos en las orientaciones didácticas que se ponga en evidencia las posibles dificultades en la diferenciación del perímetro y área, en las dificultades para identificar las fórmulas y aplicarlas en situaciones poco triviales o más complejas. Tampoco se encuentran nociones ligadas al volumen como por ejemplo; las propiedades multidimensionales del volumen, las dificultades de concepción de tridimensionalidad del volumen, la necesidad de trabajar el aspecto unidimensional del volumen y de articularlo con su aspecto tridimensional.

4.4 PROGRAMA DE ESTUDIO: ORGANIZACIONES MATEMÁTICAS

El estudio de las actividades propuestas por el programa en un primer momento nos llevó a agrupar y unificar las tareas por sus tecnologías. Observamos en un primer momento la tecnología de las tareas, debido que las organizaciones matemáticas las estudiaremos en términos de "complejidad creciente", las cuales son determinadas por el bloque teórico $[\theta, \Theta]$. Constatamos que ciertas tareas se integran en una misma tecnología. Además, estas diferentes tecnologías encontradas pueden integrarse en torno a una tecnología común. Teniendo en cuenta estas dos constataciones diferenciamos cuatro bloques de contenidos que giran en torno a un mismo discurso tecnológico, ellos son: ángulos entre rectas secantes y paralelas; circunferencia, perímetro y área, volúmenes y ángulos internos de un polígono regular. Cada uno de estos bloques constituye una organización matemática local (OML) (cf. § 2.2.1.2). Identificamos, además, tipos de tareas similares al interior de cada OML, esto nos lleva a referirnos a género de tareas.

4.4.1 Organizaciones Matemáticas Locales

Pasamos a estudiar las tres OMLs: ángulos entre rectas secantes y paralelas; circunferencia, perímetro y área del círculo; volúmenes, y una OM más puntual sobre ángulos internos de un polígono regular. Analizamos cada OML, considerando la tecnología que la constituye, los tipos de tareas y las técnicas asociadas. Al interior de cada organización matemática ciertos discursos tecnológicos son implícitos, presentándose solamente algunas propiedades y definiciones. Para el estudio de las OMs. completamos aquellas definiciones y propiedades ausentes o incompletas.

4.4.1.1 OML : Ángulos entre rectas secantes y paralelas

En la OML correspondiente a ángulos entre rectas secantes y paralelas, el discurso tecnológico es compuesto por las siguientes tecnologías:

Definiciones

- Dos ángulos que tienen un vértice en común y cuyos lados son la prolongación el uno del otro, son ángulos iguales. (ángulos opuestos por el vértice)
- Dos ángulos que tienen un vértice y un lado en común, y tales que sus segundos lados están situados en la misma, son tales que la suma de sus medidas es igual a la de un ángulos plano. (ángulos adyacentes suplementarios)
- Dos ángulos dispuestos respectivamente entre dos rectas paralelas y una misma secante que las intersecta, uno al interior y otro al exterior de la superficie comprendida entre las rectas paralelas y el mismo lado respecto a la secante, son iguales. (ángulos correspondientes)
- Dos ángulos dispuestos respectivamente entre dos rectas paralelas y una misma secante que las intersecta, ambos situados al interior de la superficie comprendida entre las rectas paralelas y en lados opuestos respecto a la secante, son iguales. (ángulos alternos internos)
- Dos ángulos dispuestos respectivamente entre dos rectas paralelas y una misma secante que las intersecta, ambos situados al exterior de la superficie

comprendida entre las rectas paralelas y en lados opuestos respecto a la secante, son iguales. (ángulos alternos externos)

Propiedades

- La suma de las medidas de los ángulos geométricos de un triángulo es igual a la medida de un ángulo plano.
- Los ángulos opuestos de un paralelogramo tienen igual medida.
- Los ángulos que yacen en el mismo lado de un trapecio son suplementarios. (entendiendo que las bases no se consideran como un lado)

Para cada tecnología existen al menos una tarea que identificamos en el programa de estudio. A continuación presentamos las tareas y las técnicas correspondientes a la OML sobre ángulos. Cabe señalar que las tecnologías que identificadas en el programa de estudio se encuentran en estas tareas en diferentes momentos de desarrollo, es decir, hay tecnologías en proceso de construcción por los estudiantes, pero también encontramos tecnologías ya disponibles.

Análisis de la OML: Ángulos entre rectas secantes y paralelas

Las tareas correspondientes a la OML de ángulos entre rectas secantes y paralelas se presentan en la tabla 4.3. En esta OML observamos dos etapas de la tecnología : una etapa de construcción del discurso tecnológico, alrededor del conocimiento de las definiciones y propiedades de las relaciones angulares entre rectas secantes y paralelas. La otra etapa corresponde a la aplicación de los conocimientos disponibles de las relaciones angulares. En la primera etapa identificamos las tareas que comienzan en 1.1a hasta 1.2b. La primera tarea que se presenta tiene la particularidad de explicitar la técnica que los estudiantes deberán utilizar para construir el discurso tecnológico sobre las relaciones angulares. Esta técnica es definida bajo el supuesto de cambio de dirección de una trayectoria, motivando así que los estudiantes utilicen el concepto de movimiento (imaginario) para identificar un ángulo. Además, esta tarea retoma los aprendizajes previos sobre distintos de ángulos (45°, 90°,180° y 360°).

OML: Ángulos entre rectas paralelas y secantes			
Tecnología	**Ejercicio**	**Tarea**	**Técnica**
Ángulos (45,90,180,360)	Ej. 1.1a	Asociar un ángulo a trayectoria	Movimiento
Ángulos opuestos por el vértice	Ej. 1.1b	Identificar ángulos opuestos por el vértice	Movimiento y medición de ángulos
Ángulos adyacentes suplementario	Ej. 1.1c	Relacionar ángulos adyacentes suplementarios	Movimiento y medición de ángulos
Ángulos correspondientes	Ej. 1.1d	Relacionar ángulos correspondientes	Movimiento y medición de ángulos
Ángulos alt. Internos	Ej. 1.1e	relacionar ángulos alt. Internos	Movimiento y medición de ángulos
Ángulos alt. Externos	Ej. 1.1f	Relacionar ángulos alt. Externos	Movimiento y medición de ángulos
Ángulos congruentes	Ej. 1.2a	Relacionar ángulos correspondientes y ady. Supl.	Movimiento de dos rectas secantes y medición
Ángulos congruentes	Ej. 1.2b	Identificar ángulos congruentes	Desplazamiento de rectas paralelas y medición
Relaciones angulares entre rectas paralelas	Ej. 1.3a	Construir un triángulo al interior de un triángulo dado con condiciones	Utilización de propiedades de ángulos y rectas paralelas
	Ej. 1.3b	Construir triángulos congruentes	Utilización de propiedades de ángulos y rectas paralelas
	Ej. 2.1a	Obtener el valor de ángulos	Utilización de propiedades de ángulos y rectas paralelas
	Ej. 2.2a	Obtener el valor de ángulos	Utilización de propiedades de ángulos y rectas paralelas
	Ej. 2.1b	Demostración de suma de ángulos internos y externos del triangulo	Utilización de propiedades de ángulos y rectas paralelas
	Ej. 2.2b	Verificación de paralelismo de segmentos	Utilización de propiedades de ángulos y rectas paralelas
	Ej. 2.2c	Identificación de las relaciones entre ángulos internos de cuadriláteros	Utilización de propiedades de ángulos y rectas paralelas

Tabla 4.3 – OML: Ángulos entre rectas secantes y paralelas

A partir de la tarea 1.1b hasta 1.2b, se incorpora la medición de ángulos utilizando el transportador. Utilizando la definición de ángulos correspondientes, se busca establecer la relación entre ángulos en rectas y el paralelismo. Para llevar a los estudiantes a reflexionar sobre esta relación, se les propone que: utilizando una misma magnitud para dos ángulos los hagan variar (ej. 1.1b) de tal modo que no se pierda el paralelismo; o que hagan variar dos ángulos, utilizando magnitudes diferentes en cada ángulo, mostrando así que no se mantiene el paralelismo. El trabajo sobre la relación entre ángulos y el paralelismo se define en la tarea 1.2b. Se debe determinar todos los ángulos correspondientes, entre cuatro rectas (no definidas en el enunciado como paralelas) y una secante, con la ayuda de un instrumento de medición (transportador). Una vez que el discurso tecnológico sobre las relaciones angulares entre rectas a priori es disponible para los estudiantes, el programa propone tareas de aplicación de las nociones y propiedades (en tabla 1.3a hasta 2.2c). La aplicación de las propiedades se encuentra presente en diferentes géneros de tareas: calcular el valor de un ángulo, construir triángulos semejantes y también tareas de demostración.

En síntesis, en la estructura interna de esta organización matemática encontramos tareas de reconociendo orientadas a construir un discurso tecnológico. También tareas de aplicación que permiten a los estudiantes ejercitar la técnica y aplicarla a otros tipos de tareas. Desde el punto de vista del paradigma geométrico en esta OML vemos la evolución entre el paradigma de la geometría natural GI al paradigma de la geometría axiomática natural GII. Aunque observamos tareas que pueden ser inscritas tanto en la GI como en la GII, un ejemplo es la tarea (3.a) analizada en la siguiente sección (Figura 4.3). A continuación analizamos algunas tareas, con el propósito de ejemplificar los géneros de tareas que hemos encontrado en esta OML.

Géneros de tareas y sus técnicas

Del bloque práctico $[T, \tau]$ de la OML sobre ángulos, determinamos cuatro géneros de tareas (a la izquierda) y sus técnicas asociadas (a la derecha) :

Géneros de Tareas	Tipo de Técnicas
• Tareas de reconocimiento. • Tareas de construcción. • Tareas de cálculo. • Tareas de prueba.	➢ Movimientos virtuales (imaginarios): movimiento de rotación de rectas; movimiento de traslación de rectas; movimiento de desplazamiento en una trayectoria ➢ Medición: regla y transportador, ➢ Utilización de fórmulas, nociones y propiedades geométricas. ➢ Construcción: utilización de instrumentos de compás, regla, transportador; Sofware como GeoGebra y/o Cabri.

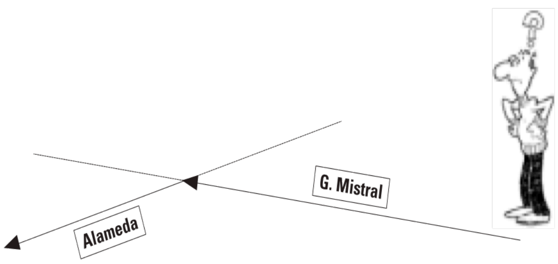
Análisis por género de tareas

<u>Tareas de reconocimiento</u>

Estas tareas confrontan a los estudiantes a relacionar el cambio de trayectoria por medio de un giro con un cierto ángulo (ángulos agudos, rectos, extendidos y completos) y de un giro según los puntos cardinales (norte, sur, este, oeste). Presentamos una tarea que en un principio demanda determinar el ángulo de giro por medio de la utilización del transportador (Figura 4.1). Luego se prohíbe la medición y motiva la utilización de las rectas secantes para establecer la relación entre el ángulo de giro hacia la calle G. Mistral (desde Alameda) y el ángulo de giro hacia la calle Alameda (desde G. Mistral). La primera pregunta es: "*si consideras la ubicación de estos dos ángulos. ¿qué relación tienen?*" la respuesta esperada es que los ángulos tienen el mismo vértice y, que los lados de uno son las extensiones de los lados del otro. Bajo esta definición de ángulos opuestos por el vértice, a los estudiantes se les demanda concluir que mientras exista esa condición las relaciones de medida de ángulos se mantienen. Las tareas de reconocimiento de ángulos asocian a una sensibilidad perceptiva-motriz a una misma medida.

"El ángulo que permite realizar la trayectoria mide 40 °. ¿De qué medida es el ángulo de giro que permite realizar el trayecto de vuelta, es decir, desde la calle G. Mistral hacia la calle Alameda, en dirección contraria a la flecha?

(sin utilizar transportador).



Responden preguntas como las siguientes:

- Si consideras la ubicación de estos dos ángulos, ¿qué relación tienen?
- ¿Qué relación tienen las dos medidas de los ángulos anteriores?, ¿por qué?,
- ¿esta relación se mantiene si se varía la medida del ángulo?
- Por ejemplo, si el ángulo de giro desde Alameda hacia G. Mistral mide 50 ° ó 45 ° ó 60 °.

Establecen conclusiones generales en relación con las medidas de los ángulos opuestos por el vértice."

Figura 4.1 – Tarea MINEDUC 8avo Básico

El proceso de validación se hace mediante una constatación empírica de la igualdad de medidas. Estas tarea es rápidamente generalizada a otras disposiciones similares (experimento mental) que permite llegar a la formulación de un resultado general. Este proceso es seguido sistemáticamente por la utilización de la medida con transportador. Si bien esta tarea reposa sobre un modelo de la vida cotidiana, no es evidente establecer la relación entre la representación propuesta a través de la figura 4.1 y la situación real. En una situación real no es posible visualizar el ángulo de giro, por tal razón los estudiantes deberán entregar conjeturas principalmente basadas en los resultados provenientes de la medición de los ángulos. Notamos la existencia de un contrato didáctico implícito, debido que se espera que a partir de la situación presentada los estudiantes sean capaces de responder que los ángulos son iguales, siendo que la situación no es forzosamente transparente para decir esa relación.

Tareas de cálculo

Estas tareas son presentadas cuando los estudiantes ya disponen del discurso tecnológico sobre relaciones angulares. Se pide calcular el valor de varios ángulos. Como lo ejemplificamos en la tarea (Figura 4.2).

¿Cuánto mide el ángulo ε ? Fundamentan. ¿Cuáles otras medidas de ángulos puedes encontrar con la información dada?. Datos: AB // ED

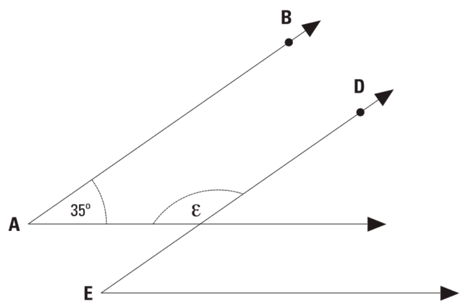


Figura 4.2 - Tarea MINEDUC 8avo Básico

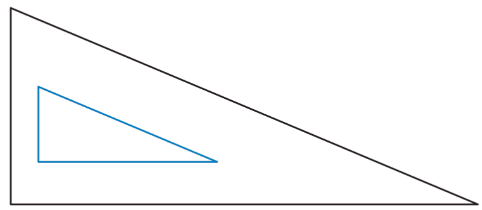
Sabiendo que AB//ED, podemos deducir que el ángulo ε y el ángulo de 35º son suplementarios. Por medio de la expresión, $\varepsilon = 180 - 35$, pueden determinar el valor del ángulo solicitado. Existen varias posibilidades para mostrar que son suplementarios. Una de ellas sería determinar que el ángulo ε' adyacente (a la derecha) a ε es el ángulo correspondiente al ángulo inicial de 35º, por ende ε' = 35º, luego notar que ε + ε' = 180º, ya que ε y ε' son adyacentes suplementarios. Otra posibilidad sería que el ángulo ε'' adyacente (a la izquierda) a ε es el ángulo alterno interno al ángulo inicial de 35º, por ende ε''= 35º, luego, usando la misma propiedad anterior, notar que ε + ε'' = 180º. La segunda pregunta permite al estudiante reforzar su comprensión sobre las relaciones angulares vistas. Una respuesta sería el ángulo opuesto por el vértice a ε, el cual mide 145º. Otras serían los ángulos ε' y ε'', suponiendo que no hayan sido ya calculados. Una posible respuesta errónea sería que los estudiantes deduzcan que el ángulo en E mide 35º. En esta tarea los estudiantes cuentan con la información de un enunciado, que no señala que las rectas A y E son paralelas y con una figura que se presta fuertemente a una interpretación errónea, dado que las rectas A y E están presentadas visualmente como paralelas. Aquí igualmente notamos la existencia de un contrato didáctico implícito. En este tipo de tarea de cálculo es tratado en la GII principalmente, aunque con un tratamiento al menos parcial en GI.

Tareas de construcción

La tarea de construcción que presentamos en la figura 4.3 consiste en construir un triángulo dentro de otro más pequeño cuyos ángulos interiores sean de la misma medida que el primer triángulo.

En esta tarea de construcción el enunciado no precisa una técnica a utilizar, pero

Si se desea dibujar, dentro de un triángulo, otro triángulo más pequeño cuyos ángulos interiores sean de igual medida que el primero, ¿cómo se podría realizar?



Escriben los pasos para hacerlo. Pueden usar transportador, regla, escuadra y compás. Se puede tomar como ejemplo este triángulo y dibujar uno al interior

Figura 4.3 - Tarea MINEDUC 8avo Básico

visualmente se muestra una realización con lados paralelos a los lados del triángulo inicial. Es por medio de los instrumentos que se definen la posibles técnicas. La primera opción es trazar rectas paralelas a los lados que se suponen ortogonales del triángulo, luego copiar uno de los ángulos de uno de los vértices correspondientes a la hipotenusa. Los instrumentos a utilizar serían escuadra, compás, transportador y regla. Otras técnicas posibles, es trazar una paralela y copiar dos ángulos, los instrumentos serían los mismos, o construir rectas paralelas a cada lado del triángulo dado, utilizando regla y compás. Se presenta en una segunda etapa nuevas preguntas, cuyo propósito es hacer notar que si se construyen rectas paralelas a cada lado del triángulo sin importar la distancia entre las paralelas al lado original, los ángulos mantienen la misma medida: *"¿Qué pasaría si el procedimiento utilizado fuese sólo trazando las paralelas a cada lado sin importar la distancia a la cual quedan del lado original? ¿El triángulo interior tendría los ángulos interiores de la misma medida? Ver dibujo. Se sugiere confirmar estas respuestas a través de construcciones y centrar el análisis sobre los segmentos paralelos y su relación con la congruencia de ángulos. Dibujan un segundo triángulo por fuera del triángulo inicial y establecen una forma general de dibujar una figura más pequeña o más grande cuyos ángulos sean congruentes."* Se deben dibujar triángulos congruentes, apoyándose en el dibujo anterior. En la tercera la técnica que se pone en juego las propiedades de ángulos y paralelismo de manera menos directa y vemos que la segunda etapa demanda producir esa justificación y de involucrarse en un proceso de generalización. En esta tarea observamos una mezcla de paradigmas geométricos GI y GII. Por un lado, existe un trabajo fuerte sobre la figura, acudiendo a la construcción con instrumentos. Por otro lado, las propiedades geométricas son indispensables para seleccionar la técnica correcta.

Tareas de prueba

Ejemplificamos este tipo de tarea por medio de la demostración del paralelismo de segmentos. Esta tarea presente en la figura 4.4 se caracteriza por ser una prueba de carácter formal, apoyada en el razonamiento Existen tres tareas del tipo prueba que utilizan la tecnología de las relaciones angulares entre paralelas. Ellas corresponden a; determinar la suma de los ángulos internos y externos de un triángulo cuyos vértices se encuentran entre dos rectas paralelas, demostrar el paralelismo de dos segmentos y a establecer las relaciones entre los ángulos internos de un paralelogramo y de un trapecio. (cf. § Tabla 4.3) Las tecnologías que se deben disponer corresponden a las propiedades angulares de los triángulos isósceles y del triángulo equilátero, la suma de los ángulos interiores del triángulo, y las relaciones angulares entre rectas paralelas. Si consideramos la figura de la izquierda la información del enunciado nos permite determinar los valores de cada ángulo: $\widehat{CAB}$ y $\widehat{ACB}$=45°, $\widehat{DAC}$=40° Y $\widehat{DCA}$=70°.

Observan las figuras siguientes y los datos presentados. Indican si hay **segmentos paralelos.** Fundamentan su respuesta explicando por qué.

Para justificar la respuesta usan lenguaje claro, preciso y se basan en las relaciones entre los ángulos y las medidas entregadas. No miden los ángulos con transportador.

La figura está formada por dos triángulos isósceles, de manera que los segmentos AB y BC son congruentes y los segmentos AC y AD también lo son.

La figura está formada por tres triángulos equiláteros.

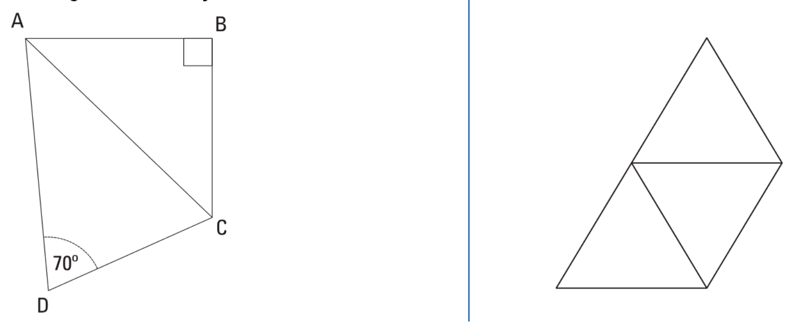


Figura 4.4 - Tarea MINEDUC 8avo Básico

Consideramos [AD] y [CB] identificando que: $\widehat{DAC} \neq \widehat{BCA}$ por lo tanto no existe la relación de ángulos alternos internos; $\widehat{DAB} + \widehat{ABC} \neq 180°$ lo que implica que no son ángulos suplementarios. A partir de ambos argumentos se puede deducir que [AD] y [CB] no son paralelos, incluso si lo parecen. Si consideramos los segmentos [AB] y [DC] de la misma manera: por ejemplo, $\widehat{BAC} \neq \widehat{ACD}$, por lo tanto no existe la relación de ángulos alternos internos y por ende los segmentos no son paralelos. En la segunda tarea se sabe que los triángulos son equiláteros, por tanto todo ángulo de la figura vale 60°. Si se extienden los 4 segmentos de las extremidades y los 2 segmentos internos, es posible reconocer todas las relaciones angulares vista con anterioridad: ángulos opuestos por el vértice, correspondientes, adyacentes suplementarios, alternos internos y alternos externos, por lo que es posible concluir que existen tres pares de segmentos paralelos. Esta tarea es claramente de la geometría axiomática natural GII.

4.4.1.2 OML: Circunferencia, perímetro y área

La segunda OML, es circunferencia, perímetro y área. Las tecnologías que constituyen esta OML son las siguientes:

Definiciones:

- Una circunferencia se define como el conjunto de puntos equidistantes a un punto dado, llamado centro.
- El radio de una circunferencia se define como la distancia entre su centro y un punto (cualquiera) de la circunferencia. Todo segmento que une el centro con un punto de la circunferencia es también llamado radio.
- El diámetro se define como el segmento de mayor longitud que une dos puntos de la circunferencia.
- La definición del número pi (π) como coeficiente de proporcionalidad entre el perímetro de una circunferencia y su diámetro.

Propiedad

- Todo diámetro pasa por el centro de la circunferencia y por ende su longitud es igual a dos radios.
- El cociente entre la longitud de la circunferencia y el diámetro tiene un valor constante.

Definiciones

- El perímetro de un círculo es la magnitud geométrica que corresponde a la longitud de la circunferencia.
- El área es la magnitud geométrica que corresponde a la superficie del círculo.

Análisis de la OML: Circunferencia, perímetro y área

Las tareas correspondientes a la OML de circunferencia, perímetro y el área se presentan en la tabla 4.4. En esta organización matemática local encontramos un primer grupo de tareas (Tabla 4.4, No. 4.1 a – b y 4.2 a – b) que tienen por objetivo explorar las propiedades del centro, del radio y del diámetro de la circunferencia. Se proponen cuatro tareas diferentes: una tarea de construcción de figura con regla y compás, una tarea donde se debe dibujar una cancha utilizando una cuerda; una tarea de confección de un reloj con papel y apoyándose en la técnica del pliegue, y una tarea de investigación sobre cómo en ciertos oficios se dibujan circunferencias.

OML: Circumferencia, perímetro y área del círculo			
Tecnología	**Ejercicio**	**Tarea**	**Técnica**
Centro, radio y diámetro de la circunferencia	Ej. 4.1a	Reproducir una figura compuesta por circunferencias	Copiar circunferencias utilizando compás
	Ej. 4.1a	Marcar un centro de cancha	Trazar una circunferencia con una cuerda
	Ej. 4.2a	Confeccionar un reloj con cartón	Trazar una circunferencia y luego plegar en dos
	Ej. 4.2b	Investigar como se dibuja una circunferencia	Entrevistar artesanos para conocer cómo trazan circunferencia
Perímetro como contorno y superficie como área	Ej. 5.a	Confeccionar un mantel y un centro de mesa	Utilizar papel milimetrado y cuerda
	Ej. 5.b-c	Confeccionar posa vasos con diámetro dado	Utilizar papel milimetrado y cuerda
		Identificar formas de medir contorno y superficie	Utilizar papel milimetrado y cuerda
	Ej. 5.d	Investigar la utilidad de medir la circunferencia	Entrevistas, busqueda por internet y libro. Etc.
Número pi (π)	Ej. 6.a	Determinar recorrido de una rueda métrica en una vuelta de una rueda métrica de 20 cm,30 cm y 40 cm.	Confecciionar y medir la longitud recorrida en una vuelta de las tres ruedas métricas
	Ej. 6.b	Buscar un patrón numérico calculando el cociente entre perímetro y diámetro	Registrar en una tabla la distancia recorrida por la rueda y su diámetro y calcular el cociente entre ellos
	Ej. 6.c	Buscar patrón entre perímetro y diámetro con nuevos datos	Representación algebraica del nº pi
	Ej. 6.d	Investigar orígenes de PI	Entrevistas, busqueda por internet y libro. Etc.
	Ej. 6.e	Expresar el perímetro de la circunferencia en función de pi	Utilizar la calculadora, considerando al nº pi
Perímetro de la circunferencia	Ej. 6.f	Determinar fórmula del perímetro de la circunferencia	Representar algebraicamente del perímetro
Área de la circunferencia	Ej. 7.1a	Establecer la fórmula general el área del círculo mediante la descomposición de ella en triángulos.	Descomponer cualquier polígono regular en triángulos para establecer la fórmula del área en función su perímetro
	Ej. 7.1b	Deducir la fórmula general para obtener el área de la circunferencia utilizando la tarea 7.1a	Establecer la relación entre : la altura del triángulo y el radio de la circunferencia ;un polígono de infinitos lados y el perímetro de la circunferencia
	Ej. 7.1c	Aplicar la fórmula de área para diferentes circunferencias	Utilizar la fórmula para calcular diferentes áreas
	Ej. 7.2	Descomponer la circunferencia en sectores circulares y componerla en un rectángulo	Descomponer un círculo en triángulos y formar un rectángulo
Área y perímetro de la circunferencia	Ej. 8.1a	Determinar la mayor superficie entre diferentes polígonos	Aplicar la fórmula de área de la circunferencia
	Ej. 8.1b	Obtener el área y el perímetro utilizando el radio	Aplicar la fórmula de área de la circunferencia
	Ej. 8.1c	Determinar el perímetro y la velocidad (aproxímada) de la tierra en orbita	Aplicar la fórmula de área de la circunferencia
	Ej. 8.1d	Determinar el perímetro de la circunferencia	Aplicar la fórmula de perímetro de la circunferencia
	Ej. 8.2a	Confeccionar un tablero de tiro al blanco	Construir circunferencia concéntricas
	Ej. 8.2b	Calcular el área de figuras compuestas	Utilizar una descomposición figural
	Ej. 8.2c	Determinar una superficie de área maximal	Aplicar la fórmula de área de la circunferencia

Tabla 4.4 – OML: Circunferencia, perímetro y área

Observamos que el programa no define la circunferencia ni ninguna de las nociones que hemos referido, *a priori*, podemos concluir que a partir de las propiedades de centro y radio construyen una definición de circunferencia.

Un segundo grupo de tareas (Tabla 4.4, No. 5.a – 5d), retoma dos discursos tecnológicos disponibles; las magnitudes de longitud y área. Son cuatro las tareas clasificadas bajo la noción de perímetro y área. Se espera que a través de estas tareas los estudiantes sean capaces de diferenciar el perímetro del área, apoyándose en el concepto de contorno para el perímetro y superficie para el área. Las técnicas propuestas para trabajar estas tareas son la utilización de una hoja cuadriculada para determinar el área y una cinta para medir el perímetro.

Desde la tarea 6.a hasta 6.e, se espera que los estudiantes construyan la noción de número pi (π). Para ello se propone una secuencia de tareas donde se debe concluir que el cociente entre el diámetro y el perímetro es constante, y asociar esta relación al número pi (π). De este trabajo se deduce la fórmula del perímetro de la circunferencia, que es introducida por el programa por la pregunta: *"¿Qué elemento de la circunferencia se multiplica por π para establecer el perímetro de la circunferencia? "* (P.E. -2002 p.41)

El último discurso tecnológico de esta OML es sobre el área del circunferencia (Tabla 4.4, No. 7.1 a - c y 7.2). La construcción alrededor de este discurso tecnológico se realiza mediante una secuencia de dos tareas. Una de ellas es mediante la asociación del área de polígonos regulares con la circunferencia (vista como un polígono de infinitos lados). La otra tarea, se realiza apoyándose en la descomposición del círculo en triángulos y la recomposición de éstos en un rectángulo. Ambas técnicas se apoyan en aprendizajes previos, como lo son la fórmula del área de polígonos regulares y el perímetro de la circunferencia.

Al igual que en la OML precedente, una vez que los estudiantes disponen de las tecnologías, el programa propone tareas de aplicación. Las tareas propuestas (Tabla 4.4, No. 8.1a hasta 8.2c) son principalmente tareas en contexto, donde los estudiantes deben hacer intervenir los conocimientos sobre perímetro y área de la circunferencia. Además encontramos una tarea donde se hace intervenir el teorema de Pitágoras para determinar el valor de un lado de un triángulo. También se proponen tareas de cálculo directo de perímetro y área. Al igual que en la OML sobre ángulos en esta OML en algunas tareas encontramos cierta mezcla de paradigmas GI y GII. Esto se refleja en las tareas 7.1a – 7.2 sobre perímetro y área de la circunferencia.

A continuación, analizamos géneros de tareas que constituyen esta OML. Nos centramos en analizar una tarea por género.

Género de tareas y sus técnicas

Del bloque práctico [T/τ] de la OML sobre circunferencia, perímetro y área del círculo, los géneros de tareas y técnicas son las siguientes:

Género de tarea :

- Tareas de reconocimiento
- Tarea de construcción
- Tareas de determinar fórmula de perímetro y área
- Tareas de cálculo
- Tareas de aplicación en contexto

Tipos de técnicas :

- Manipulación de objetos concretos: cuerdas, papel, tela, pliegue
- Investigación bibliográfica
- Medición: incluyendo instrumentos no convencionales como cuerdas
- Utilización de fórmulas, nociones y propiedades geométricas.
- Construcción : utilización de instrumentos como compás y regla.

Análisis por género de tareas

Tareas de reconocimiento

En esta OML, estas tareas sirven para introducir nociones como radio, diámetro, diferenciación entre perímetro y área, y determinar de las fórmulas del perímetro y del área del círculo. Cada tarea se apoya en técnicas de manipulación de objetos concretos y en conocimientos previos. A continuación ejemplificamos por medio de una tarea que demanda la identificación del centro de la circunferencia y de las características del diámetro:

"Confeccionan en papel figuras compuestas por círculos. Planean cómo hacer un reloj, teniendo como base un plato. Determinan el centro para ubicar el minutero y segundero" (P.E.- 2002, p.39).

Para la realización de esta tarea los estudiantes cuentan con el diseño de la circunferencia que se procurarán con la base de un plato trazando su contorno en la hoja de papel. La tarea es identificar el centro de la circunferencia. Para ello, la técnica sugerida por el programa es el pliegue. Una vez realizado dos pliegues obtienen el centro de la circunferencia. Esta técnica lleva consigo implícitamente la propiedad del diámetro, como eje de simetría de la circunferencia pasando por el centro de ella. El comentario del programa señala que a través de esta tarea es posible identificar la definición de centro como el punto que equidista a todos los puntos de la circunferencia; la definición de radio como un segmento que une el centro con un punto de la circunferencia. Este tipo de tarea es típicamente representativo de GI.

Tareas de construcción

Dentro del programa encontramos solamente una tarea de construcción y es del tipo de reproducción de figura. No se les pide a los estudiantes un programa de construcción formal, sino que compartan con su compañeros la tarea realizada. La tarea consiste en reproducir dos figuras compuestas por circunferencias, utilizando como instrumentos de construcción la regla y el compás (Figura 4.5). El diseño de ambas figuras es complejo.

1. Realizan diferentes procedimientos para reproducir figuras compuestas por circunferencias, utilizando instrumentos geométricos. Comparten los procedimientos con sus compañeras y compañeros.

a) Copian en forma exacta cada uno de los siguientes dibujos sin calcarlos y sólo utilizando regla y compás.

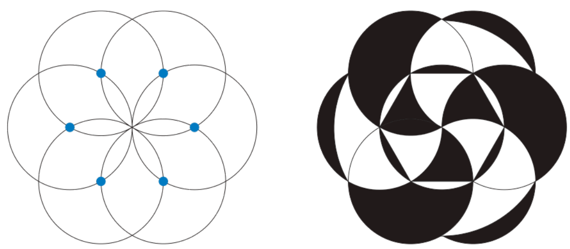


Figura 4.5 - Tarea MINEDUC 8avo Básico

La figura de la izquierda está compuesta de 6 circunferencias cuyos centros son vértices de un hexágono regular inscrito en un círculo del mismo radio. En la construcción de la figura, los estudiantes pueden trazar una circunferencia con un compás y manteniendo el mismo radio ubicarse en cualquier punto de la circunferencia para tracen una segunda circunferencia. Luego, con el mismo radio se debe hacer centro en uno de los puntos de intersección de las circunferencias y trazar un arco que corte la circunferencia, para enseguida en ese nuevo punto volver a trazar otra circunferencia. De manera análoga pueden realizar las otras tres circunferencias. La propiedad del radio como segmento que une el centro a un punto de la circunferencia, es la propiedad que les permite abordar esta construcción. No obstante, no es nada evidente para los estudiantes comprender cómo obtener los puntos marcados de la figura dado que es la primera vez se enfrentan a este tipo de construcción. La forma de hacer más intuitiva esta construcción sería mediante un trabajo previo que mostrará por ejemplo, cómo se puede inscribir un hexágono regular en una circunferencia. Dado que el hexágono regular fue visto en la actividad 3 (polígonos regulares) a partir de la composición de 6 triángulos equiláteros, la propiedad del radio sería un intermediario fácil de utilizar en esta tarea.

La técnica que permite realizar la figura de la derecha es aún más compleja. No obstante, si han construido la figura de izquierda la pueden complementar trazando dos circunferencias concéntricas y el hexágono. En caso contrario, los estudiantes deben construir una circunferencia y luego un hexágono regular inscrito en ella. Dado que no conocen como realizar esta construcción, pueden primero construir 6 triángulos equiláteros y luego circunscribir la circunferencia. Para construir este hexágono los estudiantes deben saber que la concatenación de 6 cuerdas de largo igual al radio de la circunferencia dan la vuelta a esta, formando un hexágono regular inscrito en ella. Esta propiedad se desprende del hecho que un hexágono regular puede ser inscrito en una circunferencia. La segunda etapa de esta tarea, demanda el mismo procedimiento que la construcción anterior, incluyendo otra circunferencia con un radio mayor que el de las circunferencias anteriores.

En esta tarea no se entregan orientaciones al profesor por lo que desconocemos que procedimientos se espera que los estudiantes realicen. El comentario adjunto solamente menciona destacar la importancia del centro de la circunferencia y de introducir el radio y el diámetro como elementos que la caracterizan. Tampoco se menciona la definición de la circunferencia.

Tareas de determinación de la fórmula

Se presentan tareas que tienen por objetivo establecer la fórmula del perímetro y del área de la circunferencia. Previo a la construcción de la fórmula del perímetro de la circunferencia, se propone una tarea que conduce a definir el número pi (π). Esta tarea, pone en relación el perímetro y el diámetro de la circunferencia, mediante la utilización de ruedas métricas en cartón (odómetro) de 20 cm, de 30 cm y de 40 cm de diámetro cada una. Se debe determinar la distancia que recorre cada rueda en una vuelta. La técnica consiste en desplazar la rueda métrica y medir la distancia del recorrido, registrar los datos en una tabla y calcular el cociente entre el perímetro y el diámetro de cada rueda (Tabla 4.5).

Ruedas	Distancia que recorre en 1 vuelta	Diámetro de la rueda	Cuociente
1º	62	20 cm	3,1
2º	93	30 cm	3,1
3º	124	40 cm	3,1

Figura 4.5 - Tarea MINEDUC 8avo Básico

Es por medio de la *"columna del cociente 3,1"* que el programa introduce el número pi (π). Difícilmente los estudiantes obtendrán el cociente 3,1 en todas la ruedas. El programa no realiza ningún comentario preciso sobre el cociente 3,1 que oriente el trabajo del profesor hacia la comprensión de número pi (π), como número irracional, como se define en las "Orientaciones didácticas" (cf. § 4.3.2.2). El comentario es el siguiente: *"Si analizan las filas se darán cuenta que la relación entre el diámetro de la rueda y lo que ella recorre es aproximadamente 3 veces mayor. La presencia de este número surge después de este análisis y de la experiencia obtenida en la actividad anterior en cuanto a su inexactitud.*"(p.41). Observamos que es imposible adoptar un discurso en vista de las limitaciones de la experimentación por el estatus de número pi (π). La noción de medida de la curvatura de la circunferencia es tratada en esta tarea desde la idea de aproximación de una medida decimal. Utilizando los datos de la tabla (Figura 4.5) se les pide que expresen la fórmula del perímetro de la circunferencia utilizando el número pi (π). Por lo tanto, $P = \pi d$.

Para determinar la fórmula del área de la circunferencia, se proponen dos tareas diferentes. La primera tarea busca poner en relación el área del círculo y el área de polígonos regulares inscritos y circunscritos. El objetivo es establecer la relación entre área y el radio a través de la doble proporcionalidad del área y con el perímetro y el radio. Los estudiantes deben relacionar el área de un polígono regular y la altura de los triángulos congruentes que lo componen, obteniendo por fin que $a = \frac{Ph}{2}$. El razonamiento de esta tarea reposa sobre la idea que la circunferencia puede ser vista como un polígono de infinitos lados : *"Si la circunferencia, como ya se había visto, puede ser un polígono de infinitos lados, imaginen y tracen un dibujo esquemático de una circunferencia descompuesta a partir de su centro en triángulos muy pequeños, todos de igual forma y tamaño*"(p.43). Se propone un comentario (Figura 4.6) para establecer esta relación con el área del círculo. Aunque esta tarea presenta una serie de preguntas a los estudiantes para guiar su razonamiento, las orientaciones dirigidas al profesor carecen de acotaciones que permitan dar sentido al procedimiento propuesto.

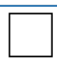
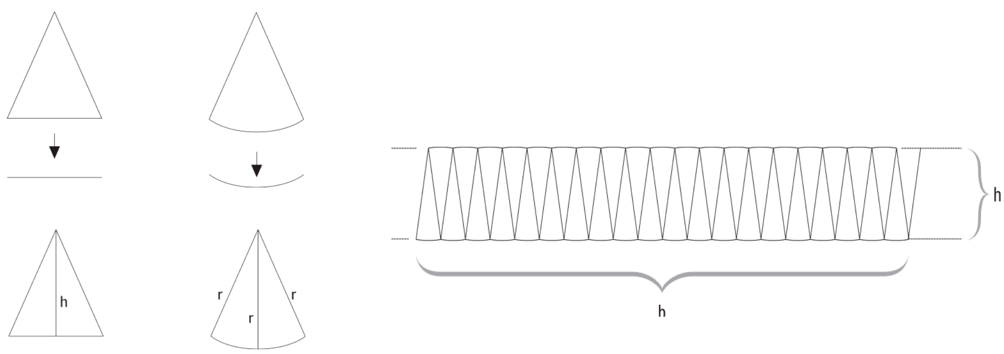
Polígono regular	**Datos necesarios**	**Fórmula**
	b y h del triángulo	$\frac{b \cdot h}{2}$
	b y h del cuadrado	$b \cdot h$
	lado o base del polígono y h del triángulo	$5\left(\frac{b \cdot h}{2}\right) = \frac{P \cdot h}{2}$

Figura 4.6 - Tarea MINEDUC 8avo Básico

Para comprender este razonamiento primeramente los estudiantes deben ser capaces de establecer una fórmula de perímetro para un polígono regular de "n" lados. Siendo "n", una cantidad de lados y "c", la longitud de los lados (iguales de un polígono regular) entonces p = n x c. Luego, para determinar el área de un polígono de "n" lados, se sabe que todo polígono regular puede ser descompuesto en triángulos isósceles. Sabiendo que el apotema de un polígono es la altura, que designaremos con la letra "a". La fórmula del área de un triángulo de apotema a es $\frac{ac}{2}$. Por ende, el área de un polígono de "n" lados es $A = n \times \frac{ac}{2}$ o $A = nc\times \frac{a}{2} = p\times \frac{a}{2}$. Si se continúa con la idea que el número de lados del polígono va creciendo, se quiere que el estudiante perciba que el perímetro p se aproxima a la longitud L de la circunferencia, mientras que a se aproxima a la longitud del radio. Esta representación de la circunferencia como un polígono regular de infinitos lados permite formular el área de la circunferencia como : $A = L\times \frac{r}{2} = 2\pi r\times \frac{r}{2} = \pi r^2$.

La segunda tarea (Figura 4.7) propuesta para justificar la relación entre el área y el perímetro de la circunferencia es inspirada por un procedimiento de origen chino. Este procedimiento consiste en descomponer el círculo en sectores angulares superponibles, dispuestos de tal forma que los vértices de cada sector circular se encuentran en direcciones opuestas dos a dos para formar un paralelogramo.



- ¿A qué corresponde la base? ¿A qué parte del perímetro de la circunferencia?
- ¿A qué elemento de la circunferencia corresponde la altura?
- Escriben la fórmula en función de los elementos de la circunferencia.

Figura 4.7 - Tarea MINEDUC 8avo Básico

A través de este procedimiento se puede observar que la base del paralelogramo es casi igual a $\frac{L}{2} = \frac{2\pi r}{2} = \pi r$, y la altura a r (radio). Por lo tanto, el área del paralelogramo es así $\pi r \times r = \pi r^2$. Esta tarea al igual que la anterior sobre área se entrega un comentario dirigido al profesor que incluye una secuencia de preguntas, sin profundizar en la respuesta que se espera que den los estudiantes. Las técnicas descritas permiten un trabajo de articulación entre un marco geométrico y uno algebraico, por medio de aproximaciones y paso al límite; apoyados en la percepción visual. Pero no se menciona que estos procesos pueden ser problemáticos. (P.E.-2002, p. 45-46)

Tareas de cálculo y aplicación en contexto

Las tareas de aplicación en contexto y de cálculo son diversas. En ellas se deben aplicar las nociones y las propiedades referidas al perímetro y al área del círculo. En total encontramos seis tareas de este tipo. Entre ellas se encuentran: la selección de una forma de área máxima a partir de formas del mismo un perímetro, el estudio de los efectos de las variaciones del radio sobre el perímetro y área, el cálculo de la longitud de la orbita de la tierra alrededor del sol, el cálculo del perímetro de una circunferencia a partir de la medida de los lados de un rectángulo inscrito en ella, la realización de un tablero de tiro al blanco utilizando áreas de zonas concéntricas iguales, el cálculo de área de figuras compuestas, la maximización del número de círculos que se pueden colocar en una superficie rectangular.

Como señalamos en la primera descripción de las tareas de esta OML (cf. § 4.4.1.2) solo una tarea de aplicación hace intervenir otras tecnologías. Presentamos esta tarea (Figura 4.8) que demanda determinar el perímetro de la circunferencia. Se desconoce la longitud del radio, y el diámetro corresponde a la diagonal de un rectángulo inscrito en la circunferencia, por lo que los estudiantes son llevados a utilizar el teorema de Pitágoras, para determinar el valor del diámetro.

¿ Cuál es el perímetro de la circunferencia si el rectángulo está inscrito en la circunferencia cuyo lado mayor mide 12 cm y el menor 9 cm ?

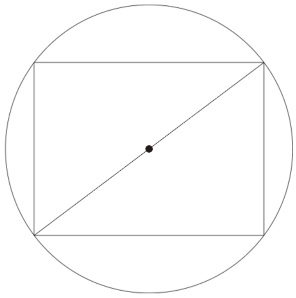


Figura 4.8 - Tarea MINEDUC 8avo Básico

La técnica, justificada por Pitágoras, puede ser aplicada de forma directa, es decir, $a^2 + b^2 = c^2$, $\sqrt{9^2 + 12^2} = 15$, o pueden acudir a los tríos pitagóricos (3, 4, 5). Sabiendo que el cateto a es 9 = 3 x 3, que el cateto b es igual a 12 = 3 x 4, se obtiene que la hipotenusa es igual a 3 x 5. Este tipo de razonamiento no trivial para los estudiantes, pues demanda que sean capaz de reconocer la descomposición multiplicativa. Siendo que existe un ángulo recto, *a priori*, la técnica va a ser la utilización del teorema de Pitágoras, el cual fue trabajado en 7mo B. (un año antes). De manera general, los estudiantes están familiarizados con la aplicación del teorema de Pitágoras. Los estudiantes no puedan utilizar la calculadora, no obstante las raíces son conocidas por ellos.

4.4.1.3 OML: Volumen

Los discursos tecnológicos en esta OML son en relación a las siguientes definiciones y propiedades:

Definiciones

- Un poliedro es un volumen finito cuyo borde está formado por polígonos. Un tal polígono es llamado una cara del poliedro.
- Un poliedro regular es un poliedro cuyas caras son polígonos regulares congruentes y tal que en cada vértice se encuentran la misma cantidad de caras.
- Un prisma recto es la superficie formada por segmentos paralelos, denominados generatrices, cuyos extremos forman dos polígonos congruentes localizados en planos perpendiculares a dichos segmentos.

- Un cilindro recto es la superficie formada por segmentos paralelos, denominados generatrices, cuyos extremos forman dos círculos localizados en planos perpendiculares a dichos segmentos.
- Un cono recto es definido como sólido de revolución generado por el giro de un triángulo rectángulo alrededor de uno de sus catetos.
- Una pirámide es la superficie formada por un polígono, llamado base, y por los triángulos formados entre cada lado de la base y un punto exterior al plano de la base.

Propiedad

- El desarrollo plano de un cono recto (la figura plana que, plegada y pegada convenientemente, forma el cono) está compuesta de un sector circular y un círculo. El sector circular está delimitado por dos generatrices y la medida del lado curvo es igual a la longitud de la circunferencia de la base.
- La superficie lateral cilíndrica se obtiene mediante el giro de un segmento alrededor de un eje paralelo a la recta. (cuerpos redondos: cilindro)

Definiciones

- Se define la capacidad como la cantidad de espacio vacío encerrado por una superficie. El volumen es la cantidad de espacio ocupada. La capacidad y el volumen son términos equivalentes. Entre ambos términos existe una equivalencia que se basa en la relación entre el litro (unidad de capacidad) y el decímetro cúbico (unidad de volumen).

Propiedad

- El volumen de un prisma recto es el producto del área de una de las bases por la distancia entre ellas (altura).
- El área lateral del prisma es igual al perímetro de la base multiplicado por la altura. El área total es la suma del área lateral y del doble del área de la base.
- El volumen de una pirámide cuya base es un polígono regular es el producto de 1/3 de la altura y del área basal.
- El volumen de un cilindro es el producto del área de la base (πr^2, siendo r el radio de la base) por la altura del cilindro h. Por ende : $V = \pi r^2 h$.
- El volumen de un cono es 1/3 del volumen de un cilindro que posee la misma base y la misma altura.

Análisis de la OML: Volumen

Las tareas correspondientes al OML volumen se presentan en la tabla 4.5.

OML: Volumen			
Tecnología	**Ejercicio**	**Tarea**	**Técnica**
Características de los poliedros regulares	Ej. 1.1a	Caracterizar prismas y piramides regulares según sus elementos	Investigar en fuentes bibliográficas
	Ej. 1.1b	Identificar características por medio de redes de poliedros regulares	Construcción de poliedros a partir de redes y análisis
	Ej. 1.1c	Investigar características de poliedros regulares	Investigar en fuentes bibliográficas
Características del cilindro y cono	Ej.2.1a	Describir las características de cajas en forma de cilindro y de cono y de sus redes	Desarmado y observación de cajas
Cilindro como prisma de infinitas caras	Ej.2.1b	Armar redes de prismas rectos de base regular	Pliegue con papel de una misma altura y base rectangular
Cono como una pirámide de infinitas caras	Ej.2.1c	Visualizar el cono como una pirámide de infinitas caras	Observación y manipulación con redes
Construcción de Cono y cilindro	Ej.2.1d	Construir redes de conos y cilindros rectos.	Construcción de redes con instrumentos geométricos
	Ej.2.2a	Aumentar el no. de caras de un prisma recto	Utilización de software geométrico
	Ej.2.2b	Aumentar el no. de caras de una pirámide recta	Utilización de software geométrico
	Ej.2.2c	Relacionar la longitud de la altura, el radio de la cara basal y el tamaño del cuerpo.	Observación de mantos
Magnitud de volumen	Ej.3.1a	Determinar el volumen de distintos objetos, llenándolos de agua	Trasvasijar agua y cajitas
	Ej.3.1b	Construir unidades cúbicas y utilizarlas para medir prismas	Medición con cajitas de un cm^3
	Ej.3.1c	Comparar unidades de capacidad: cc o mL o L	Examinar tipos de envases
Volumen del prisma	Ej.4.1a	Determinar el volumen de un prisma	Conteo de unidades cúbicas
Volumen del prisma base cuadrada y rectangular	Ej.4.1b	Generalizar procedimiento para cubo y prismas rectos de base cuadrada y triangular	Descomposición para generalización mediante la aritmetización (a^3 o abc)
Volumen de prismas y cilindros	Ej.4.1c	Determinar el volumen de prismas y cilindros rectos.	Utilización de plastilina y cubitos
Fórmula del volumen de la pirámide	Ej.5.1a	Determinar el volumen de una pirámide recta de base cuadrada en un caso particular	Construcción de un cubo utilizando la red de 6 pirámides
	Ej.5.1b	Determinar el volumen de una pirámide recta de base cuadrada y de longitud de arista igual a la base	Construcción del cubo asociado y establecimiento de la relación utilizando semillas
Fórmula del volumen del cono	Ej.5.1c	Generalizar la fórmula del volumen de la pirámide	repetición del procedimiento con diferentes bases de pirámides y prismas
	Ej.5.1d	Generalizar la fórmula del volumen de la pirámide al cono	Armado de pirámides aumentandoel número de caras laterales
Volumen de un paralelepípedo	Ej.6.1a	Calcular la altura de un paralelepípedo conociendo su perímetro basal y la medida de cubitos a contener en el	Aplicar de la fórmula del paralelepípedo conociendo el perímetro de su base
Volumen de un paralelepípedo	Ej.6.1b	Determinar el nº de cubos de $1cm^3$ que se pueden introducir en una caja	Pavimentación de un paralelepípedo utilizando la unidad cúbica de $1cm^3$ y 1/2 cm^3 o uso de fórmula
Volumen del cilindro y del cono recto	Ej.6.1c	Determinar cilindros y el conos de igual volumen	Comparación de volumen utilizando material o fórmula
Proporcionalidad y tasas	Ej.6.1d	Estimar el consume mensual de agua y maneras de reducirlo	Transformación de unidades de medida con capacidades y tasas
Volumen del prisma y proporcionalidad	Ej.6.1e	Determinar la rentabilidad de envió de medicamentos por diferentes transportes	Calcular precios con fórmulas incluyendo volumen de prismas
Volumen del cubo	Ej.6.2a	Determinar el nº de cubos (1/2cm) que se pueden introducir en una caja	Pavimentación o uso de fórmulas de tridimensionalidad
Volumen del cilindro y cono	Ej.6.2b	Determinan conos y cilindros para un mismo volumen, igualmente para pirámides y cilindros	Utilización de fórmulas de volumen
Volumen del prisma, cono y cilindro	Ej.6.2c	Seleccionar un sólido con la idea de optimizar	Aplicar fórmulas de volumen
Áreas y volumenes (áreas laterales y totales)	Ej.7.1a	Comparación del área lateral de un mismo prisma y de su volumen	Construcción utilizando el pliegue de un papel y cálculos
	Ej.7.1b	Comparar diferentes prismas con igual volumen y diferentes áreas totales	Construcción utilizando el pliegue en una hoja de papel
	Ej.7.2a	Comparar áreas laterales y volúmenes de cilindros	Construcción utilizando el pliegue en una hoja de papel
Relaciones entre el área total y el volumen de solidos	Ej.8.1a	Investigar los efectos del volumen y área total de primas rectos, pirámides, conos y cilindros	Utilización de redes y/o cajas de prismas, pirámides, cilindros y conos rectos o de fórmulas
	Ej.8.1b	Variar las dimensiones de un cilindro y maximizar el material utilizado	Varían las dimensiones utilizando las fórmulas

Tabla 4.5– OML: Volumen

La organización de las tareas nos permite constatar que esta OML gira en torno la caracterización de los poliedros regulares, el cilindro, y el cono; las unidades de medida asociadas al volumen (unidades de capacidad, como el litro y sus submúltiplos, unidad cúbicas arbitrarias y unidades de longitudes); la construcción de fórmulas del volumen para un prisma recto, del cilindro recto, de la pirámide recta y del cono recto. Luego encontramos tareas de aplicación sobre la explotación de las fórmulas, tareas de ampliación del volumen, y tareas de los efectos sobre el volumen si se varían las dimensiones áreas laterales y las áreas totales.

La primera secuencia de tarea (Tabla 4.5, No. 1.1 a – c) propone tareas que tienen como propósito explorar las características de los poliedro regulares y definirlos. Una primera tarea trata de la identificación de los únicos prismas y pirámides regulares. Luego, hay una tarea de construcción de cuerpos geométricos utilizando redes (patrones) dadas. Aquí, además, deben constatar las particularidades de los poliedros regulares. Se incluye en esta secuencia una tarea de investigación bibliográfica. Finalizada esta secuencia de tareas, se espera que los estudiantes concluyan que: *"la suma de los ángulos que convergen en cada vértice es menos de 360, las caras de los poliedros regulares son polígonos regulares, que en cada vértice concurre una misma cantidad de aristas"* (P.E. -2002, p.153). Estas tareas de exploración y reconocimiento permiten observar que las características generales de las OMLs precedentes se mantienen en la OML sobre el volumen, principalmente la utilización de técnicas apoyadas en material concreto. Para cada uno de los contenidos, también identificamos un trabajo fuertemente sobre técnicas trabajadas en los niveles escolares precedentes.

Una segunda secuencia de tareas, es consagrada al estudio del cilindro y del cono recto (Tabla 4.5, No. 2.1 a – 2.2). Estas tareas utilizan las técnicas de observación, armado y desarmado de cajas con forma cilíndrica y cónica. A través de este trabajo se espera que los estudiantes conjeturen que: *"para el caso del cono que el perímetro de la circunferencia de la base debe coincidir con el perímetro del sector circular (manto), y en el caso del cilindro, el perímetro de la circunferencia de la base debe coincidir con la medida de un lado del manto. En segundo lugar, el foco de atención está en que los estudiantes visualicen el cilindro recto como un prisma recto de* *infinitas caras y el cono recto como una pirámide recta de infinitas caras"* (P.E.-2002, p.154). Las tareas propuestas no dan precisiones a los estudiantes de lo que deben observar específicamente. Por lo tanto, será responsabilidad del profesor orientar esta tarea para que los estudiantes lleguen a constatar lo que el programa espera de estas tareas. Otras dos tareas sobre cilindro y cono recto demandan a los estudiantes armar primero prismas rectos de base regular y pirámide recta. Luego, concluir que el cilindro recto puede ser entendido como un prisma recto de infinitas caras, y el cono recto como una pirámide recta de infinitas caras. Para cada una de estas tareas la indicación es precisa de lo deben constatar: *"Dado un set de hojas de papel de igual tamaño realizan dobleces para armar distintos prismas rectos de base regular. Aumentan el número de lados y ubican los prismas creados uno al lado del otro. Visualizan el cilindro como un prisma de infinitas caras. Establecen conclusiones"; "A partir de una red de pirámide recta, analizan lo que ocurre con las caras laterales si se disminuye sucesivamente a la mitad la medida del lado de la cara basal de la pirámide recta. Visualizan el cono como una pirámide de infinitas caras. Establecen conclusiones."* (P.E. – 2002, p.154). Esta secuencia gira en torno al cilindro y el cono se finaliza con una tarea de construcción de la red de un cilindro recto y un cono recto. Además se proponen tareas utilizando un software geométrico para visualizar la relación de la pirámide con el cono y del prisma con el cilindro. Las técnicas se presentan a través de la manipulación de objetos, como por ejemplo el desarmado de cajas, la construcción de redes, el modelaje con plasticina, el trasvasijar agua. Al igual que la OML sobre circunferencia, área y perímetro, se presenta la técnica de investigación y la utilización de tecnologías informáticas.

Previamente al trabajo con las fórmulas de volumen, el programa propone tres tareas orientadas a la exploración de las diferentes unidades de medida que permiten calcular el volumen de poliedros y cilindros (Tabla 4.5, No. 3.1 a – c). Se propone un extenso trabajo con material concreto para determinar el volumen de diferentes objetos voluminosos, utilizando una cajita de fósforos para medir poliedros, y un vaso graduado para trasvasijar los líquidos que contienen ciertos cuerpos y así poder medirlos. Dos tareas más son presentadas sobre equivalencia de medidas: una tarea de investigación sobre la relación de equivalencia entre un kilogramo de agua y la masa de un litro de agua; otra tarea sobre la identificación de situaciones donde se utilizan las medidas de cc, ml y L.

Las siguientes tareas (Tabla 4.5, No. 4.a hasta 5.d) permiten establecer la fórmula de volumen de un prisma recto, de un cilindro recto, de una pirámide recta y de un cono recto. Se comienza con el cubo y prismas rectos de base cuadrada y rectangular. En esta etapa del trabajo se les pide a los estudiantes que sin contar uno a uno la cantidad de cubitos de un cm de arista, determinen un procedimiento para calcular el volumen. El comentario sobre esta tarea señala que los estudiantes deban concluir que al multiplicar la base del prisma por su altura obtienen de forma rápida el volumen: *"La idea aquí es llegar a concluir que la forma más rápida de contar la cantidad de cubitos es contar la cantidad que hay en la base y luego multiplicarla por la cantidad de cubitos que hay en la altura. Por tanto, en estos casos el volumen es más fácil de calcular utilizando el mismo procedimiento."* (P.E.-2002, p.159) En esta primera tarea sobre el volumen, en particular en el procedimiento que se propone la multiplicación de cantidad de cubitos no es trabajada por el hecho que el volumen es una magnitud tridimensional, sino como un procedimiento económico de conteo de unidades. Pensamos que los estudiantes tendrán problemas en comprender la dimensión tridimensional del volumen. Realizamos este pequeño comentario pues sabemos que la articulación del aspecto unidimensional y tridimensional del volumen no es un trabajo simple, y tal como es propuesta esta tarea puede provocar confusión a los estudiantes (cf. § 2.3.3). No obstante, volveremos a ella ulteriormente. El procedimiento que el programa utiliza de "área de la base" por altura se extiende al cilindro. Se aborda el volumen de una pirámide de base cuadrada y del cono recto. Para ello se propone una secuencia de tareas que explora la relación entre el volumen del cubo y el de una pirámide de base cuadrada. Apoyándose en el caso particular del volumen de una pirámide recta de base cuadrada y la altura media del lado de la base constatan que su volumen que corresponde a $\frac{1}{6}$ del volumen del cubo contenido sobre la base. Por lo tanto, la fórmula es V= $\frac{1}{3}$ • área de la base • altura de la pirámide, $V = a^2 \times h \times \frac{1}{3}$. La fórmula luego se generaliza utilizando material concreto y semillas.

Se presenta también una tarea de generalización de la fórmula de la pirámide a la del cono. El razonamiento que se utiliza es el aumento de los lados de la pirámide recta asemejándola a un cono, por lo tanto la misma fórmula de la pirámide se aplicaría al cono: *"aumentan el número de lados de la pirámide recta. Generalizan la fórmula del cálculo de volumen a otras pirámides rectas de base otro polígono. Reflexionan sobre la posibilidad de determinar el volumen de un cono recto utilizando la fórmula obtenida para las pirámides. Establecen una fórmula general que permita calcular el volumen, tanto de pirámides rectas como de conos rectos"*(P.E. - 2002, p.162). En el caso de la fórmula para determinar el volumen de la pirámide recta de base cuadrada, no se menciona que es un caso particular. El comentario de realiza el programa nos parece algo general. Se motiva a una reflexión y luego se acepta la obtención de las fórmulas de la pirámide y del cono. En esta OML, se proponen una gran cantidad y variedad de tareas de aplicación. Tres actividades son consagradas a aplicación las fórmulas de volumen y a la exploración de las variaciones de las áreas laterales y totales y sus efectos sobre el volumen. Estas tienen la particularidad de hacer evolucionar la comprensión sobre el volumen, además de trabajar en paralelo el dominio numérico (números decimales y fracciones).

Género de tareas y sus técnicas

Del bloque práctico [T/τ] de la OML sobre volumen de cuerpos geométricos, pudimos determinar cinco géneros de tareas y técnicas predominantes:

Géneros de tarea

- Tareas de reconocimiento.
- Tareas de construcción.
- Tareas de comparación.
- Tareas de evaluación de volúmenes: unidimensional ; tridimensional ; fórmula de volumen

Tipos de técnicas :

- Cálculo por medio de fórmulas
- Comparación : trasvasijar, semillas, objetos.
- Representaciones: planas a través de redes, objetos materiales
- Construcción : utilización de instrumentos.

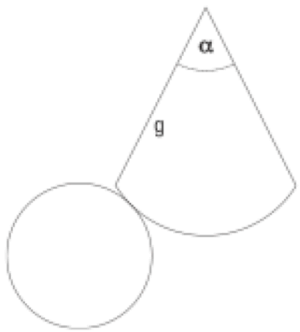
Análisis por género de tarea

<u>Tareas de reconocimiento</u>

Encontramos una variedad de tareas referidas a: construir redes de cuerpos, investigar en fuentes bibliográficas, manipular objetos como cajas, agua, plasticina, hojas de papel, operar con software geométrico. Todas estas tareas cumplen la función de introducir conceptos y nociones referidas al volumen y se caracterizan por apoyarse en nociones vistas en los niveles anteriores. Las técnicas utilizadas forman parte de experiencias empíricas que van desde la observación de cuerpos para determinar sus características hasta comparaciones de diferentes unidades de medida. Como por ejemplo: *"Construyen los cuerpos geométricos regulares dadas sus redes y realizan un análisis para determinar otras características, completando una tabla con los siguientes aspectos: número y forma de las caras, número de aristas que concurren en cada vértice, suma de los ángulos que concurren en un mismo vértice. Establecen conclusiones, en relación con: la suma de los ángulos de los polígonos que concurren en un mismo vértice; el número de aristas que concurren en cada vértice; y la medida de cada ángulo"* (P.E. - 2002, p.152).

Tareas de construcción

La palabra construcción es utilizada por el programa de estudio para describir diferentes tareas, por ejemplo: "*construir utilizando redes [...]; construir utilizando instrumentos de construcción [...]; construir un cm 3 [...]; construir con plasticina [...]; construir con hoja de papel [...]".* En esta OML, el tipo de tarea de construcción que se realiza con instrumentos es aquella que solicita construir la red de un cono recto y de un cilindro recto. La tarea propuesta es la siguiente: *"Construyen, utilizando instrumentos geométricos, redes de conos rectos y cilindros rectos dadas algunas características, por ejemplo: Cilindro recto cuyo perímetro basal sea 3π ; Cono recto cuyo perímetro basal sea 3π. Reflexionan sobre los cilindros y conos que resultan de la construcción, ayudados con preguntas como las siguientes: ¿Cuántos cilindros/conos se pueden construir con esas características? ¿Cuáles son las condiciones que se deben entregar para que el cilindro/cono sea único?"* (Figura 4.9).



$$\frac{\alpha}{360}=\frac{\text{Arco del sector circular}}{\text{Perímetro de la circunferencia de radio g}}$$

$$\frac{\alpha}{360^{\circ}}=\frac{3\pi}{2\pi g}$$

$$\alpha=\frac{3\pi \bullet 360^{\circ}}{2\pi \bullet g}=\frac{3 \bullet 360^{\circ}}{2 \bullet g}$$

Si $g = 2cm$

$$\alpha=\frac{3 \bullet 360^{\circ}}{2 \bullet 2}=\frac{3 \bullet 180^{\circ}}{4}=135^{\circ}$$

Figura 4.9 - Tarea MINEDUC 8avo Básico

Dado que contamos solamente con el comentario sobre la construcción la red del cono recto, nos centraremos en esa construcción. Para realizar la construcción de la red del cono es necesario conocer el ángulo del sector circular, el radio de la circunferencia y el radio del sector circular (generatriz). La tarea proporciona solo un dato, el perímetro basal. Por lo que no vemos cómo los estudiantes podrían realizar esta construcción. El comentario sobre esta tarea sugiere comenzar por el cilindro y recordar lo aprendido sobre perímetro y área de rectángulos y circunferencias. Sin embargo, aunque se retomen aquellas nociones los estudiantes no estarán en condiciones de construir la red del cono, dado que no cuentan con todos los datos ni con la técnica disponible. Por lo tanto, será una tarea que deberán hacer guiados por el profesor. El comentario, agrega la información necesaria para la construcción; el valor de la generatriz. También, detalla la técnica: por medio de una relación de proporcionalidad se obtiene el valor del ángulo del sector circular. En la resolución de la tarea existe un error de simplificación, que arroja un valor errado del ángulo del sector circular, que es 270°.

Tareas de determinación de fórmula

En esta OML las tareas cumple la función de determinar la fórmula del volumen de los siguientes sólidos: paralelepípedo, prisma de base triangular, pirámide de base cuadrada, cilindro y cono recto. La técnica que permite obtener la fórmula del volumen de ciertos cuerpos geométricos es la comparación entre sólidos, y la comparación de sus elementos en común. Por ejemplo, una vez que se obtiene la fórmula del volumen del prisma de base triangular (área de la base por la altura) se generaliza la misma relación con el cilindro. De igual forma se busca establecer la relación entre los elementos que componen la pirámide y el cono.

En el caso particular de las seis pirámides contenidas en un cubo, la tarea (Figura 4.10) propuesta es la siguiente: *"Dada la red de una pirámide recta de base cuadrada, construyen seis iguales e intentan formar un cubo, como muestra el dibujo. A partir de ello analizan la forma de determinar el volumen de una pirámide de base cuadrada. Determinan qué parte del volumen del cubo es el volumen de la pirámide."*

El área de la base de la pirámide y de la base del cubo es "a^2" y la altura del cubo es "a "y de la pirámide es $\frac{a}{2}$, por lo tanto, el volumen de cada uno de estos cuerpos es el siguiente según la Figura 4.10. La generalización de la fórmula del volumen a otras pirámide se realiza por medio de material concreto, en este caso semillas. La técnica consiste en llenar con semillas una pirámide y ver cuántas de ellas se necesita para llenar un prisma asociado. De este modo se propone establecer la relación entre el volumen de estos dos cuerpos de igual base e igual altura.

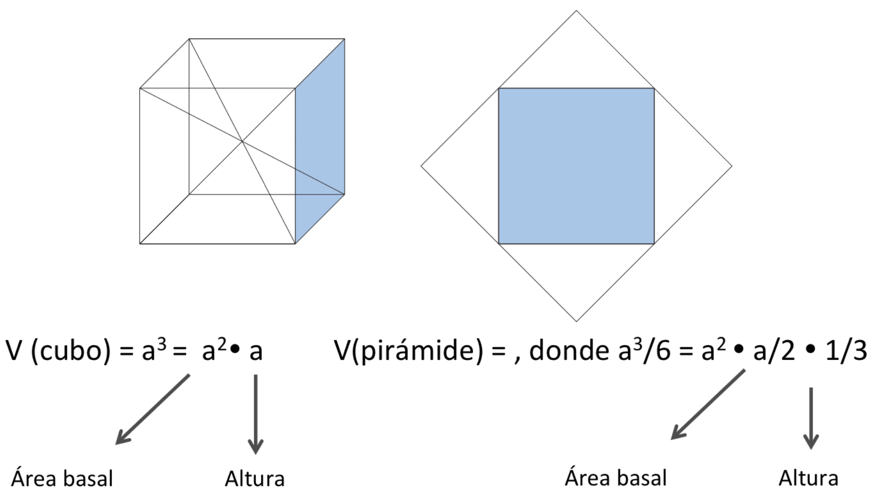


Figura 4.10 - Tarea MINEDUC 8avo Básico

<u>Tareas de evaluación de volúmenes</u>

Las tareas de este tipo son aquellas por medio de las cuales se establecen evaluaciones de volúmenes. Las nociones de volumen que se presentan son desde una perspectiva unidimensional, donde el volumen es considerado como un cuerpo, tridimensional, donde el volumen es visto a partir de aristas, vértices, caras; e igualmente encontramos tareas donde el volumen es tratado como unidimensional y tridimensional a la vez.

Por ejemplo una tarea representativa de evaluación de volúmenes que se apoya en la noción tridimensional es la siguiente: "*b) ¿Cuántos quesitos (cubos de 1cm de lado) se pueden introducir en esta caja? Y si se decide introducir cubos más pequeños, de ½ cm de lado, ¿cuántos se podrían introducir en la caja?"*(Figura 4.11).

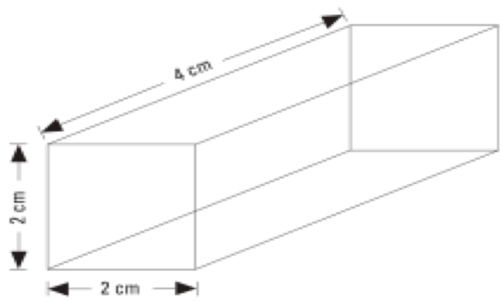


Figura 4.11 - Tarea MINEDUC 8avo Básico

Dentro de este tipo de tareas también se encuentran aquellas donde la evaluación del volumen se realiza mediante la aplicación de la fórmula de volumen. A través de esta tarea constatamos la presencia de la pavimentación como técnica intermediaria, entre el aspecto unidimensional y tridimensional del volumen (cf. § 2.3.4)

Tareas de variación y dependencia

Este tipo de tarea tiene como función identificar las relaciones entre el área lateral, total y el volumen de prismas rectos, cilindros y conos rectos; los efectos sobre el volumen y el área lateral total de un prisma recto, pirámide recta, cono y cilindro recto al variar sus elementos. Como señalamos precedentemente, existen seis tareas sobre variación y dependencia en esta OML. Estas tareas se apoyan en la técnica del pliegue, en la verificación numérica y en expresiones algebraicas.

A través de esta tareas (Figura 4.12) se espera que los estudiantes identifiquen que dos cuerpos pueden tener igual área lateral y diferente volumen : *"Dadas dos hojas de* *papel, cuyo largo sea el doble, el triple, el cuádruple, etc. del ancho, se cortan en un mismo sentido para formar cilindros. Con una hoja de papel se obtienen dos cilindros de igual altura, y con la otra se obtiene un cilindro cuyo perímetro basal es el doble del perímetro basal de cada uno de los cilindros que se generaron anteriormente"*

- Para cada cilindro obtenido determinan su área lateral, conjeturan sobre sus volúmenes y la relación entre ellos.
- Calculan el volumen de los cilindros y comprueban sus conjeturas.
- Establecen conclusiones que relacionan los volúmenes de los cilindros y sus áreas laterales.

Figura 4.12 - Tarea MINEDUC 8avo Básico

4.4.1.4 OMP: Ángulos internos de un polígono regular

Estudiamos el contenido como una organización matemática puntual. Esta elección tiene su justificación en los discursos tecnológicos referidos a la suma de ángulos internos de un polígono y a ciertas características de un polígono regular. Ambas tecnologías no las hemos incorporado en la OML sobre ángulos debido a que las tecnologías no se integran a la OML de ángulos. Entendemos por integración de tecnología, los diferentes tipos de relaciones que son posibles de establecer entre los discursos tecnológicos. En consecuencia, la OM referida a ángulos internos en polígonos regulares no se relaciona con OM de ángulos entre rectas paralelas y secantes. Entendemos que una OMp., está compuesta de un tipo de tarea y su técnica asociada, si bien se propone una segunda tarea sobre la construcción de un polígono regular, a esta tarea no le podemos asociar un discurso tecnológico nuevo, sino que es una tarea de aplicación. En la tabla 4.6 detallamos las dos tareas propuestas.

OMP: Ángulos internos de un polígono regular			
Tecnología	**Ejercicio**	**Tarea**	**Técnica**
Suma de ángulos interiores del polígono (n-2)x180	Ej. 3.a	Dibujar un polígono y trazar sus diagonales para obtener triángulos	Trazar todas las diagonales posible en un polígono convexo
	Ej. 3.b	Identificar la relación entre nº de lados y nº de triángulos de un polígono	Determinar la relación entre el número de lados de un polígono y la cantidad de triángulos que se pueden formar
	Ej. 3.c	Determinar formula para la suma de los ángulos internos del polígono	Aplicación fórmula de la suma de los ángulos internos del triángulo
Construcción de un polígonos regulares	Ej. 3.d	Construir polígonos regulares	Composición de un polígono regular utilizando polígonos conocidos e instrumentos de construcción
	Ej. 3.e	Construir un polígono regular y aumentar sus lados lo más posible	Construir un polígono regular utilizando el Programa Cabri o Geómetra

Tabla 4.6 - OMP: Ángulos internos de un polígono regular

Como señalamos esta OMP se caracteriza por integrar principalmente el discurso tecnológico sobre: la fórmula de la suma total de la medida de los ángulos interiores de un polígono y retoma las propiedades de un polígono regular, las cuáles son exploradas mediante la construcción de un polígono regular. Para determinar la fórmula de la suma de los ángulos internos de un polígono convexo el programa propone una secuencia de tareas que tienen por objetivo que los estudiantes deduzcan la fórmula. Además se entregan orientaciones al profesor de forma detallada del como debe desarrollar esta secuencia. La tarea referida a la construcción de un polígono regular se realiza mediante la construcción de triángulos congruentes o utilizando la medida de los ángulos interiores de un polígono para construir un triángulo determinado.

Género de tareas y técnicas

Del bloque práctico [T/τ] de la OMP sobre ángulos internos de un polígono regular, pudimos determinar cuatro géneros de tareas:

Género de tarea

- Tarea del tipo abiertas
- Tarea de cálculo
- Tarea del tipo demostrar o prueba

Tipos de técnicas:

- Descomponer y componer polígonos en triángulos (trazado de diagonales)
- Construcción de polígonos regulares con instrumentos

Análisis por género de tarea

Tarea de demostración:

Esta tarea tiene por objetivo determinar la fórmula de la suma de los ángulos internos de un polígono. La tarea se desarrolla en tres etapas. En una primera etapa los estudiantes deben dibujar un polígono convexo cualquiera y trazar desde un vértice cualquiera todas las diagonales de tal manera que el polígono quede dividido

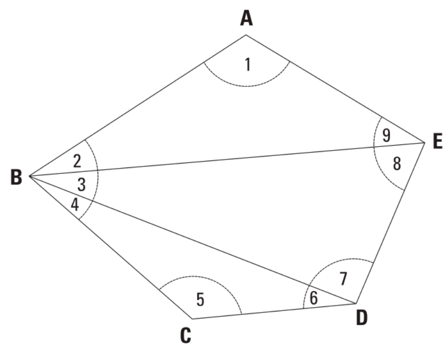


Figura 4.13 - Tarea MINEDUC 8avo Básico

en varios triángulos, como lo muestra la Figura 4.13. Dado que los estudiantes conocen la suma de los ángulos interiores de un triángulo, se espera que establezcan que la suma de ángulos interiores del polígono será *"n"* veces 180, siendo *"n"* el

Polígono	Nº de lados	Nº de triángulos en los que se subdividió	Suma de los ángulos interiores del polígono
Triángulo	3	1	
Cuadrilátero	4	2	
Pentágono	5	3	

Figura 4.14 - OMP: Polígonos

número de triángulos. En la segunda etapa se les solicita repetir el mismo procedimientos con más polígonos (3, 4, 5 lados), luego completar la tabla (Figura 4.14). Se espera que los estudiantes sean capaces de cambiar de un registro numérico a otro algebraico.

A través de algunas preguntas respecto a la información registrada en la tabla, se espera que los estudiantes establezcan conclusiones respecto de la suma de los ángulos interiores de un polígono: *"Si observan las columnas referidas al N° de lados del polígono y el N° de triángulos obtenidos al trazar las diagonales desde un mismo vértice: ¿Qué relación numérica existe entre los números de ambas columnas? Si el polígono tiene un número cualquiera de lados, que lo podemos expresar con la letra "n", ¿qué expresión representaría el número de triángulos que se forman en ese polígono de n lados?, ¿por qué?"(P.E.- 2002, p.35)* Se espera que los estudiantes concluyan que la relación entre el número de lados y el número de triángulos corresponde a *(n-2)*. El porqué de esa expresión no nos resulta evidente. Creemos que la tarea anterior (Figura 4.13) debería haber mencionado que cuando se trazan diagonales en un polígono convexo los vértices contiguos no se unen por lo que "se pierden" dos vértices. La tercera etapa de esta tarea consiste en aplicar la fórmula a un polígono de cualquier número de lados.

Tarea abierta

Se presenta la construcción de un polígono regular mediante la utilización de instrumentos. Esta tarea se presenta en dos etapas. En la primera de ella solicita: *"analizar algunos polígonos conocidos que tienen sus lados iguales y sus ángulos de igual medida. A partir de las características del triángulo equilátero y el cuadrado, establecen que estos polígonos, al cumplir con las condiciones de tener ángulos de igual medida, "también tienen lados de igual medida", y que reciben el nombre de polígonos regulares. Determinan, considerando estas características, cuáles serían otros polígonos regulares."* Nos parece necesario agregar que no siempre es el caso (igual medida de ángulos implica igual medida de lados) pues el rectángulo tiene igual medida de ángulos pero lados con medidas diferentes. En la segunda etapa se propone la siguiente construcción: *"Se desafía a los alumnos y alumnas a construir con regla, compás y transportador algunos polígonos regulares"* (p.36). La construcción que se propone es a partir de figuras geométricas conocidas como triángulos congruentes con los que luego compondrán un polígono regular.

4.4.2 Conclusiones Parciales

La identificación de los discursos tecnológicos nos permite determinar y caracterizar cuatro OMs en torno a los contenidos organizados por MINEDUC de geometría y medición para el nivel 8avo básico. Del análisis realizado a las organizaciones matemáticas pudimos identificar géneros de tareas similares en las diferentes OMLs, como es el caso de las tareas de reconocimiento, de construcción, de demostración y prueba. De igual forma la utilización de técnicas de manipulación de objetos, la descomposición y composición de figuras, la utilización de instrumentos de medición, están presentes en las distintas OMs. En un comienzo las nociones matemáticas son presentadas mediante objetos conocidos por los estudiantes y contextualizados a situaciones escolares y/o de la vida cotidiana. A partir de los resultados obtenidos a través de las pruebas empíricas, se generan conjeturas y argumentos, que luego se generalizan y en varios casos se establecen fórmulas.

También subrayamos la forma como se relaciona la tarea y la técnica en el programa para la construcción del discurso tecnológico. En algunas tareas la técnica es entregada de forma explícita y forma parte de la tarea a desarrollar. Vemos que el bloque práctico se pone en obra como un solo componente, donde la tarea y la técnica se encuentran amalgamados. Por ejemplo, en la tareas de la OML sobre ángulos, se proponen técnicas relacionadas a movimientos imaginarios, luego la medición como técnica de validación para llevar a conjeturar y hacer emerger una técnica asociada directamente a un tipo de tarea, como es el caso de las relaciones angulares (cf. § 4.4.1.1). Una vez que se comienza el proceso de validación de resultados y de argumentación, la técnica adquiere un grado de independencia de la tarea. Una vez disponible esta nueva técnica es utilizada en otros tipos de tareas. Por ejemplo tareas de demostración: suma de los ángulos interiores del triángulo (Tarea - Tabla 4.3 - ej.2.1b); paralelismo de segmentos en figuras compuestas por triángulos (Tarea - Figura 4.4). También se propone una tarea de construcción de un triángulo semejante (Tarea - Figura 4.3). En conclusión nos encontramos con un bloque práctico que evoluciona. Por un lado, las tareas van progresivamente aumentando en grado de dificultad y por otro lado, la técnica se va independizando de una tarea específica y comienza a ser una técnica que existe por un discurso tecnológico que la justifica, y que, además, puede ser utilizada en varios tipos de tareas asociados a esa técnica.

Este análisis de tareas nos permite hacer una primera comparación entre las tareas del programa de estudio y la evaluación SIMCE. Notamos que el programa propone diferentes géneros de tareas de aplicación: de cálculo, de demostración, de construcción, tareas abiertas y tareas de aplicación en contexto. De estos tipos de tareas en la evaluación SIMCE encontramos tareas de cálculo y de aplicación en contexto, que son principalmente rutinarias. Esta constatación la pudimos hacer al momentos de analizar las 13 tareas de la evaluación SIMCE utilizando las categorías de clasificación de tareas: *"reconocimiento y aplicación de conceptos y propiedades matemática"* y "*razonamiento en contexto de problemas rutinarios*" (cf. § 3.8.6). En el análisis de tareas del programa observamos que la mayoría de tareas de aplicación en contexto son rutinarias, *a priori*, una razón para explicar que las tareas que propone SIMCE, también son rutinarias. No obstante a estas similitudes, notamos el hecho que estas tareas de aplicación solamente corresponden a una pequeña parte de las tareas propuestas por el programa. En consecuencia, la visión global de las matemáticas en el programa en comparación con las tareas accesibles de SIMCE reflejan muy parcialmente el programa.

Desde el punto de vista del trabajo geométrico, en cada OM encontramos tareas que se inscriben en el paradigma geométrico natural (GI) con objetos geométricos pertenecientes al espacio sensible y una fuerte presencia de la medición. También se presentan tareas que corresponden al paradigma geométrico axiomático natural (GII), particularmente en tareas de cálculo y de demostración. La mezcla de estos dos paradigmas también fue observada. Respecto a este punto, el programa de estudio presenta las nociones del número pi y de la fórmula del perímetro y área, apoyándose en una concepción aproximativa de la medida del círculo. El estudio ECOS (2006) analizó en detalle la forma como el programa presenta el número pi, el cual emerge de la imposibilidad del funcionamiento de la técnica: la medida. Los autores se refieren a este hecho de la siguiente forma: *"[…]Mais on y rencontre une certaine confusion entre approximation inhérente au mesurage (seule explication de la variation des résultats dans le cas de périmètre), approximation due à la non coïncidence entre l'objet dont la mesuré est visée (vraisemblablement perceptible dans le cas d'aire),* *approximation due au caractère décimal des mesures mesurées et à l'idécimalité de la mesure exacte. Il semble que l'on cherche à fonder l'idécimalité sur la existence d'une différence toujours non nulle entre la mesure accessible, décimale, et la mesure visée […]. Seule une conception intellectuelle de la courbure du cercle est en mesure de fonder une telle affirmation ; ainsi cette unité peut donner lieu à un changement de paradigme géométrique."* (ECOS 2006, p. 87)

En relación a los paradigmas de la geometría pudimos concluir en el capítulo 3 que la clasificación de una tarea en un paradigma no es estricta, es decir, una tarea puede ser clasificada en GI o GII según la técnica utilizada. Sabiendo que la técnica descrita en el programa evoluciona; de una técnica "construida" para explorar una tarea, a una técnica justificada por un discurso tecnológico específico. Nos preguntamos si las tareas propuestas por SIMCE son influenciadas por esta técnica que evoluciona según el tipo de tarea. Esto nos mostraría que aunque las tareas de aplicación del programa utilizan la técnica que es justificada por una tecnología, SIMCE estaría considerando un aspecto del tipo de tareas exploratorias donde la técnica se apoya en la manipulación de objetos, en el diseño, en la medida, etc.

4.5 ANÁLISIS DE LAS ORGANIZACIONES DIDÁCTICAS

Sabiendo que existen co-determinaciones entre las organizaciones matemáticas y las organizaciones didácticas, siendo estas últimas las que se imponen en la enseñanza no proponemos estudiar la puesta en marcha de las ODs en el programa de estudio. Para el análisis de las organizaciones didácticas (OD) retomamos las características encontradas en los bloques prácticos y teóricos de las OMs locales y puntales del programa. A partir de ellas caracterizamos cuatro momentos del estudio. Teniendo en cuenta el bloque práctico y la forma cómo este se articula para construir el discurso tecnológico, los dos primeros momentos del estudio - el encuentro con la tarea y exploración de la técnica – los hemos reunido en un solo momento "exploratorio". Cabe señalar que también existe una estrecha relación entre tarea, técnica y discurso tecnológico, la diferenciación entre estos componentes generalmente es bastante implícita, por lo que la fase de institucionalización puede no sea bien aparente dentro del programa de estudio.

En el cuadro de síntesis de resultados identificamos diferentes momentos didácticos de las OMLs y OMP ya descritas (Tabla 4.7). Por un lado, este cuadro lo construimos con el objetivo de tener una visión sintética de las características de los bloques prácticos y teóricos de las organizaciones y por otro lado, queremos articular estas características a los diferentes momentos del estudio.

Momentos didácticos	Características	Técnicas	Tecnología
Exploratorios	• Manipulación de objeto concretos. • Aplicación de conocimientos disponibles en los niveles anteriores • Situaciones de la vida corriente: prácticas sociales y culturales. • Investigaciones bibliográficas y entrevistas en el entorno social. • Clasificación y caracterización de objetos geométricos • Discusión sobre procedimientos	• Utilización de material concreto: papel, cajas, plasticina, agua, cuerdas, género, movimiento, papel milimetrado, • Investigaciones : a) bibliográficas, b) entrevista, dentro de la comunidad social próxima (carpintero, modista, pintor) • Pliegue y dibujo • Discusión entre compañeros.	• Tecnología como el producto del estudio de situación (tipo de tarea) para identificar propiedades y nociones matemáticas.
Construcción del discurso tecnológico (DT)	• Tareas de sistematización y repeticiones orientadas a establecer conjeturas y sacar conclusiones.	• Utilización de instrumentos de medida. • Descomposición y composición de figuras.	• Aplicación de y técnicas validación empírica de resultados
Institucionali - zación	• Carácter de prueba pragmática • Porta elementos de la Geometría Natural (GI) • Por ejemplo: la medición, el pliegue, etc. • Razonamiento apoyado por argumentaciones dinámicas.	• Se sirve de todas las técnicas antes descritas.	• Disponibilidad del discurso tecnológico • Aplicación de la tecnología en diferentes y/o nuevas situaciones.
Aplicación y cálculo	• Proposición de diferentes tipos de tareas: tareas cálculo directo, tareas en contexto, tareas de demostración y tareas de construcción	• Utilización de fórmulas, propiedades y teoremas.	• Disponibilidad del discurso tecnológico

Tabla 4.7 - Cuadro síntesis de las organizaciones didácticas del programa

Incorporamos en este análisis algunos *comentarios* del programa de estudio dirigidos a los docentes. Estos comentarios se encuentran presentes en todas las actividades sugeridas, cumpliendo la función de orientar las tareas por medio de sugerencias que complementan las actividades.

4.5.1 OD de la OML: Ángulos entre rectas paralelas y secante

En el OML sobre ángulos es posible distinguir siete tecnologías diferentes (Tabla 4.8). Esta OML se caracteriza por dar gran importancia a los momentos exploratorios que tienen por objetivo dar sentido al objeto geométrico, para luego construir un discurso tecnológico sobre las relaciones angulares entre rectas paralelas y secantes.

Tareas	Tecnología (esperadas a ser utilizadas)	Descripción	Características
ARPS 1 (2 tareas)	Ángulos entre rectas secantes	Identificar ángulos opuestos por el vértice. Utilizando la técnica del movimiento, cambio de trayectoria.	Exploratorio Construcción del DT
ARPS 2 (1 tareas)	Ángulos adyacentes	Identificar ángulos adyacentes. Utilizando la técnica del movimiento, el colorar los ángulos y la medición.	Exploratorio Construcción del DT
ARPS 3 (1 tareas)	Ángulos correspondientes	Identificar ángulos. Utilizando la técnica del movimiento, el colorar los ángulos y la medición.	Exploratorio Construcción del DT
ARPS 4 (2 tareas)	Ángulos alternos internos y externos	Identificar ángulos alternos internos y externos. Utilizando la técnica del movimiento, el colorar los ángulos y la medición.	Exploratorio Construcción del DT
ARPS 5 (2 tareas)	Efectos de variación de rectas secantes y paralelas 1	Verificar que ocurre con los ángulos que se forman entre dos rectas secantes cuando ellas mueven. Y que ocurre con los ángulos entre paralelas cuando ellas se desplazan. Utilizando instrumentos de medidas.	Institucionalización
ARPS 6 (2 tareas)	Construcción de paralelas	Construir triángulos semejantes utilizando rectas paralelas los lados del triángulo dado.	Aplicación y cálculo
ARPS 7 (2 tareas)	Ángulos entre paralelas	Determinar el valor de ángulos entre paralelas. Sin uso de instrumentos de medida, aplicación directa de las propiedades del teorema de ángulos entre paralelas.	Aplicación y cálculo
ARPS 8 (3 tareas)	Ángulos entre paralelas y teorema de triángulos .	Demostrar la suma de los ángulos interiores del triangulo. Demostrar si dos rectas son paralelas Demostrar propiedades de los ángulos de un paralelogramo y de un trapecio.	Aplicación y cálculo

Tabla 4.8- OML: Ángulos entre rectas paralelas y secantes (ARPS)

En el proceso de construcción del discurso tecnológico la técnica evoluciona. En un primer momento la técnica es justificada por la prueba empírica, a través de la utilización del movimiento imaginario y la medición de ángulos. Se espera que tal trabajo permita a los estudiantes establecer relaciones angulares, sobre los ángulos opuestos por el vértice, ángulos correspondientes, ángulos adyacentes y ángulos alternos internos y externos. Una vez que estas relaciones son validadas por los resultados de la medición, se conjetura que las relaciones angulares son un caso general y que siempre que las rectas sean paralelas las relaciones angulares son las mismas, en ese momento emerge una técnica en relación con ese tipo de tareas. La nueva técnica ya no es justificada por la medida sino por el teorema de las relaciones angulares, por lo tanto, los estudiantes acuden al desplazamiento de rectas y rotación de rectas. Construyen el discurso tecnológico por medio de la elaboración de la técnica asociada al tipo de tarea. Para la elaboración del discurso tecnológico el programa propone varias preguntas, para que el profesor oriente a los estudiantes en la obtención, validación de resultados y la construcción de conjeturas. El rol de los estudiantes en la construcción del discurso tecnológico es visto como fundamental. Son ellos los responsables de construir el discurso tecnológico, o por lo menos ellos deben utilizar las conjeturas obtenidas para concluir sobre las relaciones. La forma propuesta por el programa es la siguiente: *"Establecen conclusiones generales en relación con las medidas de los ángulos opuestos por el vértice", "Establecen conclusiones generales en relación con las medidas de los ángulos suplementarios adyacentes", "Establecen conclusiones generales en relación con las medidas de los ángulos correspondientes", "Establecen conclusiones generales en relación con las medidas de los ángulos alternos internos entre paralelas y alternos externos entre paralelas."(P.E.-2002, p. 22-25)* En este momento el rol del profesor se puede ver como un orientador de las tareas, además, desconocemos como maneja la fase de devolución, en particular como cuenta transformar las conjeturas que los estudiantes hacen en propiedades válidas.

Los momentos de institucionalización en esta OML también se caracteriza por hacer intervenir a los estudiantes. Como señalamos ellos juegan un rol importante en las construcción del discurso tecnológico. La entrega de las precisiones sobre la organización matemática elaborada en la construcción del discurso tecnológico propuesta por el programa no es muy precisa:*"[...] la primera parte de la actividad pretende introducir los ángulos que se generan al interceptar dos rectas: suplementarios adyacentes y ángulos opuestos por el vértice. Sólo después que los estudiantes determinen las relaciones entre estos ángulos, se sugiere que el docente señale sus nombres. Realizan lo mismo con los ángulos que se generan al interceptar dos rectas paralelas entre sí con una tercera recta: ángulos correspondientes, alternos externos e internos. En ambos casos el énfasis está dado por las relaciones de posición y de medida que se establecen entre ellos, más que en los nombres"* (P.E.-2001, p.27). Estas especificaciones son generales y no entregan precisiones sobre los elementos a retener sobre las relaciones angulares. En consecuencia, la selección de las precisiones sobre las nociones de ángulos entre paralelas, que emergieron al momento de construir un discurso tecnológico, quedan a cargo solo del profesor.

Los momentos de aplicación y cálculo son diversos, encontramos tareas del tipo de aplicación directa de la tecnología, tareas de construcción de polígonos y tareas de prueba o demostración. Lo que nos permitió constatar que la tecnología una vez disponible por los estudiantes es extendida a otros tipos de tareas. Por ejemplo, las tareas ARPS-6 y ARPS-8. Los comentarios se orientan hacia los tres primeros momentos del estudio. Como señalamos en el párrafo anterior. Existen fases de institucionalización compartida entre el profesor y los estudiantes. En esta OD los comentarios son breves y muy precisos con respecto a las técnicas y las tecnologías.

4.5.2 OD de la OML: Circunferencia, perímetro y área del círculo

En esta OM sobre circunferencia, perímetro y área del círculo (Tabla 4.9) al igual que la organización matemática local de la OML anterior, las tareas son exploratorias y la técnicas continúan siendo la manipulación de objetos, el diseño, el pliegue y la medición. En las tareas CPAC 1 y 2, la articulación entre la tarea y la técnica para la construcción del discurso tecnológico es menos evidente. Por un lado, la proposición de una determinada técnica, no es suficientemente explicitada para la realización de la tarea. Por otro lado, las informaciones que se entregan sobre lo que se espera que los estudiantes comprendan son generales. En consecuencia la elaboración del discurso tecnológico sobre las nociones de circunferencia, radio, diámetro parece quedar a responsabilidad del profesor. No obstante, el programa subraya la dificultad de encontrar un *"valor exacto"* para calcular el área de la circunferencia. Al respecto señalan lo siguiente: *"La reflexión en torno a la dificultad para encontrar un valor exacto de la medida está centrada en darse cuenta que es una medida con cifras decimales infinitas y aunque se visualiza perfectamente (se ve en el trozo de cuerda) no se puede expresar a través de un número decimal, sino que representa un número irracional."* (p.40) Como señalamos al inicio del capítulo (cf. § 4.3.2.2) en este nivel los estudiantes no cuentan con los elementos necesarios para demostrar la irracionalidad del número pi (π). En las tareas CPAC 3 y 4, se construye el discurso tecnológico en torno a la noción del numero pi (π) como una constante entre el perímetro y el diámetro y las fórmulas de perímetro y área del circunferencia. El momento de exploratorio posee las mismas características descritas en la OML de ángulos. Para la construcción del discurso tecnológico, igualmente se proponen preguntas a los estudiantes para establecer conjeturas que les permitan determinar la fórmula del perímetro de la circunferencia y del área del círculo. Si bien la responsabilidad de emitir conjeturas sigue estando a cargo de los estudiantes, el rol del profesor es más relevante. A través de los comentarios podemos observar que es el profesor que propone diferentes técnicas que van hacer emerger la constante pi (π) y las fórmulas del perímetro y del área del círculo. En la sección precedente hemos analizado estas OMP (cf. § 4.4.1.2).

Tareas	Tecnología (esperadas a ser utilizadas)	Descripción	Características
CPAC 1 (4 tareas)	Elementos de la circunferencia	Dibujar una circunferencias identificar el centro y radio de ella como los elementos esenciales para su construcción.	Exploratorio Construcción del DT
CPAC 2 (4 tareas)	Perímetro como contorno y área como superficie	Asociar el perímetro al contorno y área a la superficie mediante la construcción de objetos	Exploratorio Construcción del DT
CPAC 3 (6 tareas)	Número pi	Identificar el numero pi como coeficiente de proporcionalidad entre el perímetro y el diámetro de la circunferencia	Exploratorio Construcción del DT
CPAC 4 (4 tareas)	Área del círculo	Determinar fórmula para el cálculo de área de un polígono por medio de su descomposición. Extender el procedimiento al círculo.	Construcción del DT Institucionalización
CPAC 5 (7 tareas)	Perímetro y área del círculo	Aplicar fórmulas para resolver diferentes tipos de tareas	Aplicación y cálculo

Tabla 4.9- OML: Circunferencia, perímetro y área del círculo (CPAC)

Los momentos de institucionalización en esta OML se encuentran principalmente en CPAC 4. El programa propone dos tareas, en las que es el profesor quien presentan la técnica a través de la cual hace emerger las fórmulas del perímetro y del área de al circunferencia. Además, distingue los elementos que la constituyen. No obstante, al momento de analizar esta OMP constatamos un trabajo centrado en el bloque práctico más que en el bloque teórico (cf. § 4.4.1.2).

Para los momentos de aplicación y cálculo se proponen tareas diversas. La mayor de las tareas son en contexto y algunas de ellas demandan de un trabajo colaborativo.

4.5.3 OD de la OML : Volumen

La OML consagrada al volumen (Tabla 4.10) se focaliza en la obtención de fórmulas de volumen; la clasificación de los sólidos por medio de un trabajo de definición de las características de los poliedros y de los cuerpos redondos; el establecimiento de relaciones de dependencia y variaciones entre el volumen y el área total y la resolución de situaciones donde es necesario aplicar las fórmulas de volúmenes.

Tareas	Tecnología	Descripción	Características
VCG 1 (3 tareas)	Poliedros regulares (definición)	Identificar y caracterizar los poliedros regulares	Exploratorio Institucionalización
VCG 2 (3 tareas)	Características del cilindro y cono	Explorar y construir redes de primas, cilindros y conos rectos.	Exploratorio Institucionalización
VCG 3 (3 tareas)	Unidades de medición	Identificar unidades de medida, relacionar objeto y magnitud , comparar magnitudes	Exploratorio Construcción del DT
VCG 4 (3 tareas)	Volumen de un prisma	Determinar fórmulas de área total y de volumen de prismas, cilindro y cono rectos	Construcción del DT Institucionalización
VCG 5 (4 tareas)	Volumen de un pirámide	Determinar la fórmula de volumen de la pirámide	Construcción del DT Institucionalización
VCG 6 (8 tareas)	Volúmenes de cuerpos geométricos	Resolver situaciones problemas dentro de un contexto interno matemático y de la vida cotidiana	Aplicación y cálculo
VCG 7 (3 tareas)	Relaciones entre área total y volumen	Relacionar áreas lateral, total y el volumen de prismas, cilindros y conos rectos.	Aplicación y cálculo
VCG 8 (2 tareas)	Efectos sobre el volumen y área lateral total.	Explorar los efectos sobre el área total y el volumen de los sólidos al variar sus elementos.	Aplicación y cálculo

Tabla 4.10 OML: Volumen de Cuerpos Geométricos (VCG)

En el momento de la exploración, las técnicas siguen siendo la utilización de material concreto como el desarmado de cajas, el pliegue, el dibujo de redes, la observación de objetos de diferentes capacidades, la construcción de prismas con plasticina (pâte à modeler) y comparación de volúmenes por medio de semillas.

En la construcción del discurso tecnológico en VCG 1 y 2 son los estudiantes que deben concluir cuales son los poliedro regulares y sus características. También deben establecer relaciones entre prismas rectos y el cilindro y entre la pirámide y el cono. Al igual que en las OML anteriores se proponen preguntas para orientar a los estudiante al establecimiento de conjeturas y conclusiones. En este momento el profesor también juega un rol activo, dado que es él quien interviene guiando la técnica que les permitirá establecer conclusiones. Las tareas correspondientes VCG 3 son tres, orientadas a trabajar con unidades de medida cúbicas que permitirán poner en evidencia el aspecto unidimensional y tridimensional del volumen. Sin embargo, las especificaciones sobre lo que se espera de las tareas no se hace de forma muy explícita; ni en el enunciado de la tarea ni el comentario dirigido al profesor.

En las tareas de VCG 4 y 5, se les pide a los estudiantes que establezcan procedimientos para determinar la fórmula del cubo y del prisma de base cuadrado, del cilindro, de la pirámide de base cuadrada y el cono. Al igual que en las OMP anteriores el rol del profesor es importante para realizar las tareas y obtener las fórmulas. El enunciado de las tareas es bastante general, pero es en los comentarios dirigidos al profesor donde se aprecia con mayor claridad los elementos para la construcción del discurso tecnológico; por una parte, se detallan las técnicas y por otra parte se enuncian los elementos que permiten construir las fórmulas. Este proceso se encuentra sujeto a las conclusiones o conjeturas que los estudiantes logran obtener en los momentos de exploración. Sin embargo, es principalmente el profesor quien participa de las construcción de los discursos tecnológicos.

La institucionalización en esta OML, a diferencia de las otras OML anteriormente analizadas, es donde el programa entrega más orientaciones didácticas al profesor que permiten ver las intervenciones para la construcción del discurso tecnológico y ciertas precisiones sobre las OM puntuales elaboradas.

Los momentos de aplicación y de cálculo, al igual que la OML sobre ángulos, son bastantes y la tecnología disponible se utiliza para diferentes tipos de tareas. En VCG-7 y VCG-8, se proponen tareas para explorar las variaciones del volumen y sus relación con el área total y lateral. En este tipo de tareas la participación del docente es significativa, en el trabajo con las técnicas propuestas, en la elaboración de conjeturas y en la especificación de las OMs.

4.5.4 OD de la OMP: Ángulos internos de un polígono regular

La OMP es relativamente aislada de las temáticas presentadas sobre Polígonos. Se presentan cinco tareas diferentes que tienen como objetivos: determinar la fórmula para calcular la suma de los ángulos interiores de un polígono y caracterizar un polígono regular. (Tabla 4.11)

Tareas	Tecnología	Descripción	Características
PR 1 (3 tareas)	Suma ángulos internos del polígono	Descomponer un polígono en triángulos y generalizar el proceso mediante la multiplicación del número triángulos por 180	Exploratorio Construcción del DT Institucionalización
PR 2 (2 tareas)	Características de los polígonos regulares	Caracterizar polígonos regulares	Construcción del DT Institucionalización

Tabla 4.11 OMP: Ángulos internos de un polígono regular (PR)

En las tareas PR1, encontramos los tres momentos diferentes ligados a tres tareas a ser desarrolladas en forma secuencial. Ellas se caracterizan por ir relacionando los resultados obtenidos en la etapa precedente para establecer conjeturas. Se espera que los estudiantes establezcan conjeturas en ambos tipos de tareas. En este proceso la intervención de profesor es considerables. Al igual que en la OML de volumen, el programa en los comentarios específica la técnica, la construcción del discurso tecnológico y la institucionalización esperada del profesor. (cf. § 4.4.1.4)

4.5.5 Conclusiones parciales

El análisis de las organizaciones didácticas nos muestra que el programa de estudio está centrado en los tres primeros momentos del estudio. El encuentro con la tarea orientado a través de una fase de exploración, apoyándose en los conocimientos previos y en experiencias diversas. Luego encontramos una fase de trabajo con la técnica, que tiene como particularidad ser de naturaleza diferente según el momento del estudio en que se encuentra. En particular, se utilizan técnicas en el primer encuentro con la tarea, luego las sustituyen técnicas apoyadas del discurso tecnológico que ha emergido (cf. § 4.4.2). El momento de construcción del bloque teórico, es motivo por el programa mediante diversas situaciones, principalmente de tipo exploratorias. Notamos que en algunos comentarios solamente se mencionan las nociones o propiedades que se esperan que los estudiantes aprendan, pero en la mayoría de los casos esas nociones o propiedades son implícitas. El rol del docente se puede ver como un agente que guía el proceso de aprendizaje de los estudiantes, por medio de preguntas que orientan y dirigen el trabajo exploratorio. Al mismo tiempo, el estudiante juega un rol importante en el proceso de construcción del aprendizaje. Él tiene la responsabilidad de establecer conclusiones sobre las nociones que se exploran.

Este momento de institucionalización ha atraído nuestra atención debido que en ocasiones los discursos tecnológicos son poco explicitados por el programa, haciendo que los temas de estudio quedan bajo la responsabilidad exclusiva del profesor. Este hecho, los constamos en la OML sobre ángulos, principalmente. En las otras OMLs, el programa pone a disposición del profesor algunos elementos para construir el discurso tecnológico. En general el trabajo es centrado en la descripción de la técnica, entregando pocos elementos tecnológicos que la justifiquen. La excepción de esta constatación la encontramos en la OMP sobre polígonos, donde el programa explicita de forma detallada el discurso tecnológico. Teniendo en cuenta esta situación, nos cuestionamos sobre la visión de la institucionalización del conocimiento. Nos cuestionamos sobre la dimensión que ocupa la institucionalizan en las prácticas docentes, ¿ Es el docente consciente de este proceso de institucionalización?, ¿Él incorpora la institucionalización de forma explícita y sistemática en sus prácticas de aula? Tales preguntas las consideramos más precisamente en el capítulo consagrado a las observaciones de clases.

En los momentos de aplicación encontramos una diversidad de tareas, al igual que propuestas de trabajo colaborativo. También constatamos que este momento ocupa un lugar importante en las ODs de Volumen y de Ángulos. En ambas OMLs se busca transponer las tecnologías disponibles y aplicarlas a nuevas situaciones, como lo señalamos en el análisis de las OMLs (cf. 4.4.1).

El momento de aplicación es particularmente importante para nuestra investigación, dado que es momento que, *a priori,* se aproxima más a la evaluación SIMCE. Si comparamos las tareas del *momento de aplicación y evaluación* propuestas en el programa con aquellas de la evaluación SIMCE que analizamos en el capítulo 3 (cf. § 3.8.6) sobre magnitudes geométricas, encontramos tareas similares sobre ángulo entre paralelas, una tarea sobre cálculo de área en figuras compuestas y la otra tarea sobre el cálculo de cubos de una dimensión dada que contiene un paralelepípedo. La tarea en la Figura 4.15 es un cálculo de área de figuras compuestas por rectángulos y semi-círculos.

b) Calculan el área de la parte sombreada:

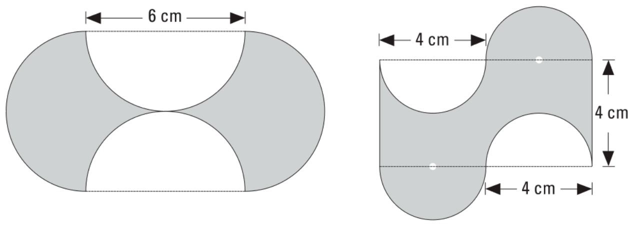
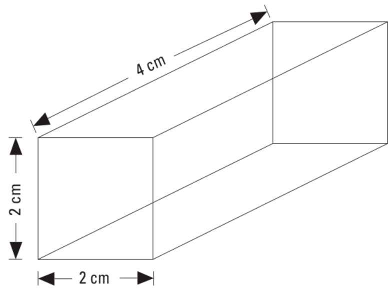


Figura 4.15- Tarea – Tabla 4.4 (ej. 8.2b) MINEDUC 8avo Básico

Aunque es el mismo tipo de tarea que la analizada en la evaluación SIMCE (cf. § 3.8.6.1, Figura 3.11) el programa sugiere como técnica la descomposición y recomposición figural para formar rectángulos.

La segunda tarea que destacamos es sobre el volumen (Figura 4.16). Ella es muy similar a una tarea de la evaluación SIMCE (cf. § 3.8.6.3, Figura 3.14) la sola diferencia es que el programa propone una segunda tarea donde se introduce como variante una longitud con números fraccionarios.

b) ¿Cuántos quesitos (cubos de 1 cm de lado) se pueden introducir en esta caja?



- Y si se decide introducir cubos más pequeños, de $\frac{1}{2}$ cm de lado, ¿cuántos se podrían introducir en la caja?

Figura 4.16- Tarea - Tabla 4.5 (ej. 6.2a) MINEDUC 8avo Básico

Presentamos estas tareas para reflejar el tipo de tareas que hay en común entre el programa y la evaluación SIMCE. En estas dos tareas del programa apreciamos la motivación a la utilización de una técnica basada en la percepción visual. En el primer ejemplo la indicación es apoyarse en el dibujo. El segundo ejemplo es más sutil, no obstante, se pide determinar la cantidad de "quesitos" que evoca un objeto, el cual puede ser dibujado en la "caja". Ambas tareas pueden ser resueltas apoyándose en dibujos. Como mencionamos en el análisis de las OMLs (cf. § 4.5.5) creemos que este tipo de técnica que acabamos de describir se presenta en las tareas SIMCE.

4.6 ANÁLISIS DE MANUALES ESCOLARES

Examinamos dos manuales escolares correspondientes al nivel 8B. Uno de ellos fue licitado por MINEDUC (Arrayán 2005-2006) y el otro es privado con una alta demanda por parte de los establecimientos escolares (Santillana 2003).

El objetivo propuesto para el estudio de estos dos manuales es bastante específico pues nuestro interés es poder responder a las siguientes preguntas:

- ¿ Conocer si las OMLs son compuestas de las mismas OMPs, o si son constituidas por otros nuevas o diferentes OMPs? Dentro de este mismo cuadro de análisis, nos interesa conocer las características del bloque práctico y cómo se construyen los discursos tecnológicos. Por ejemplo, saber si la validación de propiedades sigue siendo por medio de experimentaciones empíricas, mediante la movilización de la técnica de la medida.

- En el programa de estudio constatamos que la fase de institucionalización es principalmente local y que los estudiantes este proceso. Nos preguntamos cómo los manuales escolares proponen la institucionalización.
- ¿La caracterización de la geometría se posiciona en los mismos paradigma GI y GII que en el PE, o existe un paso al paradigma de la geometría axiomática natural? ¿si existe tal paso entre paradigmas es explícito para los estudiantes?

4.6.1 Manual escolar oficial "Arrayán"

El manual Arrayán (cf. § 12 Anexo D), posee la misma organización temática que el programa de estudios, cinco unidades temáticas y dos consagradas a la geometría:

- Unidad 1: Polígonos, circunferencias, áreas y perímetros.
- Unidad 5: Volúmenes.

Unidad 1: Polígonos, circunferencias, áreas y perímetros

La primera unidad (cf. § 12.1 Anexo D) comienza con una definición de ángulo "*si observas tu entorno, verás que hay objetos que asemejan a dos o más rectas que se intersectan formando ángulos"(Anexo D, p.10*). Luego se pasa a un conjunto de tareas internas matemáticas de medición y de definición de los ángulos que se forman por la intersección de dos rectas. El mismo trabajo se aplica para los ángulos entre rectas paralelas y una secante. Son menos presentes las actividades exploratorias a través de situaciones de la vida cotidiana, como se presenta en el programa de estudio mediante el movimiento. Se mantiene la medición como forma de validación de resultados. El contenido sobre polígonos presentan una pequeña diferencia al programa. En este contenido se encuentra una introducción sobre la definición de un polígono *"es una figura plana cerrada delimitada por segmentos. Estos segmentos reciben el nombre de lados de polígonos" (Anexo D, p.14*) previo a las tareas sobre la suma de los ángulos externos de un polígono. La construcción del discurso tecnológico es por medio de la medición y el dibujo. El contenido sobre la suma de los ángulos internos de un polígono se trabaja utilizando la misma secuencia de tareas propuesta en el programa de estudio (cf. § 4.4.1.2). Encontramos un segundo contenido complementario al programa que es la construcción con regla y compás de un hexágono regular a partir de una circunferencia. En tal tarea los estudiantes deben seguir un programa de construcción simple (cf. § 4.4.1.4). El objetivo es que lleguen a concluir que si unen los 6 puntos obtienen un hexágono regular. La segunda tarea consiste en la construcción de un pentágono regular, utilizando regla, compás y/o transportador. Dado que se propone el uso del transportador para la construcción del pentágono regular, suponemos que los estudiantes determinan el valor de cada ángulo interior (108°) del polígono y se dan una medida arbitraria de uno de sus lados para realizar la construcción. La última tarea propone establecer una relación entre el aumento simultaneo de los lados del polígono y la circunferencia. El contenido sobre los polígonos se presenta de forma más completa que en el programa. Particularmente, observamos un trabajo más articulado entre la transición entre polígonos regulares y la circunferencia. La tarea propuesta sobre el número pi (π), la determinación del perímetro y la determinación de la fórmula del área del círculo son las misma que las del programa de estudio. La sola variante que observamos es la utilización de un solo método que es la descomposición del círculo en sectores circulares para luego formar un rectángulo. La unidad finaliza con un conjunto de actividades que sintetizan los contenidos de la unidad. Entre ellos un set con los mismos ejercicios de figuras compuestas de polígonos y circunferencias que aparecen en el programa.

La unidad 5: Volúmenes

El manual (cf. § 12.2 Anexo D) comienza con una presentación de cuerpos geométricos, la diferenciación y caracterización de poliedros y cuerpos redondos, la definición de poliedros regulares y no regulares, el estudio de redes, la asociación de objetos con cuerpos geométricos, la definición de los elementos de los cuerpos redondos, el área y el volumen total del prisma, pirámide, cilindro y cono recto. Se finaliza con la equivalencia de unidades de medida. Las tareas se pueden agrupar en tres grandes bloques: El primero corresponde a la caracterización y descripción de los cuerpos geométricos. Las observaciones son las mismas que se encuentran en el programa de estudio, por ejemplo completar una tabla con las características de los cuerpos geométricos : ángulos, número de caras, de aristas, medidas de los ángulos, etc. De igual modo, se propone la tarea de trabajar sobre el aumento por pliegues sucesivos de las caras de una pirámide para llegar a un cono. Esta caracterización de cuerpo geométrico se formaliza mediante la descripción de los elementos, además se incluye la esfera.

Luego, el segundo bloque, presenta tareas para determinar el volumen de un prisma recto, mediante el relleno con unidades cúbicas de 1cm de arista. La imagen del prisma muestra la medida de cada dimensión y una capa de cubos que recubre la base del prisma. El manual a diferencia del programa de estudio, busca establecer la relación entre un capa de la base del prisma con su área basal y con su altura. De esta forma se permite trabajar el aspecto bidimensional del volumen. Además, prolonga este trabajo al prisma de base triangular y al cilindro. La pirámide de base cuadrada es trabajada igual que en el programa de estudio. El volumen del cono recto es puesto en relación con el del cilindro recto.

Finalmente, el tercer bloque corresponde a la equivalencia de unidades de capacidad. Se entregan algunas equivalencias y se presentan varias tareas exploratorias, que los estudiantes deben responder sin conocer una técnica explícita. Analizamos el programa de estudio y este manual y en ninguno de los dos documentos encontramos una técnica de conversión entre unidades. Sabemos que el trabajo de equivalencia de unidades es complejo y que los estudiantes presentan dificultad a comprenderlo y aplicarlo.

4.6.2 Manual escolar privado "Santillana Futuro"

El manual *Santillana Futuro* no es licitado por MINEDUC, pero es muy utilizado por las escuelas y colegios (cf. § 13 Anexo E). El manual posee una organización de los contenidos independientes a las unidades temáticas del programa de estudio. El manual Santillana, cuenta con 8 unidades temáticas. Las unidades 5 y 6, tituladas Geometría y Medición respectivamente, son las que analizamos.

La unidad 5: Geometría

Consagra 14 páginas para presentar los contenidos de ángulos entre rectas secantes y rectas paralelas, ángulos en triángulos y otros polígonos, circunferencia y sus elementos. El manual comienza cada contenido dentro de la unidad 5 (cf. § 13.1

Anexo E) con una definición formal (bien entendido matemática escolar) y luego pasa a tareas de aplicación. No desarrolla la misma perspectiva de construcción del conocimiento como lo sugiere el programa de estudio. El primer grupo de tareas trata las relaciones angulares entre rectas paralelas y secantes. Lo primero que se les presenta a los estudiantes son las definiciones de los tipos de relaciones angulares. Esta forma de proceder es bastante diferente de la propuesta del programa de estudio. Debido que las tareas son principalmente para ejercitar la técnica a diferencia del programa que propone un trabajo consistente en la exploración de tareas. El segundo conjunto de tareas no es sugerido por el programa de estudio. Aquí encontramos una demostración (cf. § 13.1 Anexo E, p.124) sobre la suma de los ángulos internos del triángulo, utilizando la técnica del trazado de una recta paralela y la propiedad de ángulos alternos internos que permite formar un ángulo extendido (180º). Otra tarea que presenta el manual es la caracterización de los ángulos de un triángulo isósceles, por medio del pliegue, corte y superposición de los dos triángulos. El trabajo sobre los ángulos internos del polígono es igual al presentado por el programa de estudio.

En la circunferencia se introducen los conceptos de radio y diámetro, sin ninguna actividad de exploración. Se agrega un elemento adicional que es la definición de sector circular. La unidad finaliza con una definición de polígonos regulares y tareas de clasificación.

La unidad 6: Medición

La unidad consagrada a la medición (cf. § 13.2 Anexo E), comienza con una tarea que ilustra cómo determinar el perímetro y el área de un polígono compuesto por un rectángulo y triángulos. Luego, proponen varias tareas de cálculo de perímetro y de área de polígonos. En el trabajo con la circunferencia, la determinación de la fórmula del área utiliza el mismo método chino propuesto por el programa, de descomposición de la circunferencia en sectores circulares y construcción de un rectángulo. El perímetro de la circunferencia es presentado mediante un dibujo de una circunferencia circunscrita a un hexágono regular. El objetivo es introducir la razón entre el perímetro y el diámetro, con el argumento de base que el perímetro es mayor a 6 radios, es decir, mayor a 3 diámetros. Y si se toma un polígono regular con 20 lados y se sigue el mismo procedimiento el valor se aproxima a $\pi = 3{,}1415$.

Concerniente a la medición de sólidos, el trabajo es centrado en el cálculo de área y del volumen. Vemos que existe una gran diferencia entre el trabajo propuesto por el programa de estudio y lo que se propone en el manual. La caracterización de los cuerpos es mínima. Se presenta un dibujo de paralelepípedos rectos junto con la fórmula de área lateral y volumen. El mismo procedimiento se realiza para el prisma recto, la pirámide, el cilindro, el cono y la esfera. No existe ninguna atención frente a las dificultades sobre la comprensión del volumen como una magnitud medible. Tampoco existe un trabajo explícito que permita la caracterización de la concepción del volumen como una magnitud unidimensional o multidimensional. Luego de analizar y comparar el manual Santillana Futuro con el programa de estudio vemos que existe bastante diferencia entre ambos documentos y que la visión sobre el cómo construir el conocimiento no es compartida. La unidad 5 Geometría, no comparte la misma visión sobre la construcción del conocimiento y dirige a los estudiantes a realizar tareas principalmente de cálculo. El trabajo geométrico es principalmente interno a las matemáticas. La validación de resultados por un trabajo empírico no se encuentra presente.

4.7 CONCLUSIONES

Uno de los aspectos que conocimos es la visión de la enseñanza de la matemática (cf. § 4.3.1). Por un lado, exploramos el discurso que desarrolla el programa sobre la enseñanza de esta disciplina y por otro lado, notamos como se manifiesta esta visión en las organizaciones matemáticas y las organizaciones didácticas. En términos generales el programa espera que los conocimientos que construyan los estudiantes les sean útiles a lo largo de la vida y que les permitan insertar enfrentar los desafíos de la sociedad. La forma como el programa plasma esta visión es primeramente presentando tareas que tengan sentido para los estudiantes. Pensamos que por este motivo se proponen tareas exploratorias, donde el alumno no solo aplica un conocimiento formal sino que también utiliza su experiencia de vida. Por ejemplo, en la OML de ángulos, las primeras tareas piden a los estudiantes que se desplacen de forma imaginaria por calles (cf. § Tarea- Figura 4.1), otro ejemplo, es en la OML sobre circunferencia, los estudiantes deben determinar la constante pi (π) utilizando una rueda métrica (cf. § Tarea- Figura 4.5). Estas tareas les permiten a los estudiantes explorar la situación propuesta con diferentes técnicas.

También, verificamos a través de las tareas el interés por llevar a los estudiantes a trabajar en diferentes contextos de la vida real. Además de dos ejemplos que acabamos de mencionar, familiares, hay otros contextos propuestos en la tareas. Por ejemplo, un contexto profesional, en la OML de volumen, la tarea (cf. § Tabla 4.5- Tarea - ej. 6.1e) donde los estudiantes deben determinar la rentabilidad de un envío por diferentes medios de transportes. Existen otras tareas que podríamos citar para ejemplificar los contextos escolares y sociales, pero por medio de estos ejemplos mostramos que el programa espera ilustrar la utilidad de los conocimientos matemáticos y acercarlos a diferentes situaciones de la vida. Para completar esta idea, señalamos que el desarrollo de habilidades también hace parte de la visión de la enseñanza de las matemáticas del programa. Al momento de analizar las organizaciones didácticas, el énfasis está en que los estudiantes sean capaces de comunicar, argumentar, razonar, conjeturar, justificar, tanto procedimientos como resultados. Incluso, a través de ciertas tareas se les hace contribuir bastante en el proceso de construcción del discurso tecnológico. (cf. § 4.5.1)

Como mencionamos al finalizar el análisis de las OMLs del programa las tareas asociadas de la evaluación SIMCE representan solamente una pequeña parte de los tipos de tareas asociadas al momento de aplicación y evaluación. (cf. §4.4.2) Para completar esta constatación, teniendo en cuenta lo mencionado en los párrafos anteriores, vemos que en las 13 tareas SIMCE analizadas la diversidad de contextos es menos explotada, al igual que las habilidades matemáticas en comparación con el programa. En consecuencia, la evaluación SIMCE se aleja aún más de la visión de la enseñanza de las matemáticas que el programa espera transponer.

El trabajo que los alumnos realizan se puede inscribir en el paradigma geométrico GI y GII. Las prácticas de medición pasan a ser un medio de validación aceptado. De manera general, durante los años de educación básica y específicamente en geometría, la figura y el diseño de objetos son presentados con objetivo de brindar información fácilmente verificable por los alumnos para construir nociones matemáticas. También, constatamos una cierta mezcla de paradigmas.

Analizando los dos manuales concluimos que el manual licitado por el MINEDUC – el manual *Arrayán* – sigue el mismo enfoque que el programa de estudio. Las tareas propuestas son las mismas, las actividades son introducidas por medio de un trabajo exploratorio y este trabajo es modelado por la utilización de material concreto y la manipulación de objetos. El rol del estudiante es el mismo que pudimos identificar en el programa de estudio. De igual modo el rol del profesor no es explícito y la puesta en obra de su profesión docente queda bajo su responsabilidad, es decir, el debe organizar la construcción del contexto didáctico y de los momentos del estudio. El manual no licitado – el manual de la editorial *Santillana Futuro* – no se inscribe en la misma perspectiva como el programa de estudio. A la diferencia del oficial, este manual tiene dos focos: uno es entregar definiciones precisas de la nociones matemáticas y el otro es proponer ejercicios de aplicación. No existen tareas exploratorias dirigidas hacia la construcción del conocimiento; la técnica se presenta de forma independiente de la tarea desde un primer momento y el vínculo con el discurso tecnológico queda implícito; una vez que se definen los conceptos y nociones se pasa directamente a ejercicios de aplicación y los contenidos son trabajados rápidamente. Por ejemplo, al presentar el área del círculo (cf. § 13.2 Anexo E, p. 146) se presenta un pequeño texto explicando el método de descomposición del círculo en sectores circulares para luego componer un rectángulo con ellos. Luego, se ilustra este método visualmente y se acompaña la fórmula. Finalmente se proponen tareas de ejercitación. Se utiliza la misma forma para presentar los otros contenidos.

Antes de finalizar este capítulo, nos resulta pertinente retomar interrogantes que nos fuimos realizando a medida que obtuvimos constataciones en diferentes secciones. De manera general nos preguntamos si las características de las organizaciones matemáticas propuestas por el programa de estudio son transpuestas por los profesores en las sesiones de clase. En particular, nos interrogamos sobre los tipos de tareas que seleccionan para trabajar con los estudiantes. Continuando con las organizaciones matemáticas, nos interesa conocer el trabajo con la técnica. Por ejemplo, nos interrogamos sí la técnica es aquella justificada por una tecnología o sí es una técnica movilizada por una tarea de exploración que luego de construir el discurso tecnológico evoluciona y se utiliza en diferente tipos de tareas. Concerniente a las organizaciones didácticas, nos interrogamos sobre el momento de construcción del discurso tecnológico y sobre el momento de institucionalización. En los análisis realizados sobre estos momentos, constatamos ciertas ambigüedades sobre el rol del profesor. Además, notamos que en la mayoría de las tareas las nociones y propiedades matemáticas no son suficientemente explicitadas. Por estas razones, nos preguntamos cómo los profesores construyen los discursos tecnológicos, es decir, cómo articula las tareas y las técnicas para hacer emerger un discurso tecnológico y qué rol juega el momento de institucionalización en sus prácticas de aula.

5 PRIMER ANALISIS Y EXPLOTACION DE LOS CUESTIONARIOS Y DE LAS ENTREVISTAS DE DOCENTES

5.1 INTRODUCCIÓN

A través de los dos siguientes capítulos proponemos mostrar los alcances de la evaluación SIMCE en el sistema educativo chileno, ya no desde una mirada macro-didáctica sino desde lo que pasa dentro de las instituciones educativas chilenas. Este nuevo enfoque nos sitúa principalmente, según los niveles de co-determinación didáctica, en la "Pedagogía y en la Escuela", niveles 6 y 5 respectivamente. En este capítulo no entraremos en detalle sobre los niveles de co-determinación didácticos, solamente queremos recordar que hemos definido nuestro estudio desde dos niveles jerárquicos uno macro-didáctico y otro micro-didáctico y que en este punto de nuestra investigación nos situamos al nivel meso-didáctico.

Hasta este punto en nuestra investigación hemos estudiado el impacto de la evaluación SIMCE sobre el sistema educativo desde una perspectiva macro-didáctica y hemos visto como los sistemas de evaluación a gran escala PISA, TIMSS y LLECE influyen en la toma de decisiones en los altos niveles de la educación nacional (cf. § 3.9). Los efectos que se han desencadenado en los últimos 10 años han llevado a una serie de cambios, incluyendo reformas curriculares, programas de mejoramiento de la educación, subvenciones especiales, extensión de las jornadas escolares y sobre todo la adopción de sistemas de evaluación estandarizados nacionales, como es la evaluación SIMCE. Hoy en día esta es una evaluación reconocida dentro de la comunidad educacional como una herramienta fiable que mide la calidad de la educación nacional (García-Huidobro, 2002, p. 4). La validación de esta evaluación ha generado el deseo en las instituciones por obtener buenos resultados. Por medio de nuestro estudio en terreno queremos conocer las acciones que realizan diversas instituciones educativas para mejorar sus resultados SIMCE, ver el rol que juegan los profesores dentro de las acciones que define el establecimiento y de igual modo responder a nuestras preguntas:

- *¿Como los profesores chilenos se posicionan en relación a la evaluación SIMCE? ¿Cómo la evaluación influye su visión de la enseñanza y su prácticas?*
- *Sabiendo la importancia que los establecimientos le dan a los resultados SIMCE de sus alumnos, ¿cuáles son los dispositivos eventualmente puestos en marcha para preparar a los alumnos y mejorar los resultados?*
- *Se observa un reducción particular en las enseñanzas alrededor de los contenidos evaluados y de los tipos de tareas propuestas por la evaluación?*

Teniendo en cuenta nuestras preguntas de investigación sobre las acciones de las instituciones educativas, al trabajo docente y a las prácticas de enseñanza, hemos diseñado una metodología de estudio para permitirnos:

- Caracterizar cada una de las instituciones educacionales, para ver en que medida se han adaptado para enfrentarse a la evaluación SIMCE tomando en cuento su contexto actual.
- Apreciar la visión general que tienen los docentes sobre la evaluación SIMCE.
- Comenzar a entender el contexto laboral del docente, con un primer enfoque sobre las prácticas existentes relacionadas a SIMCE.

5.2 Metodología del Trabajo de Terreno

Para alcanzar los tres objetivos descritos anteriormente realizamos un trabajo de terreno en Santiago, Chile, durante casi dos meses entre septiembre y octubre del año 2011, lo que corresponde al final del año escolar.

Recolectamos diversos tipos de datos por medio de las siguientes herramientas:

1. Información publicada por MINEDUC sobre cada institución, incluyendo sus logres en la evaluación SIMCE

2. Cuestionarios dirigidos a los profesores de la asignatura de matemáticas en 8avo básico (alumnos de 13 y 14 años)
3. Entrevistas con directivos de colegios y a los mismos profesores señalados
4. Observaciones de clases ordinarias y de talleres de preparación de la evaluación SIMCE

A partir de estos datos hemos complementado nuestro cuadro metodológico, descrito a continuación. Nuestra muestra incluye 12 instituciones educacionales a las cuales pudimos acceder, repartidas entre dos tipos de instituciones:

- **Escuelas municipales**: Instituciones educativas que acogen estudiantes desde los 6 hasta 13 - 14 años. En algunos casos poseen formación pre-básica, lo que quiere decir que trabajan con niños y niñas entre 4 y 5 años de edad. Las escuelas municipales son gratuitas para los padres; es el estado que se hace cargo del costo de la educación.

- **Colegios particulares subvencionados**: Instituciones que albergan diferentes niveles del sistema escolar. En particular la educación pre-básica (estudiantes entre 4 y 5 años), la educación básica (estudiantes entre 6 y 13 - 14 años) y la educación media (estudiantes entre 14 - 15 hasta 17 - 18 años). Existen colegios que imparten enseñanza en uno, dos o los tres niveles. En estas escuelas los costos de la educación se comparten entre el estado y padres.

Elegimos 12 instituciones[14] bajo el criterio de la diversidad sociocultural en la provincia de Santiago de la Región Metropolitana. Estás incluyen: Seis escuelas municipales públicas, de las cuales dos se ubican en la comuna de Santiago-Centro y cuatro en la comuna de Quinta Normal. Además estudiamos seis colegios particulares subvencionados, dos de la comuna de Puente alto, y uno en cada una de las comunas de la Florida, Maipú, Quilicura y Ñuñoa. La selección de colegios en contextos socioculturales diferente es motivada por el interés de conocer como la evaluación SIMCE se influencia a las instituciones independientemente de su contexto.

[14] Substituimos los nombres de las instituciones y de los profesores para mantener su anonimato.

5.2.1 Factores externos

Nuestra ventana de trabajo en terreno de casi dos meses fue única y relativamente corta. Por esa razón, durante una visita anterior a Chile en diciembre 2009 tomamos contacto con varias instituciones para organizar citas con docentes. Sin embargo cuando llegamos a Santiago al comienzo de septiembre 2011 par efectuar este trabajo nos enfrentamos a dos factores externos inesperados.

El mayor factor fue un gran movimiento estudiantil al nivel nacional. Durante el año 2011 este movimiento estudiantil creó una serie de manifestaciones y de ocupaciones de universidades y colegios, generando la suspensión de clases y un cambio al periodo de vacaciones escolares. Otro factor fue la actualización curricular en la disciplina de matemática iniciada a partir del comienzo del año 2009 lo que estaba generando una transición entre un programa de estudio y otro. En general los profesores no disponían de un conjunto de tareas actualizadas según el nuevo programa (dado que no se había definido). En vez se apoyaban en una combinación de tareas seleccionadas por ellos y del programa anterior, implicando para muchos un mayor tiempo de preparación. Estas situaciones generaron cambios en nuestro trabajo de terreno al nivel del plan, de las instituciones escolares que visitamos y de la disponibilidad de los profesores. El panorama que debimos enfrentar fue difícil, dado que en general los profesores chilenos manifiestan trabajar horas excesivas esto sumado a la circunstancias descritas, no dispusimos de mucho tiempo para interactuar con ellos. A continuación presentamos las herramientas que elaboramos para la recolección de datos.

5.2.2 Herramientas de Recolección de Datos

Usamos varias herramientas para la construcción de nuestro estudio. Cada una está explicada en las secciones siguientes.

5.2.2.1 *Ficha de características institucionales*

Para obtener una mejor comprensión de cada institución educativa, de sus recursos, sus logros en SIMCE y ver hasta que punto se han adaptado para enfrentar esta evaluación, caracterizamos cada institución en una ficha (cf. § 14 Anexo F). Construimos esta ficha institucional con la información que encontramos en el sitio del MINEDUC[15] y con los datos que pudimos obtener en el terreno mediante las otras herramientas de recolección de datos.

Para cada institución elaboramos una ficha incluyendo los siguiente datos: Información institucional, costo por alumno, el enfoque del establecimiento, los recursos pedagógicos y el trabajo de "*reforzamiento*" disponible. Además incorporamos la clasificación de los grupos socioeconómicos, los resultados SIMCE con los porcentajes de los niveles de logro entregados por el departamento de evaluación SIMCE.

5.2.2.2 *Cuestionario*

Diseñamos un cuestionario compuesto de preguntas cerradas y algunas preguntas cortas abiertas para poder recolectar una cantidad de información a través nuestra muestra en poco tiempo (cf. § 15.1 Anexo G). El cuestionario fue dirigido a los profesores que realizaban clase de matemática en el 8avo nivel básico. Para la elaboración de esta herramienta también usamos preguntas seleccionadas del cuestionario SIMCE 2007, dirigido a mejorar la formación docente de los profesores que realizan la asignatura de matemática en 8avo. año básico. Quisimos apoyarnos en este cuestionario como es una herramienta validada por expertos. Sin embargo fue necesario diseñar nuevas preguntas debido a que uno de los temas más importantes que nos propusimos conocer era justamente la evaluación SIMCE y el cuestionario no nos proporcionaba la información que necesitábamos. El producto final fue un cuestionario que cuenta con tres conjuntos de preguntas:

---

[15] La pagina Web de MINEDUC: www.mineduc.cl

- El docente - Formación y relación con la institución: Once (11) preguntas orientadas a conocer la formación del docente, su experiencia laboral y su relación con la institución y su personal.

- Prácticas docentes: Siete (7) preguntas examinando las prácticas del docente para conocer sus estrategias pedagógicas, la cobertura curricular sobre los contenidos de *geometría* y *medición,* y las herramientas pedagógicas usadas.

- Uso y aplicación de los resultados SIMCE: Ocho (8) preguntas orientadas para conocer la visión del docente sobre la evaluación SIMCE y el uso práctico que le da a los resultados.

5.2.2.3 Entrevistas

Realizamos entrevistas de los docentes para complementar los ejes señalados en el cuestionario, debido a que el cuestionario no fue suficiente para abordar en profundidad ciertas temáticas (cf. § 15.2 Anexo G). Consideramos que extendernos con las preguntas del cuestionario podría ser un obstáculo causado por el factor tiempo que describimos anteriormente. También nos interesó conocer el discurso particular de cada profesor con relación a SIMCE. De tal manera pudimos conocer los diferentes puntos de vista, y por lo tanto las diferencias y las igualdades, sobre temáticas como la formación continua, la relación con la institución educativa, el trabajo en el aula y la visión sobre la evaluación SIMCE. Para esto diseñamos un conjunto de preguntas sobre cada un de estos tema y asignamos 20 a 30 minutos para su realización. Cada entrevista fue registrada con una grabadora y luego transcrita.

En cuatro casos también pudimos entrevistar a encargados de los establecimientos. Debido a que no fue posible formalizar más entrevistas con ellos, consideramos la información que obtuvimos como complementaria al contexto de la institución.

5.2.2.4 Registro de sesiones de clases

Registramos diferentes sesiones de clases con el objetivo de comparar sesiones de clases ordinarias con talleres de preparación SIMCE. En particular quisimos constatar mediante observaciones las verdaderas prácticas de aula frente a las declaraciones de los docentes, obtenidas por los cuestionarios y entrevistas. También quisimos caracterizar la gestión didáctica de los profesores y compararlas para determinar si existen influencias de la evaluación SIMCE sobre las prácticas docentes en las clases ordinarias.

Al final pudimos registrar 17 sesiones de clases, tanto sesiones ordinarias como talleres de preparación SIMCE. El registro de clase se realizó con el consentimiento de la institución y del profesor. Debido al obstáculo del tiempo y de la planificación, no logramos coincidir con el mismo contenido entre los profesores. Registramos la enseñanza de varios contenidos: *geometría*, *proporciones* y *datos y azar*, más los talleres SIMCE. Estas observaciones se explotan sobre todo en el Capítulo 6, 'Análisis de Observaciones de clase'

5.3 ANÁLISIS DE LAS INSTITUCIONES EDUCATIVAS

Quisimos analizar nuestros datos sobre las instituciones de tal forma para caracterizar el contexto del establecimiento donde cada docente enseña y ver hasta que punto cada una se ha adaptado para enfrentarse con las demandas de la evaluación SIMCE. Explotamos nuestros datos usando varias tablas Excel donde tabulamos las fichas de los establecimientos así como los cuestionarios y las entrevistas (cf. § 16 Anexo H). Enseguida describimos las diferentes etapas de nuestro análisis que nos permiten generar categorías de instituciones reflejando su relación a la evaluación SIMCE.

5.3.1 Contexto de los establecimientos y dimensiones de análisis

Inicialmente queremos entender el contexto de las instituciones donde enseñan los profesores. Sin embargo, a través de nuestro estudio no podemos determinar si las características socioeconómicas de cada escuela tiene una relación directa con los resultados SIMCE obtenidos por cada institución o no. Por esto, en nuestro análisis consideramos estas características como haciendo parte de un contexto externo.

Para desarrollar dimensiones caracterizando la *relación de la institución a SIMCE* a partir de nuestros datos examinamos diferentes criterios relacionados directamente a las instituciones, la enseñanza y el desempeño de la instituciones en la prueba SIMCE. A partir de los criterios que nos parecieron relevantes, los organizamos en grupos distintos efectivamente creando dos dimensiones separadas utilizadas para caracterizar las instituciones.

Enumerados el *contexto socioeconómico* y las dos *dimensiones institucionales de relación a SIMCE* junto con los *criterios* que los constituyen en la tabla 5.1.

Características Institucionales	**Contexto socioeconómico**	**Dimensiones de relación a SIMCE**	
		1) Histórico SIMCE	**2) Dispositivos SIMCE**
Criterios	1. Grupo Socioeconómico 2. Tamaño de clase 3. Costo anual por alumno	4. Resultados de la evaluación SIMCE en 2004, 2007 y 2009 5. Los porcentajes de los niveles de logro de SIMCE 2009	6. Ensayo SIMCE, 7. Talleres SIMCE 8. Reforzamiento 9. Contratación de personal externo.

Tabla 5.1 – Contexto socioeconómico y Dimensiones institucionales de relación con SIMCE

El contexto socioeconómico institucional caracteriza el entorno donde enseñan los profesores, mientras que cada una de las dimensiones institucionales caracteriza un aspecto de la relación de cada institución con SIMCE: *Histórico SIMCE* resume los resultados obtenidos por las instituciones en la evaluación SIMCE durante las tres últimas ediciones; *Dispositivos SIMCE* describe los diferentes dispositivos puestos en marcha por las instituciones para mejorar los resultados SIMCE.

A continuación presentamos en detalle estas características con sus criterios y cómo llegamos a cuantificarlos.

5.3.1.1 Contexto Socioeconómico

Examinar el contexto socioeconómico de las instituciones nos permite entender el entorno donde enseña cada profesor. Para caracterizar este contexto consideramos tres aspectos: el Grupo socioeconómico, el tamaño de clase y el costo anual por estudiante.

Grupo Socioeconómico

- El concepto de grupo socioeconómico (GSE) fue creado por el organismo evaluador SIMCE para clasificar a los establecimientos dentro un GSE y realizar comparaciones entre los mismos grupos socioeconómicos. El concepto GSE es construido mediante la consideración de i) un índice de vulnerabilidad de los estudiantes[16] (IVE), ii) del nivel educacional de los padres y iii) del ingreso por hogar.
- Para definir esta clasificación SIMCE combina datos obtenidos mediante cuestionarios a los padres y los datos sobre la vulnerabilidad que entregada *La Junta Nacional de Auxilio Escolar y Becas* (JUNAEB) a SIMCE.
- Se definen 5 distintos grupos socioeconómicos: *Alto*, *Medio-Alto*, *Medio*, *Medio-Bajo* y *Bajo*. SIMCE utiliza estas categorías para realizar comparaciones de forma paralela, es decir, dentro de los mismos grupos. Para nuestro análisis utilizamos estos grupos para contextualizar las instituciones desde el punto de vista sociocultural.

Tamaño de clase

[16] Vulnerabilidad estudiantil : La interacción de una multiplicidad de factores de riesgo y protectores (presentes o potenciales), a nivel individual (estudiante) y de contexto (familiar-escuela-barrio-comuna), que se presentan durante el desarrollo del ciclo educacional. La condición de Vulnerabilidad Estudiantil, determina una escala de mayor o menor riesgo asociado a la presencia de variables culturales, económicas, psicológicas, ambientales y/o biológicas, que intervienen o determinan la finalización del ciclo educacional del estudiante. - JUNAEB (www.junaeb.cl/)

- El tamaño de clase corresponde al promedio de alumnos por sala de clase para cada institución, según la fichas MINEDUC.
- La reglamentación oficial escolar estipula que no se puede exceder de 45 alumnos por sala de clase. En la realidad la cantidad de alumnos por sala de clase es diferente en cada institución.

Costo anual por estudiante

- Cada colegio cobra diferentes montos, tanto para la inscripción escolar como para la mensualidad.
- Obtuvimos datos de costo mediante la fichas MINEDUC, los que incluyen el costo de matrícula y el costo de la mensualidad expresada como un rango del costo mínimo y máximo anual.

5.3.1.2 Dimensión - Histórico SIMCE

Esta primera dimensión de la relación con SIMCE integra dos criterios distintos que juntos nos permiten caracterizar el histórico SIMCE de cada institución.

Resultados de la evaluación SIMCE '04, '07, '09

- Considera los resultados promedios de cada institución para los años 2004, 2007 y 2009, en el curso de matemática del nivel escolar del 8vo año básico. Los resultados también permiten medir la evolución durante este periodo.
- Estos años representan los últimos para los cuales disponemos conjuntos de datos SIMCE completos para el estudio.

Los porcentajes de los niveles de logro de SIMCE 2009

- Según MINEDUC, "*los Niveles de Logro son descripciones de las habilidades y conocimientos que deben demostrar alumnos y alumnas al* *responder las pruebas SIMCE, para que su desempeño sea ubicado en un Nivel de Logro Avanzado."*

- Estos se expresan como el porcentajes de logro de los estudiantes, divididos en tres niveles de aprendizaje: Nivel inicial, intermedio y avanzado. (cf. § 3.7.4)
- Estos últimos datos son una herramienta construida y puesta en marcha por la organización SIMCE desde el año 2009 para el octavo nivel.
- Consideramos importante los niveles de logros como por medio de ellos obtenemos una visión más profunda de la distribución de los aprendizajes de los estudiantes en cada institución.

5.3.1.3 Dimensión - Dispositivos SIMCE

Esta segunda dimensión de la relación con SIMCE considera los cuatro criterios distintos que juntos nos permiten caracterizar los dispositivos puestos en marcha por cada institución para mejorar los resultados SIMCE. Cada uno de estos dispositivos es aplicado de manera diferente por cada institución.

<u>Ensayo SIMCE</u>

1. Una evaluación con ejercicios similares al que tendrán los estudiantes en la evaluación oficial SIMCE. Son evaluaciones de selección múltiple donde se evalúan contenidos adquiridos durante los 4 años de enseñanza (II ciclo básico).

<u>Taller SIMCE</u>

2. Sesiones de clases extracurriculares, donde los estudiantes resuelven ejercicios similares a los que serán evaluados en la prueba SIMCE.
3. La frecuencia y duración de sesiones de clase son diferentes según la institución. Generalmente los talleres se realizan en los cursos en que se evaluará SIMCE y durante el segundo semestre de clases.

Reforzamiento de Matemática

- El reforzamiento generalmente se realiza en los años escolares en que los estudiantes serán evaluados y en algunos casos comienza el año anterior.
- El reforzamiento está dirigido a los estudiantes con bajas calificaciones en la asignatura, o en algunos caso, a los estudiantes que se encuentran en el nivel de logro intermedio.

Contratación de personal externo al colegio

- Hay un dispositivo reciente, aplicado desde el 2010, que se encuentra ligado a una Ley de Subvención Especial – *Ley SEP* – y le entrega recursos financieros a colegios municipales y particulares subvencionados con un GSE bajo.
- Actualmente muchos colegios se sirven de esta subvención y realizan inversiones tanto materiales como de personal especializado para ayudar a los estudiantes con mayores dificultades.
- Dentro de este marco existen organizaciones y profesiones con diferentes especialidades ligadas a la educación, ofreciendo asesorías a los colegios.

En las siguientes secciones describimos el proceso de cuantificación de nuestros criterios y dimensiones institucionales lo que nos permite caracterizar cada institución con respecto a la evaluación SIMCE. Este proceso nos permite desarrollar *Categorías de relación de las instituciones a SIMCE*.

5.3.2 Desarrollo de categorías institucionales de relación a SIMCE

Para caracterizar cada una de las instituciones y ver en que medida se han adaptado a enfrentarse a la evaluación SIMCE es necesario explícitamente describirlas y compararlas según nuestras dimensiones institucionales de relación con SIMCE.

Las dos dimensiones están compuestas de varios criterios, expresados bajo la forma de indicadores cualitativos y/o cuantitativos. Por esto es necesario transformar esta información en un sistema de datos cuantitativos, normalizados. Según los datos a transformar, aplicamos uno de los siguientes procesos de cuantificación y normalización siguientes:

- Criterios cualitativos: Para una lista de criterios institucionales con valores cualitativos (ej. Los tipos de dispositivos SIMCE observados en los establecimientos) dividimos en grupos exclusivos y les atribuimos a cada criterio institucional un valor entero de 1 – 4, donde 1 representa a un criterio poco relacionado a SIMCE y 4 uno muy relacionado.

- Criterios cuantitativos: Para una distribución de criterios institucionales con valor cuantitativo (ej. La lista de resultado SIMCE) dividimos cada conjunto en cuartiles, representados con un valor entero de 1 – 4, donde 1 representa un criterio poco relacionado a SIMCE y 4 uno muy relacionado.

Incluimos también los datos del contexto socioeconómico de cada institución para tener una mejor comprensión de los entornos donde enseñan los profesores.

A continuación caracterizamos explícitamente el contexto socioeconómico de las instituciones y cuantificamos las dimensiones de las mismas mediante el proceso de transformación normalizada de sus criterios.

5.3.2.1 Caracterización del 'Contexto Socioeconómico'

El contexto socioeconómico incluye tres criterios con las siguientes características:

Grupo socioeconómico

Los grupos socioeconómicos (GSE) y las índices asociadas son definidos por MINEDUC y se atribuyen a cada establecimiento. En la zona de nuestro estudio se consideran GSEs que varían entre el nivel *Bajo* hasta *Medio-Alto* (Tabla 5.2).

Nivel Socio-econoómico	Indice GSE
Medio-Alto	D
Medio	C
Medio-Bajo	B
Bajo	A

Tabla 5.2 –Nivel Socioeconómico

Tamaño de clase

El tamaño de clase corresponde al promedio de alumnos por sala de clase para cada institución. En la muestra de escuelas estudiadas este valor varía entre 15 y 43 alumnos por sala de clase.

Costo por estudiante

El costo usado para nuestro estudio es la estimación del precio anual para inscribir a un alumno en una escuela. Lo calculamos sumando el costo de la matrícula y la mensualidad promedia (el promedio entre el costo mínimo y máximo obtenido de MINEDUC) sobre los 10 meses del año escolar.

Al nivel nacional las escuelas particulares-subvencionadas, donde los padres pagan una parte del costo de la educación de los hijos, obtienen mejores resultados SIMCE, sin embargo sí miramos de más cerca, esto varía según el grupo socioeconómico. Además las características de origen de los alumnos explican más acerca de las diferencias observadas, que las diferencias en el régimen de administración. [17] Este criterio será considerado de forma particular al momento de hacer el análisis entre las instituciones educativas.

Resumen del Contexto Socioeconómico

[17] Revisiones de Políticas Nacionales de Educación: Chile 2004, OECD Publishing, pg. 43

La tabla 5.3 resume el *Contexto Socioeconómico* de la instituciones examinadas en nuestro estudio.

Contexto Socioeconómico			
Colegios	**Criterio Grupo Socioeconómico.**	**Criterio Tamaño de Clase**	**Costo por Estudiante (CLP)**
Escuela Brasil	D - Medio-Alto	15	375,000
Escuela Uruguay	D - Medio-Alto	33	-
Escuela Chile	D - Medio-Alto	36	380,500
Colegio Venezuela	D - Medio-Alto	38	380,500
Liceo Bolivia	C - Medio	37	175,000
Escuela Perú	C - Medio	38	-
Colegio Colombia	C - Medio	38	55,000
Colegio Argentina	C - Medio	43	175,000
Escuela Ecuador	B - Medio-Bajo	19	-
Escuela Paraguay	B - Medio-Bajo	32	-
Escuela México	B - Medio-Bajo	33	-
Escuela Panamá	B - Medio-Bajo	35	-

Tabla 5.3 – Contexto Socioeconómico por escuela

5.3.2.2 Cuantificación de la dimensión 'Histórico SIMCE'

Para cuantificar la dimensión 'Histórico SIMCE' transformamos los dos criterios que lo constituyen usando el proceso descrito anteriormente.

Resultados de la evaluación SIMCE '04, '07, '09

Para cada una de las 12 instituciones hemos recolectado los resultados promedios de las últimas tres evaluaciones SIMCE de 2004, 2007 y 2009, en matemática, rendidas por estudiantes de 8año básico. A partir de estos datos calculamos el promedio de estos tres valores y la evolución de las notas durante este periodo para cada institución (Tabla 5.4).

Consideramos que tanto los resultados promedios como la variación de estos resultados ayudan a caracterizar los resultados SIMCE de cada institución de igual forma. Por ese motivo le aplicamos un peso de 50% para la determinación del valor de este criterio. El valor del criterio *Resultados SIMCE* está indicado en la última columna de la Tabla 5.4.

Criterio Resultados SIMCE									Valor del Critiero
Colegios	**Año 2004**	**Año 2007**	**Año 2009**	**Promedio '04 - '09**	**Cuartil del Promedio**	**Variación '04 - '09**	**Cuartil de la Variación**	(Ponderación de cuartiles)
Colegio Venezuela	-	289	295	**292.0**	**4**	6	**4**	**4.0**
Colegio Colombia	287	292	286	**288.3**	**4**	-1	**3**	**3.5**
Colegio Argentina	275	272	271	**272.7**	**4**	-4	**3**	**3.5**
Escuela Brasil	250	261	301	**270.7**	**3**	51	**4**	**3.5**
Liceo Bolivia	251	252	273	**258.7**	**2**	22	**4**	**3.0**
Colegio Chile	263	265	260	**262.7**	**2**	-3	**3**	**2.5**
Escuela Perú	274	261	261	**265.3**	**3**	-13	**1**	**2.0**
Escuela Paraguay	229	244	227	**233.3**	**1**	-2	**3**	**2.0**
Escuela Uruguay	284	253	253	**263.3**	**2**	-31	**1**	**1.5**
Escuela Panamá	244	233	234	**237.0**	**2**	-10	**1**	**1.5**
Escuela Ecuador	236	227	230	**231.0**	**1**	-6	**2**	**1.5**
Escuela México	234	224	227	**228.3**	**1**	-7	**2**	**1.5**

Indice de ponderación de Cuartiles

Promedio	50%
Variación	50%

Tabla 5.4 - Valor del Criterio Resultado SIMCE

El valor del criterio *Resultados SIMCE* ha sido calculado a partir de los cuartiles relacionados a nuestras distribuciones de resultados promedios y de la evolución de estos resultados. Las distribuciones y sus cuartiles están indicados en las Tablas 5.5 y 5.6.

Promedio de Resultados SIMCE	Cuartil	Valor del Cuartil
272-292	Q4	**4**
264-271	Q3	**3**
237-263	Q2	**2**
228-236	Q1	**1**

Tabla 5.5 – Cuartiles de los Resultados Promedios SIMCE

Variación de Resultados	Cuartil	Valor del Cuartil
1 - 51	Q4	**4**
(-4) - 1	Q3	**3**
(-8) - (-4)	Q2	**2**
(-31) - (-8)	Q1	**1**

Tabla 5.6 – Cuartiles de la Variación de Resultados SIMCE

Como indicamos en la Tabla 5.4 los colegios con la combinación más alta de resultados promedios y de su evolución obtienen un valor 4, por lo que están más relacionados a SIMCE. Los que tienen una combinación más baja obtienen un 1, por lo que están menos relacionados.

Niveles de logro de SIMCE '09

Desde el año 2009 los resultados SIMCE entregados a los colegios han sido estructurados en tres segmentos – Inicial, Intermedio y Avanzado – según el logro de los estudiantes. Cuando publican los resultados SIMCE, cada colegio recibe los porcentaje de alumnos por nivel de logro. Sumamos el nivel de logro de estudiantes *Avanzado* e *Intermedio* para obtener un resultado ponderado (Tabla 5.7).

Niveles de logros SIMCE '09					**Valor del Criterio**
Colegios	% Avanzado	% Intermedio	% Inicial	**Nivel % Avan. + Inter.**	
Escuela Brasil	**36**	**36**	29	**72**	**4**
Colegio Venezuela	**26**	**42**	33	**68**	**4**
Colegio Colombia	**22**	**38**	40	**60**	**4**
Colegio Argentina	**12**	**38**	51	**50**	**3**
Colegio Chile	**6**	**38**	55	**44**	**3**
Liceo Bolivia	**13**	**30**	57	**43**	**2**
Escuela Perú	**10**	**27**	63	**37**	**2**
Escuela Uruguay	**12**	**22**	66	**34**	**2**
Escuela Ecuador	**3**	**20**	77	**23**	**1**
Escuela Panamá	**1**	**15**	84	**16**	**1**
Escuela México	**1**	**12**	88	**13**	**1**
Escuela Paraguay	**1**	**6**	92	**7**	**1**

Tabla 5.7 – Valor del criterio Niveles de logro SIMCE

Como en el caso anterior, organizamos la distribución de los datos derivados – las sumas de los nivele de logro *Avanzado + Intermedio* – en cuartiles y les atribuimos un valor de 1 a 4 (Tabla 5.8).

Nivel de logro SIMCE (%, Avan.+Inter.)	**Cuartiles**	**Valor del Criterio**
51 - 72	Q4	**4**
44 - 50	Q3	**3**
24 - 43	Q2	**2**
7 - 23	Q1	**1**

Tabla 5.8 – Cuartiles de los Niveles de Logro SIMCE

Representamos los colegios con los niveles de logro más altos con un valor 4, por lo que están más relacionados a SIMCE. Los que tienen niveles de logro más bajos los representamos con 1, por lo que están menos relacionados. Hemos ya incluido el valor del criterio por institución en la última columna de la Tabla 5.7.

Cuantificación de la dimensión Histórico SIMCE

Par obtener el resultado de la cuantificación de la Dimensión Histórico SIMCE tomamos el promedio de los dos criterios transformados: *Resultados SIMCE* y *Niveles de Logro SIMCE* (Tabla 5.9). Similarmente, los colegios más relacionados a SIMCE por su histórico – los resultados y los niveles de logro obtenidos - obtienen un valor de 4, mientras que los que están menos relacionados obtienen una valor más cerca al 1.

Dimensión Histórico SIMCE			Valor
Colegios	Criterio Resultado SIMCE	Criterio Niveles de logro SIMCE	(Promedio de los criterios)
Colegio Venezuela	4	4	**4.0**
Colegio Colombia	3.5	4	**3.8**
Escuela Brasil	3.5	4	**3.8**
Colegio Argentina	3.5	3	**3.3**
Colegio Chile	2.5	3	**2.8**
Liceo Bolivia	3	2	**2.5**
Escuela Perú	2	2	**2.0**
Escuela Uruguay	1.5	2	**1.8**
Escuela Paraguay	2	1	**1.5**
Escuela Panamá	1.5	1	**1.3**
Escuela Ecuador	1.5	1	**1.3**
Escuela México	1.5	1	**1.3**

Tabla 5.9– Valor de la Dimensión Histórico SIMCE

5.3.2.3 Cuantificación de la dimensión 'Dispositivos SIMCE'

Para cuantificar la dimensión 'Dispositivos SIMCE' examinamos los dispositivos diferentes aplicados dentro de cada institución.

Dispositivos SIMCE

El criterio de los dispositivos SIMCE es bastante relevante para nuestro estudio, como nos permite caracterizar las prácticas realizadas dentro de las instituciones para mejorar los resultados en las evaluaciones SIMCE. A través de nuestra investigación hemos encontrado cuatro (4) diferentes tipos de dispositivos institucionalizados dentro de los colegios. Estos están indicados en la tabla 5.10.

Tipo de dispositivo	Indice de Dispositivo
Ensayo Simce	A
Taller Simce	B
Contratacion de personal externo	C
Reforzamiento de mathematica	D

Tabla 5.10 – Dispositivos SIMCE Realizados en las Instituciones

Cuantificación de la dimensión Dispositivos SIMCE

Para cuantificar esta dimensión tomamos la cantidad de distintos dispositivos puestos en marcha en cada institución como el valor (Tabla 5.11). De tal manera

Dimensión Dispositivos SIMCE		**Valor**
Colegios	**Dispositivos SIMCE**	(No. de dispotivos usados)
Escuela Perú	A, B, C, D	**4**
Escuela Paraguay	A, B, C	**3**
Escuela México	A, B, C	**3**
Colegio Venezuela	A, B, D	**3**
Colegio Colombia	A, B, C	**3**
Colegio Argentina	A, C, D	**3**
Escuela Uruguay	A, C, D	**3**
Escuela Brasil	A, B, D	**3**
Colegio Chile	A, C, D	**3**
Escuela Panamá	A, C, D	**3**
Escuela Ecuador	A, B, C	**3**
Liceo Bolivia	A, B, D*	**3**

Tabla 5.11 – Valor de la Dimensión Dispositivos SIMCE

D* - En el Liceo Bolivia se realiza un dispositivo de reforzamiento matemático particular. Esto está descrito en la Categoría Institucional de Relación a SIMCE (cf.§ 5.4.1.3) establecemos las primeras clasificaciones de colegios según las medidas directas que realizan para mejorar su resultado en SIMCE.

5.3.3 Nivel de relación a SIMCE por institución

El nivel de la relación a SIMCE de cada institución se cuantifica tras la magnitud normalizada del vector cuyas dimensiones son el *Histórico SIMCE* y los *Dispositivos SIMCE*. Este valor varía entre 0 y 1, donde aquellas instituciones que están altamente relacionadas a SIMCE se acercan más al valor 1, y las que están poca relacionadas se acercan más al 0. Estos resultados, con el contexto socioeconómico, están resumidos en la tabla 5.12.

Relación a SIMCE			**Nivel de Relación**	**Context Socioecónomico**		
Colegios	**Histórico SIMCE**	**Dispositivos SIMCE**	(Min=0, Max=1)	**Criterio Grupo Socioeconómico.**	**Criterio Tamaño de Clase**	**Costo por Estudiante (CLP)**
Colegio Venezuela	4	3	**0.88**	D - Medio-Alto	38	380,500.00
Colegio Colombia	3.8	3	**0.86**	C - Medio	38	55,000.00
Escuela Brasil	3.8	3	**0.86**	D - Medio-Alto	15	375,000.00
Escuela Perú	2	4	**0.79**	C - Medio	38	-
Colegio Argentina	3.3	3	**0.79**	C - Medio	43	175,000.00
Colegio Chile	2.8	3	**0.73**	D - Medio-Alto	36	380,500.00
Liceo Bolivia	2.5	3	**0.69**	C - Medio	37	175,000.00
Escuela Uruguay	1.8	3	**0.62**	D - Medio-Alto	33	-
Escuela Paraguay	1.5	3	**0.59**	B - Medio-Bajo	32	-
Escuela Panamá	1.3	3	**0.58**	B - Medio-Bajo	35	-
Escuela Ecuador	1.3	3	**0.58**	B - Medio-Bajo	19	-
Escuela México	1.3	3	**0.58**	B - Medio-Bajo	33	-

Tabla 5.12 – Síntesis del Nivel de Relación a SIMCE por Institución

A partir de estos resultados cuantitativos podemos realizar comparaciones *vectoriales* entre los diferentes establecimientos. De este modo podemos más fácilmente determinar los grupos de establecimientos que manifiestan similitudes vectoriales y así clasificarlos según estas relaciones de proximidad. La Figura 5.1 nos ofrece la representación vectorial de las 12 instituciones educativas según el nivel de relación a SIMCE.

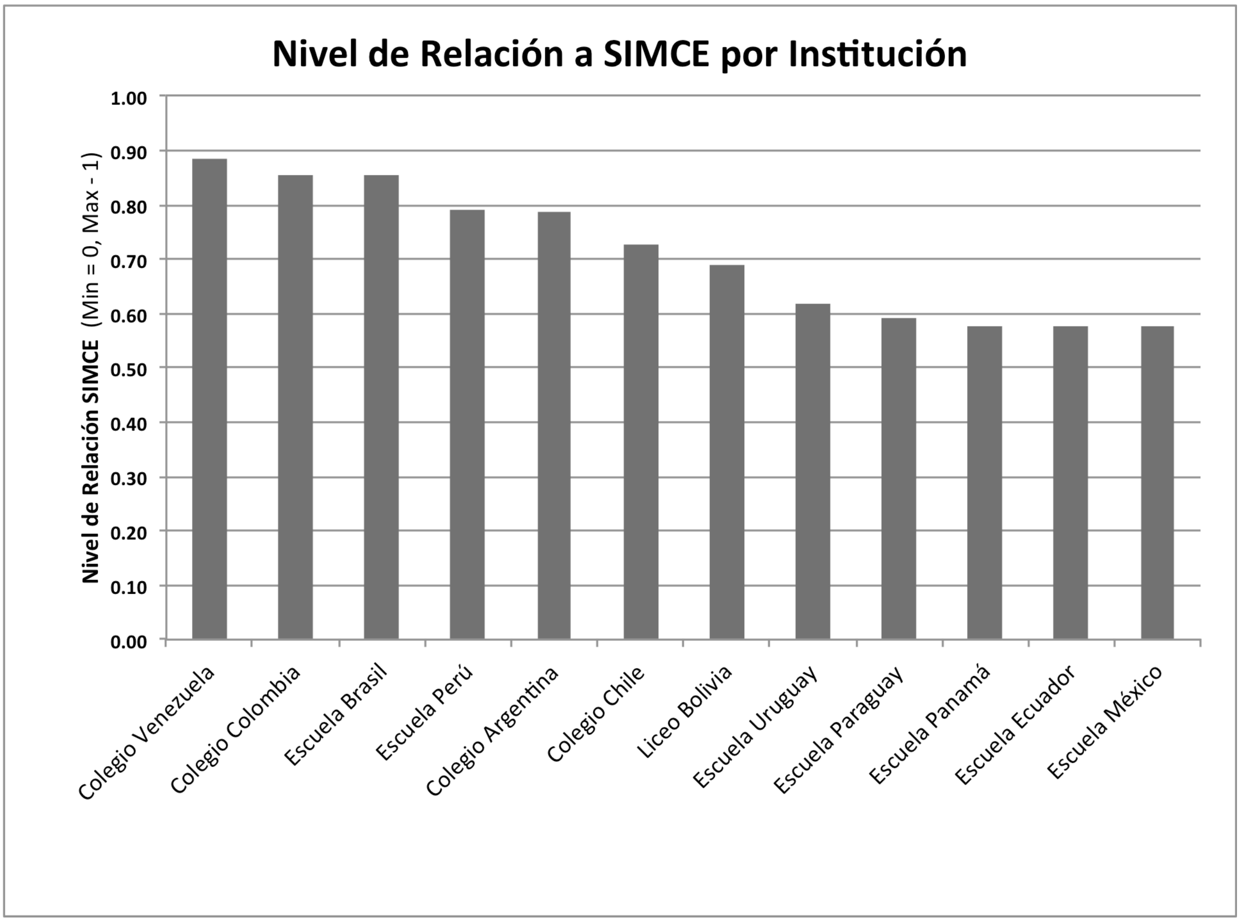


Figura 5.1 – Nivel de Relación a SIMCE por Institución

A partir de estos resultados vemos que la institución con mayor relación a SIMCE es Venezuela (Nivel de relación = 0.88), mientras que hay tres instituciones – Panamá, Ecuador y México - que están menos relacionado a la evaluación SIMCE (Nivel de relación = 0.58). Las otras instituciones quedan dentro de este rango Para entender mejor estas notas examinamos las dos dimensiones.

En la dimensión *Dispositivo SIMCE* vemos que con una excepción todas las instituciones realizan 3 dispositivos sobre 4 para preparar a sus alumnos para la prueba. La única institución donde se usan 4 dispositivos es la escuela Perú.

En los resultados de la dimensión *Histórico SIMCE* observamos más grandes diferencias entre los establecimientos educacionales. Hay tres instituciones que tienen un histórica SIMCE mucho mejor que los otros y por eso obtienen un valor dimensional de 3.8 a 4 sobre 4. Al mismo tiempo hay cinco otras que tienen un histórico comparativo mucho más bajos que los otros y solo alcancen un valor dimensional inferior a 2.

Tomando en cuenta las características del *Contexto Socioeconómico* también notamos que las escuelas con mayor relación a la evaluación SIMCE son sobre todo de tipo subvencionadas, con un costo por estudiante que puede subir hasta 380,000 pesos (€555) por año, y se ubican en zonas de GSE *medio-alto* o *medio*. Al contrario, las que tienen menos relación a SIMCE son escuelas públicas, donde los padres no pagan nada y se encuentran en zonas de GSE *medio-bajo*.

5.3.4 Descripción de las categorías institucionales de relación a SIMCE

Basado en nuestro análisis del nivel de relación a SIMCE por institución (cf. § 5.3.3) hemos definido 3 categorías institucionales distintas. En la tabla 5.13 presentamos las características de cada categoría institucional, junto con las instituciones correspondientes.

Tabla 5.13 – Categorías institucionales de relación a SIMCE

Categoría Institucional de relación SIMCE	**Cat.1: Alta Acción – Alto Desempeño**	**Cat. 2: Alta Acción – Mediano Desempeño**	**Cat. 3: Alta Acción – Bajo Desempeño**
Descripción	• Instituciones con altos resultados en las evaluaciones SIMCE • Varios dispositivos SIMCE usados • Contexto socioeconómico favorable a las oportunidades escolares • Colegios Particulares-subvencionadas (Costo compartido los con padres)	• Instituciones con medianos resultados en las evaluaciones SIMCE • Varios dispositivos SIMCE usados • Contexto socioeconómico moderadamente favorable a las oportunidades escolares • Escuelas Particulares-subvencionadas y Escuelas municipales	• Instituciones con bajos resultados en las evaluaciones SIMCE • Varios dispositivos SIMCE usados • Contexto socioeconómico desfavorable a las oportunidades escolares • Escuelas municipales (gratuitas)
Instituciones	• Colegio Venezuela • Colegio Colombia • Escuela Brasil	• Escuela Perú • Colegio Argentina • Colegio Chile • Liceo Bolivia	• Escuela Uruguay • Escuela Paraguay • Escuela Panamá • Escuela Ecuador • Escuela México

A continuación examinamos las 12 instituciones al interior de sus categorías de relación a SIMCE.

5.3.4.1 Cat. 1: Alta acción – Alto desempeño

Instituciones: *Colegio Venezuela, Colegio Colombia, Escuela Brasil*

Contexto socioeconómico

Los colegios que corresponden a esta categoría se caracterizan por estar dentro de un contexto socioeconómico favorable a las oportunidades de educación. Los colegios de esta categoría tienen un GSE de *Medio* o *Medi-alto*, lo que quiere decir que los padres poseen estudios superiores, que el ingreso familiar es superior a la media definida y que el índice de vulnerabilidad (IVE) es bajo.

Dos de los colegios pertenecen a la misma comuna, *Puente alto,* que tiene una alta densidad de población lo que implica una gran demanda de matrículas escolares. También es una comuna donde hay bastante diversidad de población y existen sectores socioeconómicos de tres tipos – medio-alto, medio bajo y bajo – según los GSEs. Mencionamos esta característica de la comuna porque precisamente es lo que pudimos observar en los colegios que se encuentran en ella.

Los Colegios *Venezuela* y *Colombia* se encuentran dentro de un mismo sector geográfico, sin embargo cada uno se dirige a un diferente tipo de población. El ***Colegio Colombia*** pertenece a una fundación de beneficencia Protectora de la Infancia que atiende a niños y jóvenes desde 1894. Dicha fundación tiene un fuerte perfil social que busca ir en ayuda de los más desfavorecidos y cuenta con hogares de niños y varios colegios y liceos que buscan entregar educación de calidad a la clase social más desfavorecida.

El ***Colegio Venezuela***, pertenece a una sociedad educacional, *Alcalde-Venezuela*, que ofrece educación de excelencia a un sector socioeconómico medio-alto. El colegio es uno de los más nuevos de la sociedad educativa. La sociedad lleva 10 años desde su creación y hoy en día su posicionamiento comparativo lo destaca.

La ***Escuela Brasil***, se encuentra ubicado en la comuna de Ñuñoa, la que también es una comuna con bastante diversidad de población, con la diferencia que es una comuna pequeña. Desde el punto de vista financiero, los tres colegios son particulares subvencionados, cobrando mensualidad, mientras que uno también cobra matrícula de inscripción.

Con respecto al tamaño de la clase promedio, dos de los tres colegios – *Venezuela* y *Colombia* – se encuentran en el tercer cuartil con un promedio de 36 a 38 alumnos por clase, lo que representa una situación menos favorable. En comparación con sus 15 alumnos por clase en promedio, la escuela *Brasil* que se encuentra en el primer cuartil.

Histórico SIMCE

Los tres colegios han logrado altos resultados en las evaluaciones SIMCE de matemática de octavo básico. Entre el 2004 y el 2009 los estudiantes de 8avo. Básico obtuvieron entre 271 y 295. Los resultados promedios obtenidos en matemática los ubican en el cuartil más favorable y de igual modo han alcanzado un alto nivel de logro con 60% a 70% de los alumnos clasificados en los niveles *intermedio* y *avanzado*.

Dispositivos SIMCE

Estos colegios han puesto en marcha varios dispositivos SIMCE, comenzando con Ensayos SIMCE. Pudimos constatar que los tres colegios realizan estos ensayos durante todo el año y con una frecuencia de una vez por mes. Los ensayos SIMCE son confeccionados por los coordinadores encargados del sector de matemática, los profesores de matemática los aplican con los estudiantes y los corrigen. Los estudiantes reciben su ensayo, ven sus errores y los corrigen junto al profesor. En estos colegios el proceso antes descrito es institucionalizado dentro de la institución. Encontramos algunas variaciones en la frecuencia de los ensayos. En algunos colegios, a medida que se acerca la fecha de la evaluación oficial SIMCE se realiza mayor cantidad de ensayos.

El otro dispositivo que se pone en marcha en estos colegios son los Talleres SIMCE, lo que cada institución realiza de diferentes maneras. En la escuela *Brasil*, la profesora destina un bloque de dos horas pedagógicas por semana para ejercitar con los estudiantes los contenidos que se encuentra trabajando. La característica es que la profesora incorpora ejercicios de tipo SIMCE en sus guías de ejercitación. Este trabajo varía según el tiempo que el docente dispone para trabajar las unidades temáticas.

El colegio *Venezuela* realiza Talleres SIMCE especialmente el último mes antes de la evaluación oficial SIMCE. Se suspenden las actividades previstas en el cronograma y durante las sesiones de clase se realizan guías con ejercicios de tipo SIMCE. Estas guías son realizadas por la coordinación de matemáticas. La función del profesor es trabajar las guías con los estudiantes, corregir los errores que cometen, ir reforzando la técnica más económica e ir mostrando a los estudiantes los diferentes tipos de tareas, sus técnicas y los conocimientos que deben tener disponibles para resolver los ejercicios. A este nivel los estudiantes tienen 7 horas pedagógicas semanales durante el año escolar, dos horas más de las que establece el ministerio de educación. De las 7 horas que ellos poseen, 5 son destinadas a trabajar con las unidades temáticas, salvo las de geometría que está desarrollada durante un taller de 2 horas pedagógicas por semana.

El colegio *Colombia* realiza sus talleres de forma sistemática durante todo el año y le consagra 2 horas por semana. El taller es realizado por el profesor de matemática por el cuál recibe guías de ejercicios para trabajar durante las dos horas pedagógicas. La estructura del trabajo es la misma que la del colegio Venezuela.

No entraremos en detalle sobre el desarrollo de los talleres SIMCE como hemos consagrado el capítulo siguiente para ese estudio.

Otro dispositivo que identificamos dentro de este grupo de instituciones es lo que llaman Reforzamiento Matemático. En el colegio *Venezuela* es una práctica que realizan de manera muy estructurada. Este colegio comienza a trabajar con estudiantes desde el 7mo año básico, luego continúa en el 8avo. año básico. La coordinación organiza dos tipos de reforzamiento. Uno de los dispositivos se realiza fuera del horario de clases y está dirigido a los estudiantes que tienen bajas calificaciones en la asignatura. En este caso la institución deja a cargo al grupo de estudiantes con el profesor que el establecimiento considera más competente. Primero se hace un diagnóstico que le permite al profesor focalizarse sobre los contenidos menos aprendidos por los estudiantes. Con este resultado organiza su reforzamiento, durante 1:10 horas y se trabaja especialmente con la ayuda de guías. El segundo tipo de reforzamiento es dirigido a los estudiantes que se encuentran en el nivel de logro *intermedio* según los resultados SIMCE. El propósito de este reforzamiento es ayudar a los estudiantes para que mejoren sus resultado SIMCE y acceder al nivel de logro *avanzado*. Este reforzamiento se realiza en las horas de las asignaturas de *Religión y Educación Musical* y comienza en el mes de mayo, extendiéndose hasta que los estudiantes realizan la evaluación SIMCE.

La *Escuela Brasil* también realiza un reforzamiento que se caracteriza por ser dirigido a todos los estudiantes del nivel 8avo básico. Se lleva a cabo dentro de los horarios de la asignatura de matemática y es ejecutado por el mismo profesor de la asignatura sin una frecuencia determinada en el tiempo. Es decir que la profesora decide reforzar una unidad o un contenido cuando identifica un porcentaje importante de estudiantes que no han logrado aprender.

El último dispositivo que hemos considerado es la Contratación de Personal Externo. Sólo un colegio de esta categoría dispone de este dispositivo; el colegio *Colombia*. Ellos reciben asesoría de una organización externa que ofrece diferentes servicios a la institución. Esto incluye la planificación de unidades temáticas junto con guías de ejercitación y evaluaciones, y también una asesoría en matemática dirigida a los profesores de nivel básico que trabajan esa asignatura. El trabajo con los profesores se realiza dos veces al mes. El asesor a cargo responde a preguntas sobre las planificaciones entregadas y profundiza los contenidos donde los profesores se encuentran menos preparados para trabajar con sus estudiantes.

5.3.4.2 Cat. 2: Alta acción – Mediano desempeño

Instituciones: Escuela *Perú, Colegio Argentina, Colegio Chile, Liceo Bolivia*

Contexto socioeconómico

Esta categoría incluye una escuela municipal gratuita (*Perú*) y tres colegios particulares-subvencionados (Colegio Argentina, Colegio Chile y Liceo Bolivia) con realidades socio-culturales diferentes. Cada institución pertenece a una comuna diferente, cada una de ellas con un alto nivel de densidad de población. Además, las comunas tienen poblaciones bastante heterogéneas socioeconómicamente. La ***Escuela Perú*** se ubica en la comuna de *Santiago-Centro*. Se caracteriza por haber sido poblada en los últimos años por extranjeros que vienen principalmente del Perú, en busca de posibilidades de trabajo. Esta población tiende a desplazarse de comuna y/o regiones según las ofertas laborales, lo que hace que en las escuelas el número de alumnos matriculados varíe durante el año. Esto puede afectar el trabajo del profesor como se enfrenta a un flujo de alumnos que van y vienen, con diferentes niveles de conocimiento. La escuela alberga en promedio 38 alumnos por sala de clase. Junto con el *Departamento de Educación Municipal (DEM)* las escuelas de la comuna trabajan par mejorar la calidad de la educación pública. Dentro de las metas propuestas está subir el puntaje SIMCE.

El ***Colegio Argentina*** es un establecimiento dependiente de la sociedad de *Escuelas Católicas de Santo Tomás de Aquino*, una institución creada en 1897, que hoy en día cuenta con 13 instituciones educativas. Entre ellas se encuentra la *Sociedad de Instrucción Primaría (SIP)*, que posee otros 13 establecimientos educacionales. Esta sociedad tiene como objetivo dedicar esfuerzos hacia la calidad de la educación de la juventud chilena. El Liceo se ubica en la comuna de *Quilicura*, una comuna periférica, con sectores de alta densidad de población.

El ***Liceo Bolivia*** está ubicado en la comuna de *Maipú*, una comuna que en los últimos 10 años ha tenido un aumento muy significativo en su densidad de población. Este liceo también se ubica en una zona periférica de la comuna, pero con una grande densidad de población. En promedio tiene 38 alumnos por sala de clase.

El ***Colegio Chile****,* creado en el 1981, está en la comuna de *La Florida* y atiende a una gran población de estudiantes. En promedio tiene 36 alumnos por clase. Dentro de esta categoría institucional el colegio Chile es el único clasificado en el GSE *Medio-Alto*, mientras que los otras 3 instituciones se encuentran en el nivel *Medio*.

Histórico SIMCE

Desde el punto de vista de resultados SIMCE el promedio que obtienen las cuatro instituciones en los tres pruebas entre 2004 y 2009 varia bastante entre ellos. Con un resultado promedio de 273 el *Colegio Argentina* se posiciona en el cuartil superior (Q4), superando a las otros tres instituciones por 7 a 14 puntos. Desde el punto de vista de la variación el *Liceo Bolivia* tiene la mejor progresión, con +22 puntos durante ese periodo. Esto lo posiciona en el cuartil superior (Q4). Al otro extremo la *Escuela Perú* entra en el primer cuartil (Q1) gracias a su retroceso de -13 puntos.

Con respecto a los niveles de logros la única escuela municipal del grupo, *Perú*, se encuentra con 37% de sus estudiantes clasificados en los niveles avanzados e intermedios. Encima de esta siguen las tres escuelas particulares-subvencionadas, *Bolivia*, *Chile* y *Argentina*, que cuentan con 43%, 44% y 50% de sus estudiantes clasificados a estos niveles, respectivamente. Dentro de este criterio cada una de las cuatro instituciones se encuentra sobre la media, sea en el segundo o tercer cuartil.

Dispositivos SIMCE

Las 4 instituciones en esta categoría realizan Ensayos SIMCE. En estos casos los ensayos son realizados por el profesor de matemática y por el departamento de coordinación. En la escuela municipal, *Perú,* los ensayos SIMCE son comprados a empresas educativas externas que ofrecen este servicio. El profesor de la asignatura se encarga de tomar los ensayos y corregirlos. El colegio *Chile* posee un departamento SIMCE, una estructura que funciona dentro de la institución y se encarga del trabajo administrativo concerniente a SIMCE que trata en mayoría ensayos y guías. El colegio *Argentina* cuenta con un departamento de matemática, que junto con la coordinación pedagógica son los encargados de elaborar los ensayos. En estas dos últimas instituciones es el personal del colegio que organiza el ensayo y utiliza las horas de las asignaturas de religión o de música para que los estudiantes los realicen. Los profesores de estas dos instituciones reciben los resultados y retoman los contenido menos logrados. En el *Liceo Bolivia* la administración del establecimiento le entrega dos ensayos SIMCE preparados al profesor y el debe construir entre 4 a 5 ensayos más. Él es el encargado para realizar los ensayos y corregirlos. La frecuencia de este dispositivo varia entre las instituciones pero por lo general en el primer semestre escolar se realizan 2 ensayos y durante el segundo semestre se realizan una vez por mes hasta la fecha de la evaluaciones en octubre.

El dispositivo Taller SIMCE es implementado en dos establecimientos, las escuela *Perú* y el *Liceo Bolivia.* Están a cargo de la ejecución los mismos profesores de la asignatura de matemática. Se realiza todas las semanas del año escolar durante 2 horas pedagógicas. La sesión de clase en la escuela *Perú* se desarrolla a través de guías y de presentaciones de PowerPoint donde el profesor muestra ejercicios para que los estudiantes las desarrollen. En el *Liceo Bolivia* para el taller SIMCE los estudiantes deben comprar un texto escolar de ejercicios. El texto escolar posee tareas para ejercitar las diferentes unidades de nivel 8avo año básico, donde cada unidad de ejercitación incorpora ejercicios de tipo SIMCE. El profesor trabaja el texto de ejercitación según la unidad en la que se encuentre.

El dispositivo Contratación de Personal Externo es implementado por tres de los colegios de esta categoría. La escuela *Perú, Colegio Argentina* y *Chile,* han contratado a un profesor externo para realizar Reforzamiento Matemático con los estudiantes de bajo rendimiento. Este reforzamiento se realiza dentro de las horas de clases, en la *escuela Perú* generalmente se trabaja con los estudiantes en las horas de las asignaturas de música, religión, inglés. Se utilizan guías de ejercicios y se les va reforzando contenidos previos y en especial las lagunas existentes en los diferentes dominios. Las otras dos instituciones realizan el mismo trabajo con la diferencia que el reforzamiento se hace una vez por semana, fuera de los horarios de clase. Además, en el Colegio *Argentina*, tienen contratado un organismo que funciona como consultor pedagógico con un asistente de aula que trabaja con los niveles y en las asignaturas que serán evaluados por SIMCE. Todos estos apoyos que hemos mencionado son subvencionados por la *ley Sep* (cf. § 5.3.1.3).

El *Liceo Bolivia* no hace contratación de personal externo dado que todavía nadie ha postulado para aprovechar de los recursos adicionales ofrecidos a través de la ley

Sep. De igual forma, tampoco hacen reforzamiento matemático a través de personal capacitado, por falta de tiempo y recursos. Sin embargo, a casi un mes antes de la evaluación SIMCE, se realizan ejercicios mediante guías SIMCE en horas de otras asignaturas, como por ejemplo educación musical, religión o inglés. El profesor de matemática entrega las guías a los profesores encargados de esta asignaturas para que ellos las realicen con los estudiantes. Los profesores tienen que colaborar con este trabajo dado que es una medida propuesta por la institución. Esto claramente se puede ver como *reforzamiento matemático*.

5.3.4.3 Cat. 3: Alta acción – Bajo desempeño

Instituciones: *Escuela Uruguay, Escuela Paraguay, Escuela Panamá, Escuela Ecuador, Escuela México*

Contexto socioeconómico

Estas cinco escuelas son escuelas municipales, gratuitas para los padres, que pertenecen a las comunas de *Quinta Normal* y *Santiago-Centro*. Las escuelas *Escuela Paraguay, Escuela Panamá, Escuela Ecuador, Escuela México* se sitúan en un sector socioeconómico desfavorecido de GSE *medio-bajo*. Dentro de estas zonas existe una serie de problemáticas asociada al contexto de aprendizaje de los alumnos, como es la deserción escolar, los alumnos con trabajos temporales, el alto porcentaje de inasistencia, problemas de aprendizaje, padres sin escolaridad o la escasez de materiales escolares. Sumado a este contexto se encuentran las características de los establecimientos escolares como la precariedad en la infraestructura y en algunos casos en el mobiliario. Pese a ello pudimos constatar que estos son establecimientos que buscan mejorar la calidad del servicio que entregan a la comunidad. Eso lo pudimos apreciar mediante el interés de los profesores por participar en formación continua, una motivación respaldada por la institución y por la *Corporación Educativa Comunal*. Prueba de esta motivación conjunta fue saber que la comuna permanentemente ofrece postítulos y cursos de perfeccionamiento a los profesores, proyectos como la asesoría técnica de la *Universidad de Chile* que detallaremos en los párrafos siguientes.

En las entrevistas los profesores de los establecimientos *Ecuador* y *Panamá,* nos señalaron su especial interés en la incorporación de *Tecnologías Educativas* al trabajo de aula (cf. § 16.2 Anexo H). Ellos declaran poseer varías herramientas tecnologías utilizan bastante con los estudiantes. Estas herramientas incluyen pizarras interactivas, notebooks y salas de computación con Internet. Todos estos recursos los disponen para el trabajo con los estudiantes. Las otras dos escuelas de la zona media-bajo, *Escuela Paraguay* y *México*, cuentan con una sala de computación con Internet, donde los profesores trabajan con los estudiantes, sea utilizando software y/o Internet como una herramienta de investigación. También destacamos que el número promedio de alumnos por sala de clase es de 33 a 35.

La quinta institución de esto grupo, *Escuela Uruguay,* se encuentra ubicada en la comuna de *Santiago-Centro*, muy próxima a la escuela *Perú* (cf. § 5.3.4.2). En cambio Uruguay tiene un GSE media-alto. La institución acoge un promedio de 33 alumnos por sala de clase.

<u>Histórico SIMCE</u>

En las evaluaciones SIMCE entre 2004 y 2009 las cinco escuelas obtuvieron resultados entre 228 y 263, posicionándolas en el primer y segundo cuartil de nuestra muestra. Entre las cuatro escuelas pertenecientes a la comuna de Quinta Normal, la diferencia en promedio es de solamente de 9 puntos. Los bajos resultados ubica a las *Escuela Paraguay, Escuela Ecuador* y *Escuela México* en el primer cuartil según el promedio SIMCE. La *escuela Panamá* entra en el segundo cuartil, pero con el mínimo valor del rango. Similarmente, la escuela *Uruguay* entra en el segundo cuartil, pero con un valor promedio al máximo del rango. Desde el punto de vista de la variación de los resultados todas las instituciones presentan variaciones negativas que van desde -2 a -31 puntos. Encontramos a un extremo la *escuela Uruguay* que pese a poseer el mejor promedio SIMCE, retrocede de -31 puntos, ubicándola en el primer cuartil de variación según nuestro análisis. La *escuela Panamá* que posee un promedio SIMCE superior a las otras tres escuelas también se encuentra en el primer cuartil de la variación. Con una variación de -2 puntos, la *escuela Paraguay* se ha mantenido relativamente estable, a pesar de sus promedios relativamente bajos. Esto hace que se ubique en el tercer cuartil de variación, sobre las otras instituciones de este grupo.

Al considerar los niveles de logro vemos una situación similar en las escuelas pertenecientes a la comuna de Quinta Normal. La escuela *Ecuador* tiene 23% de sus estudiantes clasificados en el nivel de logro *avanzado o intermedio.* Para las escuelas *Panamá*, *México* e *Paraguay* este nivel es de solo de 16%, 13% y 7% respectivamente. Los porcentajes bajos de estos cuatro casos los ubica a todos en el primer cuartil. La *escuela Uruguay* de la comuna *Santiago-Centro* tiene 34% de sus estudiantes clasificados en el nivel de logro *avanzado o intermedio,* poniéndolo en el segundo cuartil.

<u>Dispositivo SIMCE</u>

Al igual que las instituciones anteriormente descritas las cinco escuelas de este grupo realizan Ensayos SIMCE durante todo el año y con mayor frecuencia los tres últimos meses antes de la evaluación oficial. Cada escuela una tiene diferente forma de proceder ante el dispositivo. En las escuelas *México*, *Ecuador* y *Panamá* la coordinación crea los ensayos SIMCE. En la escuela *Paraguay* y *Uruguay* la creación de los ensayos SIMCE es compartido por la coordinación y por el profesor de la asignatura. El instrumento se entrega de diferente forma a los estudiantes en cada institución. En dos de las escuelas, *Escuela Panamá* y *Ecuador*, se realiza por personal administrativo y durante otras asignaturas, fuera del tiempo de clase de matemática. En ambos casos el profesor no participa. En las otras tres escuelas el profesor de la asignatura de matemática ejecuta el ensayo SIMCE dentro de sus horas de clase. Sólo en la escuela *Panamá* el profesor recibe los resultados. En las otras escuelas son los profesores de la asignatura quienes deben corregirlos. En todas las escuelas el profesor revisa los errores con los estudiante.

El dispositivo Taller SIMCE es puesto en marcha en tres escuelas, *Paraguay*, *México* y *Ecuador*. Aunque en cada escuela se trabaja de forma diferente todos lo organizan en el segundo semestre escolar. En la escuela *Paraguay* el profesor utiliza 15 minutos al final de cada sesión de clase para realizar 10 ejercicios de tipo SIMCE. El trabajo se pone en marcha por medio de guías que el profesor construye, y a medida que los estudiantes van realizando los ejercicios se van corrigiendo y aclarando las dudas. La escuela *Ecuador* ha puesto en marcha su taller SIMCE, que consiste en que los estudiantes construyan una carpeta con fichas de definiciones de conceptos. Para esto el profesor de la asignatura dedica dos horas semanales a partir del mes de septiembre. Finalmente, desde el segundo semestre del 2011 la escuela *México* realiza talleres SIMCE. La institución contrató un especialista en matemática para que trabajara con la profesora de aula. Este especialista es quién realiza el material para trabajar con los estudiantes y el desarrollo de la sesión de clase lo realizan de forma conjunta.

El dispositivo de Contratación de Personal Externo se encuentra presente en las cinco escuelas. En la *escuela Uruguay* se dispone de un persona que se encarga de realizar los reforzamientos con los estudiantes de bajos resultados y también acuden a organismos que ofrecen material, principalmente ensayos SIMCE. Las otras cuatro escuelas hacen parte de un proyecto comunal dirigido por el *Departamento Educacional Municipal* de *Quinta Normal* (DEM). Este proyecto se encuentra enmarcado en la *Ley SEP* (cf. § 5.3.1.3) y es dirigido a los docentes de educación básica con un enfoque de perfeccionamiento en el dominio de lenguaje y de matemática. Cada escuela recibe un especialista de matemática dos veces por mes, con dos funciones: capacitar a los docentes en matemática y también participar en por lo menos una de las sesiones de clase de matemática que el docente realiza. Durante el transcurso de la clase el especialista puede intervenir mediante comentarios a los alumnos y al docente. Una vez la clase terminada comparte con el docente sus observaciones sobre el desarrollo de la actividad, poniendo el enfoque en el conocimiento matemático principalmente. De igual modo el proyecto incluye una media jornada al mes donde se reúnen todos los profesores de segundo ciclo básico de matemática con un grupo de especialistas en matemática. Estas sesiones de trabajo ponen acento en las dificultades que presentan los profesores en los diferentes dominios que deben enseñar. Las escuelas participan en este proyecto desde marzo del año 2011. El proyecto descrito lo hemos considerado dentro de la categoría dispositivo SIMCE debido a que dentro de los requisitos para la aprobación del proyecto los establecimientos se deben comprometer a aumentar sus resultados SIMCE, por lo que todas las acciones que se realicen serán evaluadas según el resultado SIMCE.

En dos escuelas, *Panamá* y *México,* además de poseer el dispositivo mencionado han contratado personal para trabajar temporalmente. La escuela *Panamá* ha contratado personal para realizar el trabajo administrativo SIMCE y la construcción y revisión de ensayos SIMCE. La escuela *México,* como describimos anteriormente, trabaja con un especialista de matemáticas en la sala de clase junto con el profesor. Este especialista realiza el mismo trabajo con el profesor de 4to. año básico. En ambos casos trabajan con los niveles evaluados por SIMCE.

El dispositivo Reforzamiento Matemático es realizado por las escuelas *Panamá*, *Ecuador* y *Uruguay*. En las dos primeras escuelas lo realiza el profesor de la asignatura. En el caso de la *escuela Uruguay* este dispositivo se encuentra a cargo de personal externo y se realiza fuera de los horarios de clase a partir del mes de mayo, una vez por semana. Se trabaja con estudiantes que tienen bajo rendimiento en las asignaturas evaluadas por SIMCE. La escuela *Panamá* lo propone para estudiantes que tienen bajo rendimiento y se realiza una vez por semana, fuera del horario de clase. El profesor trabaja con guías y hace participar a los estudiantes, motivándolos con herramientas tecnológicas como pizarras interactivas y PowerPoint. En la escuela *Ecuador* aplican un reforzamiento durante la signatura de matemáticas si el resultado de las evaluaciones es bajo para una gran parte de los estudiantes.

5.3.5 Conclusiones sobre las categorías institucionales

A partir de las *dimensiones de relación a SIMCE institucionales* que desarrollamos analizamos las instituciones y establecimos comparaciones que nos han llevado a identificar 3 *categorías de relación a SIMCE institucionales* basadas en similitudes entre sus instituciones educativas constituyentes.

Constatamos que a pesar de los diversos contextos socioeconómicos que existen, incluyendo las grandes diferencias en el costo por estudiante, el que varía de 0 a 380,000 pesos chilenos según el tipo de escuela, se han puesto en marcha varios dispositivos a través todos las instituciones educativas con la intención de mejorar los resultados SIMCE. Además, descubrimos que en la mayoría de los casos los dispositivos SIMCE puestos en marcha son los mismos, con la diferencia de como están organizados dentro de la institución.

En todas las categorías institucionales, *Alta acción - Alto desempeño*, *Alta acción - Mediano desempeño* y *Alta acción – Bajo desempeño,* las escuelas realizan tres dispositivos SIMCE. En una sola escuela – *Perú* – aplican cuatro. En todos los casos aplican el Ensayo SIMCE que se utiliza para preparar a los estudiantes para la prueba mediante una simulación de la evaluación. También se usa el Taller SIMCE, donde los estudiantes trabajan con ejercicios de tipo SIMCE, entrenándose para intentar obtener mejores resultados en la evaluación verdadera.

Aunque a primera vista los dos otros dispositivos, Reforzamiento Matemático y Contratación de Personal Externo podrían parecer no tener una relación directa con SIMCE, al conocer como son ejecutados y a quienes son dirigidos en práctica, hemos podido comprobar que sí existe una fuerte relación con querer mejorar los resultados en la evaluación SIMCE. Concretamente los reforzamientos matemáticos son dirigidos a todos los estudiantes y a las asignaturas que serán evaluadas por la prueba SIMCE: el 4to, 8avo y 2do medio, y las asignaturas de lenguaje, matemática y ciencias. De manera similar el personal externo contratado cumple diferentes roles dentro de la institución, incluyendo en orden de importancia: trabajar con grupos de alumnos con bajo rendimiento; elaborar material SIMCE; corregir ensayos SIMCE y en algunos casos tomar la responsabilidad de realizar el taller SIMCE.

El análisis de las categorías de relación a SIMCE institucionales nos permite en parte responder a nuestras preguntas sobre el contexto laboral de los docentes y saber cuales dispositivos se ponen en marcha en las escuelas. También constatamos una reducción de la enseñanza donde se dejan de lado disciplinas que no serán evaluadas (ej. música, religión, inglés) durante periodos más o menos largos par enfocarse en las que sí serán evaluadas. Dentro del personal externo contratado observamos gente con diferentes formaciones (ej. psicopedagogos, ingenieros, estudiantes de matemáticas, universidades y organizaciones privadas) que brindan servicios adicionales dentro la institución: proveedores de material, organismos evaluadores simulando la evaluación SIMCE y entregando estadísticas por alumnos y seguimiento permanente.

Basado en estos resultados nos interesa ahora conocer la percepción que pueden tener los profesores de SIMCE y cómo son influenciados por aquellos dispositivos. En particular queremos saber:

- ¿ Cuál es la visión que poseen los profesores sobre la evaluación SIMCE?
- ¿ Cómo la puesta en marcha de estos dispositivas influye en las prácticas docentes en la clase?

5.4 LOS PROFESORES: SU VISIÓN Y LAS INFLUENCIAS DE SIMCE

En la sección anterior identificamos tres distintas categorías de instituciones educativas basadas en similitudes en la relación a SIMCE de las escuelas constituyentes. En particular vimos que estas categorías consideran el nivel de acciones tomadas por cada institución alrededor de la evaluación SIMCE (Alto en todos los casos) y del desempeño que logran en ella (Alto, Mediano o Bajo). Usamos las mismas *categorías institucionales de relación a SIMCE* como el enfoque para entender y analizar la visión que tienen los profesores sobre la evaluación SIMCE y comenzar a comprender sí y cómo ella influye en sus contextos laborales mediantes sus declaraciones. Para conocer sus diversas visiones y prácticas elaboramos perfiles docentes a partir de los datos recolectados, mediante los cuestionarios y las entrevistas con los profesores (cf. § 5.2.2).

5.4.1 Perfiles de los profesores

La construcción de los perfiles fue por medio de la definición de dimensiones y datos asociados. Ambos, fueron determinados mediante la reagrupación y selección de la información obtenida tanto del cuestionario como de la entrevista a los profesores (cf. § 16 Anexo H).

5.4.1.1 *Metodología para la construcción de los perfiles docentes*

A partir de nuestros datos definimos cuatro dimensiones con el objetivo de obtener un marco que nos permite obtener un perfil par conocer cada profesor y sus prácticas dentro de su contexto laboral, con un énfasis sobre los efectos de la evaluación SIMCE. Esta dimensiones son:

- Formación y experiencia – Caracteriza la formación inicial[18] y continua del profesor junto a los años de experiencia que lo sustentan en su ámbito de enseñanza.
- Posicionamiento Institucional – Describe hasta que punto un profesor es considerado positivamente por la dirección de su establecimiento.
- Relación con la evaluación SIMCE – Refleja la visión del profesor frente a la evaluación SIMCE junto con la influencia que esta tiene sobre sus actividades laborales.
- Sensibilidad didáctica – Refiere al nivel de conocimiento y aplicación de estrategias didácticas en su actividades laborales.

Subrayamos que para nuestro estudio la dimensión primordial es la relación del profesor con la evaluación SIMCE. Esto es muy importante dado que es un factor principal que condiciona la actitud del docente y que en parte puede determinar las oportunidades que se abren a él, junto con el tiempo y el esfuerzo que dedicará a

[18] Para ser docente en Chile hay que estudiar la carrera de pedagogía en institutos superiores o universidades. Estas últimas se dividen en dos grupos: aquellas que pertenecen al Consejo de Rectores de Universidades Chilenas (CRUCH) y las que no. Los ingresantes pueden ocupar distintas funciones: a) docente de educación básica e inicial; b) docente de educación media; y c) directiva y técnico-pedagógica. La carrera de docente de educación básica e inicial, tiene una duración de 5 años. Incluye una licenciatura en educación y algunas universidades incluyen una mención en alguna disciplinas del currículo escolar de básico. Este título permite trabajar tanto el primer como el segundo ciclo básicos (alumnos de 6 a 13 años). La carrera de docente de educación media, se obtiene con una licenciatura de cuatro años compatible con el currículo de la educación media más dos a cuatro semestres de licenciatura en educación. De esa forma se obtiene el título de Profesor de Educación Media con mención.

cualquieras acciones asociadas. Dado que identificamos que todas las instituciones aplican por lo menos tres dispositivos SIMCE pensamos que sí existen influencias de ella sobre las prácticas de los docentes. Las cuatro dimensiones del perfil del profesor, junto con los datos constituyentes (Tabla 5.14), nos permiten complementar nuestros análisis de las observaciones de clases del capítulo 6.

Dimensiones del perfil de profesor	**1) Formación y experiencia**	**2) Posicionamiento institucional**	**3) Relación con la evaluación SIMCE**	**4) Sensibilidad didáctica**
Datos	• Formación inicial • Formación continua • Años de experiencia como profesor de matemática	• Antigüedad en el establecimiento y horas de contrato • Evaluaciones internas • Acciones, cargos y consideraciones dentro de la institución	• Visión sobre la evaluación SIMCE • Influencia en sus prácticas de aula	• Estrategias de enseñanza • Diseño de las sesiones de clases • Tipo de material de trabajo para la aula.

Tabla 5.14 – Dimensiones y datos de los perfiles de profesores

A continuación elaboramos el perfil de cada profesor según las tres categorías institucionales.

5.4.1.2 Profesores de instituciones de 'Alta acción – Alto desempeño'

En este primer grupo de instituciones contamos con tres diferentes profesores, cada uno proveniente de una escuelas diferente.

Prof. Gómez – Escuela Brasil

Formación y experiencia

Profesora de Educación General Básica, por medio de un postítulo en la Universidad de Chile obtuvo la mención en matemática. Cuenta con 5 años de experiencia como profesora de matemática de segundo ciclo básico. Posee cursos de perfeccionamiento en Tecnologías Educativas.

Posicionamiento institucional.

Es una profesora que desde hace 5 años trabaja en esta escuela de tipo particular subvencionada en la comuna de Ñuñoa. Ha sido contratada por 37 horas pedagógicas, que pasa trabajando en aula. Dentro del establecimiento no existe ninguna evaluación interna. En el segundo año que tuvo que trabajar con estudiantes de 8avo. año básico que debían rendir la evaluación SIMCE, solicitó al establecimiento que le condensaran las horas de matemática diarias. De esa forma la profesora se organizó para trabajar las unidades temáticas del programa en las horas de la mañana y en las tardes ejercitar en el cual introduje ejercicios tipo SIMCE. Debido a que los resultados habían subido en la ocasión anterior el colegio accedió a condensarle las horas de clases por día. La profesora evalúa que esa medida le permitió organizar mejor las actividades y avanzar más rápido con los contenidos. Sin embargo, la profesora declara que la evaluación SIMCE no es prioridad para el colegio.

Relación con la evaluación SIMCE

Visión sobre la evaluación SIMCE

Cuando la entrevistamos, ya había participado en 2 ocasiones en el trabajo de la evaluación SIMCE (2007 y 2009). El año 2011 sería su tercera participación. En general tiene una opinión positiva de la evaluación, señala que obtener buenos resultados le permite a la institución obtener mayores recursos económicos. En cambio, también cree que la evaluación SIMCE no considera que la existencia de los aprendizajes dependen en gran parte del capital humano de los estudiantes. La profesora declara no adecuar sus planificaciones según SIMCE. Sin embargo, afirma que conocer los resultados SIMCE le permite elaborar planes de mejoramiento orientados al aprendizaje y conocer algunos de los aprendizajes que fueron logrados y no logrados por sus estudiantes. Por último la profesora declara que la evaluación SIMCE no es prioridad para el colegio y que no se siente presionada por ella.

Influencia de los dispositivos SIMCE en las prácticas docentes

Como mencionamos, la profesora Gómez ha participado en las pruebas SIMCE de 2007 y 2009. En el primer caso no logro que sus estudiantes sacaran muy buenas notas. Una de las acciones que tomó par la prueba del 2009 fue pasar los contenidos en solo ocho meses en lugar diez, para que los estudiantes estuvieran listos para la evaluación que se administra en el octavo mes. Además, ella realizó ensayos SIMCE dentro de las horas de clase y según los resultados de los estudiantes realizó un reforzamiento de los contenidos menos logrados. En el SIMCE 2009 sacó resultados mucho mejores, pasando de un puntaje de 261 a 301. Sin embargo, en el 2010 algunos de los estudiantes que pasaron la prueba del año anterior repitieron el curso ese año por no estar suficientemente preparados para comprender los contenidos, un hecho generado seguramente por los vacíos de haber pasado rápidamente los contenidos del año anterior. Consecuentemente, a partir del 2011 profesora Gómez ha trabajado más considerando la diversidad de sus estudiantes. En paralelo ha ido preparando su clase para la evaluación SIMCE mediante la introducción de ejercicios de tipo SIMCE, tanto en las evaluaciones como en trabajos grupales. Desde mayo 2011 ella también realiza un taller de matemáticas durante 2hrs pedagógicas, sistemáticamente. En el taller declara usar métodos didácticos, como por ejemplo la resolución de preguntas mediante la informática. El taller tiene como objetivo trabajar las unidades desde situaciones concretas diferentes. Dice utilizar material de apoyo como guías de trabajo, presentaciones en PowerPoint y dos textos escolares, de los cuales uno es para que los estudiantes trabajen en sus casa y solo lo traigan cuando tienen dudas o correcciones.

Sensibilidad Didáctica

La profesora organiza unidades de aprendizaje, según la propuesta del programa de estudio 2009. Declara que las unidades son reorganizadas según las dificultades que los estudiantes presenten. Como material de apoyo la profesora utiliza guías de trabajo, presentaciones en PowerPoint, y dos textos escolares. Uno de los textos es para trabajarlo en casa y llevarlo solo para dudas y correcciones. La profesora reconoce que la geometría es un dominio que le cuesta enseñar y que debe estar preparándose de forma constante y para esto busca material por Internet .

Prof. Jiménez – Colegio Venezuela

Formación y experiencia

Es profesor de Matemática y cuenta con 11 años en experiencia como profesor de enseñanza secundaria. Ha realizado varios cursos de perfeccionamiento, de los que destaca un curso de preparación para la Prueba de Selección Universitaria y un curso de orientación escolar.

Posicionamiento institucional

El profesor trabaja desde el 2011 en este colegio particular subvencionado en la comuna de la Florida. Es la primera vez que realiza clases de matemática a estudiantes de segundo ciclo básico. Fue contratado por 44 horas pedagógicas donde 35 de ellas son en aula. Dentro de la institución participa de varias evaluaciones internas: observaciones de clases, revisión de planificaciones, entrevistas con el coordinador y jefe de departamento. El profesor se destaca dentro de la organización por sus conocimientos y la relación con los estudiantes. La coordinación le asignó trabajar las horas de reforzamiento, horas que se asignan al profesor mejor evaluado.

Relación con la evaluación SIMCE

Visión sobre la evaluación SIMCE

Al momento de entrevistar al profesor Jiménez era la primera vez que realizaba clases a estudiantes de segundo ciclo básico. El profesor Jiménez manifiesta una postura positiva hacia SIMCE, considerando que permite saber en que condiciones esta el colegio y los alumnos, permitiendo identificar las dificultades y los aprendizajes de sus estudiantes. Además piensa que SIMCE le permite fortalecer el trabajo docente. A la diferencia de Profesor Gómez el sí declara adecuar sus planificaciones en función de la evaluación SIMCE. En particular introduce ejercicios de tipo SIMCE en las evaluaciones sumativas (notadas).

Influencia de los dispositivos SIMCE en las prácticas docentes

Cuando entrevistamos al profesor Jiménez había pasado la evaluación SIMCE anteriormente con varias clases de estudiantes en 2do Medio y el 2011 sería la primera vez con una clase de 8vo Básico. Para preparar a sus estudiantes par la prueba él les enseña a contestar bien las preguntas SIMCE, poniendo énfasis en descartar alternativas falsas y ayudándoles a ser consientes de los posibles errores que pueden cometer. Además, impulsado por su colegio, el profesor realiza una planificación detallada de todas sus clases, llamada "cuaderno modelo". Para esto considera tres cosas: el programa de estudio MIDEDUC, el texto del alumno y problemas diarios (problemas de diferentes contenidos al inicio de la clase). Declara poner mucho énfasis en las exigencias del ministerio de educación. Como estrategias de enseñanza utiliza un lenguaje cercano a los estudiantes y se apoya bastante en los sitios Web para desarrollar las clases. El profesor remarca que es importante que los estudiantes sientan que no existe improvisación en sus clases.

Sensibilidad didáctica

El profesor realiza una planificación detallada de las clases; a ello le llama "cuaderno modelo". Considera tres cosas para el cuaderno modelo: Programa de estudio (Mineduc) texto del alumno, problemas diarios (problemas de diferentes contenidos al inicio de la clase). Pone mucho énfasis en las exigencias del ministerio. Como estrategias de enseñanza utiliza un lenguaje cercano a los estudiantes y se apoya bastante en los sitios Web para desarrollar las clases. El profesor recalca que es importante que los estudiantes sientan que no existe improvisación en sus clases.

Prof. Uribe – Colegio Colombia

Formación y experiencia

Es profesor de Educación General Básica. Obtuvo un diplomado en primer ciclo básico y luego un postítulo con mención en Matemática para Segundo ciclo Básico. Ambas especializaciones las realizó en la Universidad de Santiago. Cuenta con 9 años de experiencia como profesor de matemática. Ha participado en varios cursos de apropiaciones curriculares de 120 horas cada curso: geometría, fracciones, porcentajes, estadística y probabilidades. Fue tutor en un diplomado en primer ciclo básico en el dominio de estadística, pues se destaca en esa área. La última especialización que realizó, junto con tres profesores del colegio, fue de geometría sobre el "Programa computacional Geogebra."

Posicionamiento institucional

El profesor posee el cargo de coordinador de matemática para Educación General Básica y realiza clases de matemáticas en el Segundo Ciclo Básico. Desde los últimos 9 años trabaja en un colegio particular subvencionado perteneciente a una fundación sin fines de lucro. Dentro de la institución existe una dinámica de evaluación y retroalimentación del trabajo en aula. Por lo que se observan clases, se revisan las planificaciones, se realizan entrevistas con los coordinadores y jefes de departamentos. Las proposiciones del profesor son consideras aunque las jerarquías que existen en la institución se imponen en la estructuración del trabajo pedagógico.

Relación con la evaluación SIMCE

Visión sobre la evaluación SIMCE

El profesor Uribe, al igual que el profesor Jiménez, considera que existen algunas ventajas en conocer los resultados SIMCE; entre ellas, la evalaución puede ser un indicador de los aprendizajes de los estudiantes. Sin embargo lo considera muy general dado que no entrega mucho detalle y no le permite retroalimentar su trabajo en aula.

Influencia de los dispositivos SIMCE en las prácticas docentes

El profesor realiza un Taller SIMCE que cuenta con 2 horas pedagógicas semanales. Para esto trabaja una guía de 10 ejercicios semanal y un problema diario. Cada ejercicio hace referencia a un tipo de contenido. El ambiente de trabajo es por medio de la discusión de las estrategias de resolución. El profesor declara que las planificaciones de clases no son afectadas por SIMCE, sin embargo considera ejercicios tipo SIMCE para introducirlos en las guías de clases ordinarias.

Sensibilidad didáctica

El profesor privilegia la organización de las sesiones de clase. Una parte de las unidades son elaboradas en equipo y el 80% de las unidades temáticas son entregadas por una organización externa. Se trabaja mucho con guías de trabajo. Los estudiantes tienen una carpeta con sus guías de trabajo desde el comienzo de la unidad. El profesor privilegia el trabajo individual, el desarrollo de sesiones de clase mediante preguntas y respuestas y se apoya en los recursos de Internet y en programas computacionales. El profesor se siente más cómodo enseñando estadística y probabilidad. Una dificultad que se le ha presentado es el número pi. Para desarrollar este contenido usa material concreto. Trabaja las idea estimación de la noción de pi, área y perímetro.

5.4.1.3 Profesores de instituciones de 'Alta acción – Mediano desempeño'

Prof. Linderos – Escuela Perú

Formación y experiencia

Profesor de Educación General Básica, con mención en matemática. La mención la obtuvo mediante la realización de un postítulo en la universidad de Santiago. El postítulo le significó ser profesor consultor (proyecto LEM) y dentro del proyecto cumplía el rol capacitar a los profesores que hacían matemática en primer ciclo. Cuenta con 20 años de experiencia como profesor de segundo ciclo básico. En el año 2011 terminó un magíster en Gestión Educacional. Durante su desarrollo profesional ha realizado varios cursos de perfeccionamiento; uno de ellos fue en la Universidad de Granada, España. La pasantía en la universidad de Granada fue sobre el tema "Metodología prácticas de la enseñanza de matemática".

Posicionamiento institucional

El profesor cuenta con una antigüedad de 12 años en esta escuela básica municipal de la comuna de Santiago Centro. Cuenta con un contrato de 44 horas pedagógicas de las cuales 30 son en aula. Dentro de la institución es un profesor con gran autonomía y juego un rol de asesor con los profesores de primer ciclo.

Relación con la evaluación SIMCE

Visión sobre la evaluación SIMCE

El profesor Linderos tiene una visión positiva hacia la evaluación SIMCE, considerando que conocer los resultados obtenidos por los estudiantes le permite analizar una parte de sus aprendizajes y de las dificultades encontrados. Pese a ello, considera que la evaluación ignora el contexto de los estudiantes, por lo que considera que SIMCE es un instrumento de discriminación negativa. En particular él dice que la evaluación SIMCE ha cambiado la profesión del profesor ya que en ocasiones se termina trabajando para ella, poniendo el énfasis para entrenar a los estudiantes para contestar a la evaluación y obtener buenos resultados. Igualmente, nos manifestó que piensa que SIMCE podría ser un gran instrumento si produjeran y entregaran lineamientos para solucionar las falencias en la enseñanza. El profesor no siente que su escuela le impone exigencias, sin embargo que el gobierno sí las pone en la forma de recursos financieros vinculados a los resultados. Finalmente, menciona que el tema del dinero genera presiones e intereses para obtener buenos resultados.

Influencia de los dispositivos SIMCE en las prácticas docentes

El profesor Linderos es uno de los profesores que cuenta con más experiencia en la evaluación SIMCE, habiendo trabajado bastante en la preparación de SIMCE en 4to básico matemáticas. Dentro de su institución el profesor Linderos juega un rol de asesor de los profesores de primer ciclo escolar (alumnos de 6 a 10 años) en la asignatura de matemáticas. El profesor se encuentra a cargo de un taller que se llama *Matemática Recreativa*, pero reconoce que es principalmente un taller donde se trabaja para preparar a los estudiantes para la evaluación SIMCE; un Taller SIMCE. Este taller comenzó durante el año 2010 durante 1 hora semanal y se extendió a 2 horas el año siguiente, durante todo el año. En ese taller se revisan los Ensayos SIMCE entregados por coordinación del establecimiento y se realizan correcciones y discusiones sobre la forma de resolver una tarea. En ocasiones hace que los estudiantes trabajen de forma grupal en la revisión de los Ensayos SIMCE. El profesor trata de mostrar que es posible utilizar varias estrategias para responder a una misma pregunta. Trabaja con los estudiantes en preguntas de selección múltiple, enseñándoles a tener conciencia sobre la existencia de distractores en las alternativas que entregan. Para las correcciones de los Ensayos SIMCE, busca las tareas donde hubo menor logro y se la presenta a la clase. Sobre esta base les presentan varias estrategias de resoluciones posibles. Generalmente hace este tipo de correcciones mediante diapositivas de PowerPoint. Declara centrar su trabajo en hacer que los estudiantes comprendan la tarea y logren proponer una estrategias por medio de la representación gráfica del problema o la situación. Destacamos que el dispositivo Reforzamiento no es realizado por el profesor Linderos sino por un profesor externo con el cual no existe ninguna interacción pedagógica.

Sensibilidad didáctica

Se guía por una planificación entregada en el texto del profesor y el programa de estudio. Cuando inicia una unidad temática, se entrega una problematización, luego una clase más formal: preguntas, respuestas, sistematización de técnicas. Trabaja expresiones algebraicas con métodos gráficos, con la idea de realizar representaciones, con barrita y segmentos.

Prof. Gutiérrez – Colegio Chile

Formación y experiencia

Es un profesor de Estado y Estadística, con 34 años de experiencia como profesor de matemáticas, tanto en el segundo ciclo básico como en la enseñanza media. Durante sus años como profesor ha realizado varios cursos de perfeccionamiento.

Posicionamiento institucional

El profesor posee una antigüedad de 1 año en este colegio particular subvencionado de la comuna de Florida. Fue contratado para trabajar 44 horas pedagógicas de las cuales 38 son en aula. Dentro de la institución participa de varias evaluaciones internas: observaciones de clases, revisión de planificaciones, entrevistas con el coordinador y jefe de departamento. El profesor considera que existe una buena organización institucional y eso apoya su labor docente.

Relación con la evaluación SIMCE

Visión sobre la evaluación SIMCE

Tiene muchos años de experiencia con estudiantes que han rendido la evaluación SIMCE. El profesor recibe los resultados de los ensayos SIMCE y repasa o refuerza con los estudiantes los contenidos menos logrados. El profesor considera que SIMCE promueve un estándar de rendimiento, además, afirma que conocer los resultados es positivo. Sin embargo, considera que la evaluación no refleja ni los aprendizajes ni las dificultades de los estudiantes a nivel individual. Por lo tanto no cree que debería existir una medición de los estudiantes ya que existen muchas diferencias sociales y por esto es difícil comparar.

Influencia de los dispositivos SIMCE en las prácticas docentes

El profesor Gutiérrez cuenta con muchos años de experiencia con estudiantes que han rendido la evaluación SIMCE. Su colegio posee un departamento pedagógico exclusivamente par el trabajo con la evaluación SIMCE; la *Comisión SIMCE*. El profesor solamente recibe los resultados de los Ensayo SIMCE y refuerza los contenidos menos logrados en sus sesiones de clases ordinarias. Él no participa en ningún dispositivo SIMCE. Todas las acciones son gestionadas por la *Comisión SIMCE* y por personal externo. Aunque existan talleres SIMCE y reforzamiento hechos por el personal externo, la comisión le pide a él que refuerce los contenidos menos logrados por los estudiantes en los ensayos SIMCE. Al igual que el Profesor Linderos, el profesor Gutiérrez no interactúa con las personas encardas de poner en marcha los dispositivos SIMCE.

Sensibilidad didáctica

El profesor habla de una cadena de conocimientos, y piensa que la dificultad está en poder establecer las relaciones correctas entre contenidos. El profesor crítica bastante a los estudiantes, refiriéndose a ellos como personas que no se dedican a sus estudios.

Prof. Dunas – Colegio Argentina

Formación y experiencia

Profesor de Educacional General Básica. Obtuvo la mención en matemática por medio de la realización de un postítulo. Cuenta con 12 años de experiencia como profesor de matemática en segundo ciclo. Ha participado en varios cursos de apropiaciones curriculares y de tecnologías educativas.

Posicionamiento institucional

El profesor trabaja hace 10 años en el liceo particular subvencionado de la comuna de Quilicura. Posee un contrato de trabajo de 44 horas pedagógicas de las cuales 42 son en aula. Existen diferentes instancias de participación y discusión dentro del establecimiento. Dentro del establecimiento participa en observaciones de clases, revisión de planificaciones y entrevistas con el coordinador académico del establecimiento. El profesor es considerado positivamente dentro de la institución y lo destacan por su dominio en el aula y por los resultados que obtienen sus estudiantes.

Relación con la evaluación SIMCE

Visión sobre la evaluación SIMCE

El profesor participa en la revisión de los Ensayos SIMCE. Corrige junto a los estudiantes los ejercicios en función de las dificultades que muestra en ellos. Pone énfasis en las técnicas de resolución. El profesor posee una visión positiva de SIMCE y está de acuerdo en la utilidad que tiene conocer los resultados SIMCE. Declara introducir con frecuencia ejercicios de tipo SIMCE en sus actividades de aula y señala que conociendo los resultados le permite ver las dificultades de sus estudiantes y modificar sus planificaciones si es necesario.

Influencia de los dispositivos SIMCE en las prácticas docentes

Como el profesor Gutiérrez, el profesor Dunas no participa en los dispositivos puestos en marcha por su institución: *Ensayos SIMCE, Contratación de personal externo*, etc. El profesor solamente realiza la revisión de los Ensayos SIMCE con los estudiantes, corrigiendo conjuntamente las tareas en función de las dificultades observadas en los resultados. Nos señala que al momento de corregir las tareas pone énfasis en las técnicas de resolución. En general, es él quien realiza las tareas e introduce permanentemente preguntas para hacer participar a los estudiantes. El profesor Dunas también declara insertar con frecuencia tareas de tipo SIMCE en sus actividades de aula. Igualmente nos señala que según los resultados que obtengan los estudiantes en los ensayos, constata las dificultades en el aprendizaje en los contenidos y modifica sus planificaciones para volver a trabajar un contenido si es necesario.

Sensibilidad didáctica

El profesor utiliza como estrategia de trabajo la imposición de un ritmo rápido de trabajo con los estudiantes. Las clases las formula utilizando el texto del profesor y complementa su trabajo acudiendo a otras fuentes, principalmente Internet. Privilegia el trabajo individual, las clases se desarrollan en función de preguntas y respuestas y los estudiantes utilizan bastante sus textos escolares.

Prof. Ocaña – Liceo Bolivia

Formación y experiencia

Licenciado en Ciencias Exactas (física y matemática), se encuentra cursando el penúltimo año de Pedagogía en Matemática en la Universidad Sek. Cuenta con 3 años de experiencia como profesor de las disciplinas de Física y Matemáticas en la enseñanza media. Durante el año 2011 trabajó como profesor de matemática en 8avo. año básico. Ha realizado cursos de perfeccionamiento en Tecnología Educativa y en Didáctica, pero considera que ninguno le ha proporcionado suficientes conocimientos para ser explotados en la sala de clase con sus estudiantes.

Posicionamiento institucional

El profesor trabaja desde hace 2 años en este colegio secundario particular subvencionado perteneciente a la comuna de Maipú. Posee un contrato laboral de 26 horas pedagógicas y las mismas 26 horas son presenciales en aula. El establecimiento se entrevista con el profesor y le revisa las planificaciones de clases, ninguna de estas acciones son frecuentes durante el año escolar. No existen muchas instancias de discusión dentro del establecimiento. El profesor declara que *"el colegio mide a los profesores por el resultado SIMCE"* y que una gran parte del trabajo del profesor se enfoca en la obtención de buenos resultados SIMCE. Declara que los contenidos se pasan en función de la evaluación SIMCE, es decir, entre marzo a octubre todos los contenidos del programa deben haberse trabajado, siendo que el año escolar termina en el mes de diciembre. Los textos solicitados a los alumnos son aquellos que refuerzan SIMCE. De igual forma, las últimas 5 semanas antes de la evaluación SIMCE los subsectores que no serán evaluados por SIMCE tienen que reforzar para SIMCE. El profesor considera que el establecimiento impone altas exigencias a los profesores y que ellos no tienen mucha influencia en las decisiones que se toman dentro de la institución.

Relación con la evaluación SIMCE

Visión sobre la evaluación SIMCE

El profesor Ocaña está de acuerdo en que los resultados SIMCE le permiten diagnosticar las fortalezas y las debilidades de sus estudiantes, ayudándole a establecer metas de superación en función de los aprendizajes de sus alumnos. Sin embargo, critica su institución por las altas demandas que le han impuesto en cargo laboral adicional, relacionado a SIMCE, y expectativas de resultados. El profesor declara que el colegio mide a todos los profesores por el resultado SIMCE y que una gran parte del trabajo del profesor se enfoca en la obtención de buenos resultados SIMCE. Esto influye su trabajo en varias formas. Él tiene que pasar los contenidos en función de la evaluación SIMCE, asegurando que todos los contenidos del programa se hayan trabajado en los primeros 8 meses del año escolar (marzo a diciembre) para la evaluación en el mes de octubre. Además, los textos solicitados a los alumnos son aquellos que refuerzan SIMCE. Otro aspecto negativo que nos señala el profesor es la relación de tensión que existe entre los estudiantes, el profesor y la institución, generado por la idea de obtener buenos resultados.

Influencia de los dispositivos SIMCE en las prácticas docentes

El profesor Ocaña posee varias responsabilidades en la puesta en marcha de los dispositivos SIMCE, sin recibir mucho apoyo por parte de la institución. El profesor Ocaña se encarga de la elaboración del material del Ensayo SIMCE, del Reforzamiento Matemático, de la realización del dispositivo Taller SIMCE y del Ensayo SIMCE. El taller SIMCE lo desarrolla durante 2 horas pedagógicas semanales, durante todo el año escolar. El profesor nos señala que el objetivo del taller es practicar los contenidos aprendidos utilizando un texto de tareas de tipo SIMCE, que los estudiantes deben comprar. Los Ensayos SIMCE los realiza en las horas de clase ordinarias y hacen las corrección con los estudiantes en las horas del Taller SIMCE. También nos señala que al momento de hacer las correcciones pone énfasis en el reforzamiento de los contenidos menos logrados por los estudiantes. Existe un tipo de reforzamiento matemático con características particulares en la institución. Este reforzamiento es elaborado por el profesor Ocaña y realizado por profesores de otra asignatura como inglés o música. El reforzamiento comienza en las últimas 5 semanas antes de la evaluación SIMCE y se realizan en las asignaturas que no serán evaluadas por SIMCE. Por ejemplo la profesora de Inglés dedica las 3 horas de sus clase semanales para reforzar los temas que el profesor Ocaña le entrega, generalmente mediante una guía de trabajo con contenido y tareas. Luego la profesora de Inglés le debe dar un informe al profesor Ocaña sobre lo que desarrollan en clase y a partir de esa información el profesor prepara más material para continuar reforzando. El profesor Ocaña considera que el establecimiento impone altas exigencias a los profesores y que ellos no tienen mucha influencia en las decisiones que se toman dentro de la institución. Por último el profesor Ocaña nos señaló que sus planificaciones de clase y en general de su el trabajo como profesor se ven fuertemente influenciado por SIMCE.

Sensibilidad didáctica

Para la organización de sus planificaciones utiliza el programa de estudios 2009, donde extrae las unidades temáticas. Luego realiza la presentación de las unidades en función del texto del profesor. Para el tipo de ejercicios, problemas y evaluaciones utiliza principalmente otras fuentes (Internet y diferentes textos escolares). Al comienzo de la clase presenta un resumen de lo que hará durante la sesión de clase. Como recurso utiliza bastante la pizarra para hacer dibujos y para que los estudiantes escriban en ella. Principalmente hace que los estudiantes trabajen de forma individual, con guías y con el texto escolar. Considera que el contenido de las fracciones y la geometría les resultan difíciles a los estudiantes. Dentro del contenido de la geometría el contenido de volumen le resulta incómodo de enseñar por la cantidad de fórmulas.

5.4.1.4 Profesores de instituciones de 'Alta acción – Bajo desempeño'

Prof. Méndez – Escuela Uruguay

Formación y experiencia

Es profesor de Educación General Básica, con mención en matemática. La mención la obtuvo mediante la realización de un postítulo en la universidad de Santiago. Ha realizado varios cursos de perfeccionamiento: computación y resolución algebraica.

Posicionamiento institucional

El profesor trabaja desde hace 3 años en esta escuela básica municipal de la comuna de Santiago Centro. Cuenta con un contrato de 30 horas pedagógicas de las cuales 24 horas son en aula. No hay muchas instancias de interacción entre el profesor y la institución. Solo se observa la revisión de las planificaciones y una entrevista con el jefe del departamento, además de reuniones sobre los contenidos y los aspectos valóricos. El profesor señala sentirse un poco solo en su trabajo de aula. Siente que la coordinación lo deja solo y que no tiene apoyo. Le gustaría poder hacer un trabajo conjunto con la coordinación de la institución y sentirse apoyado por ella.

Relación con la evaluación SIMCE

Visión sobre la evaluación SIMCE

El profesor Méndez no tiene mucha experiencia con la evaluaciones SIMCE. Él nos señala no encontrar ventajas en la evaluación SIMCE, salvo conocer los resultados que le sirven para evaluarse al final del año y ver si ha realizado bien su trabajo. Además, considera que la evaluación genera discriminación ya que existen muchas diferencias entre escuelas, lo que no se considerada. El profesor también remarca que existe una diferencia en preparar los estudiantes para la prueba SIMCE y hacer logren aprendizajes matemáticos. Finamente, él manifiesta que siente mucha presión del colegio por obtener buenos resultados.

Influencia de los dispositivos SIMCE en las prácticas docentes

Pudimos identificar poca precisión en las funciones del profesor Méndez, tanto en su trabajo con SIMCE como en su trabajo de aula. El profesor tiene a cargo una parte de los Ensayos SIMCE. Durante el año 2011 trabajaron 4 Ensayos SIMCE; 2 fueron elaborados por él y 2 por la coordinación de la escuela. El profesor revisa con los estudiantes los Ensayos SIMCE, poniendo el énfasis en los ejercicios con mayor dificultad. También nos señaló introducir tareas de tipo SIMCE al momento de ejercitar un contenido en las sesiones de clase ordinarias y en las evaluaciones de las unidades temáticas. Finalmente nos declaró que a diferencia de los otro profesores, él califica con una nota los Ensayos SIMCE como si fueran pruebas de sesiones ordinarias. Estos pasan a ser parte las evaluaciones sumativas de la educación formal.

Sensibilidad didáctica

El profesor trata de contextualizar y adecuarse a la realidad de los estudiantes. Para eso, realiza evaluaciones diagnóstico. Las clases son en función de preguntas y respuestas, los estudiantes trabajan principalmente de forma individual y el material más utilizado es el manual escolar y las guías de trabajo en clase.

Prof. Maldonado – Escuela Paraguay

Formación y experiencia

Profesor de Educación General Básica, comenzó un postítulo en inglés, que no pudo terminar. Cuenta con 3 años de experiencia como profesor de matemática en segundo ciclo básico. Ha realizado muchos cursos de perfeccionamiento orientados a la motivación educacional; cree que es muy necesario para trabajar con los estudiantes.

Posicionamiento institucional

El profesor trabaja en una escuela básica municipal de la comuna de Quinta Normal, desde hace 2 años. Su contrato laboral es de 44 horas pedagógicas de las cuales 43 son en aula. Dentro de la institución participa de varias evaluaciones internas: observaciones de clases, revisión de planificaciones, entrevistas con el coordinador y jefe de departamento. Participa en instancias interdisciplinarias donde los temas destacados son los contenidos y los aspectos valóricos. El profesor manifiesta recibir mucho apoyo en su labor docente.

Relación con la evaluación SIMCE

Visión sobre la evaluación SIMCE

El Profesor Maldonado ha realizado muchos cursos de perfeccionamiento orientados a la motivación educacional, él manifiesta que esta formación es muy necesario para trabajar con los estudiantes. A la hora de nuestra entrevista nunca había participado en una evaluación SIMCE. Aunque cree que SIMCE ayuda a nivelar todos colegios mediante un estándar, él tiene una actitud negativa hacia la evaluación SIMCE, citando que es una prueba injusta que no considera el contexto humano de cada comuna. Declara no verle una gran utilidad a los resultados, considerando que no permiten realmente conocer los aprendizajes ni las dificultades de los estudiantes. En particular cree que es una evaluación que margina a los establecimientos escolares: aquellos con buenos resultados ganan más dinero, mientras que los que tiene malos resultados tienden a desaparecer.

Influencia de los dispositivos SIMCE en las prácticas docentes

El 2011 sería el primer año en que el profesor Maldonado prepara a una clase para pasar la prueba SIMCE. Desde el segundo semestre de ese año dedica los últimos 15 minutos de cada clase para hacer 10 tareas de tipo SIMCE con sus alumnos. En general las tareas que trabaja están relacionados con lo que vio en su clase. Señala trabajar con sus alumnos tanto de forma grupal como individual, y frecuentemente utiliza varios tipos de materiales como la calculadora, el texto escolar, Internet y programas computacionales. Generalmente se apoya en información de Internet para desarrollar sus clases, dado que siente que hay varios temas que debe mejorar, como por ejemplo la geometría. A partir de investigaciones en Internet realiza guías de matemáticas para los estudiantes. Manifiesta recibir mucho apoyo de la administración escolar en su labor docente. Su colegio realiza ensayos SIMCE, administrados durante otras horas de curso (ej. religión, música, arte) y organizados por una comisión SIMCE especial que han creado. El profesor declara no adecuar sus planificaciones en función de SIMCE.

Sensibilidad didáctica

Como señalamos el profesor generalmente se apoya con información de Internet para desarrollar sus clases. Nos afirma que siente que lo que le cuesta entender a él es lo que le costará entender a sus estudiantes. El profesor señala trabajar con los estudiantes tanto de forma grupal como individual y frecuentemente utiliza varios materiales: calculadora, texto escolar, Internet, programas computacionales.

Prof. Vásquez – Escuela Panamá

Formación y experiencia

Es una profesora de educación general básica con mención en matemática. La mención la obtuvo mediante la realización de un postítulo en la universidad de los Lagos. Cuenta con 34 años de experiencia como profesora de segundo ciclo básico. Durante su desarrollo profesional ha realizado varios cursos de perfeccionamiento de los que destaca la formación sobre las apropiaciones curriculares y los cursos de Informática Educativa.

Posicionamiento institucional

La profesora trabaja actualmente en un Escuela Básica Municipal en la comuna de Quinta Normal. Su antigüedad en esa escuela es de 34 años, con un contrato de 30 horas semanales de las cuales 28 son en aula. Existen diferentes instancias de participación y discusión dentro del establecimiento. Los temas más frecuentes son la metodología de enseñanza y los contenidos a enseñar. Dentro del establecimiento participa de observaciones de clases, revisión de planificaciones y entrevistas con el coordinador académico del establecimiento. Ella posee bastante autonomía dentro de la institución, dado que no le exigen preparar a los estudiantes para la evaluación SIMCE. Asimismo manifiesta no estar de acuerdo con trabajar para que los estudiantes rindan la evaluación y al interior de la escuela respetan su postura. Los dispositivos SIMCE son trabajados pero es la institución que se hace cargo de ponerlos en marcha.

Relación con la evaluación SIMCE

Visión de la evaluación SIMCE

La profesora Vásquez en general tiene una opinión relativamente negativa sobre la evaluación. Ella considera que la evaluación descalifica a los colegios y a los profesores y de igual forma señala que los estudiantes son personas y medir a todos los estudiantes de igual forma es una desventaja. Sin embargo, valora el conocer los resultados SIMCE, en especial los niveles de logro de sus estudiantes pues por medio de ellos logra saber si han aprendido la mayoría o no. Finalmente, notamos que en el SIMCE 2009 su clase obtuvo 234 puntos, un resultado relativamente bajo

Influencia de los dispositivos SIMCE en las prácticas docentes

Al momento de realizar la entrevista y comenzar a discutir sobre la evaluación SIMCE la profesora nos respondió que "*No trabaja el SIMCE*", que solamente se centra en trabajar los contenidos del programa. La profesora declara que dentro de la institución los dispositivos SIMCE son organizados por la jefa de la Unidad Técnico Pedagógica (UTP) y el personal externo que contratan. De los dispositivos SIMCE que existen dentro de su institución la profesora Vásquez solamente trabaja en el reforzamiento matemático con los estudiantes del quinto al octavo año básico, durante 1:30 hora cada miércoles del segundo semestre. Ella declara dedicar un tiempo dentro de las horas de clase ordinarias para revisar los Ensayos SIMCE con los estudiantes. La revisión se realiza en función de los errores que cometen los estudiantes al momento de resolver las tareas del ensayo y de igual forma pone énfasis en la lectura de los enunciados. La profesora también declara que sus planificaciones no son influenciadas por SIMCE, sin embargo dice introducir frecuentemente ejercicios tipo SIMCE, tanto en sus evaluaciones sumativas como en sus guías y ejercicios de trabajo en clase.

Sensibilidad didáctica

Para la organización de sus planificaciones utiliza el programa de estudios 2009. Las unidades, contenidos y ejercicios para realizar sus clases son extraídas del programa antes señalado. De igual forma se apoya en el manual del profesor y del alumno, en especial para seleccionar tareas que le permitan a los estudiantes ejercitar los conocimientos y otras tareas que utiliza en las evaluaciones. Declara tener todas las sesiones de clase desde el comienzo del año escolar organizadas para desarrollar con los estudiantes, pero considera cierta flexibilidad según los aprendizajes de ellos. Considera que los estudiantes necesitan de motivación para tener una actitud más participativa, para ello utiliza bastante la Tecnología Educativa: Programa de Software, presentaciones en PowerPoint, pizarra interactiva y Notebooks. Para el desarrollo de sus clases privilegia el trabajo individual de los estudiantes. Las clases son realizadas en función de preguntas y respuestas, guías de trabajo y el texto escolar del estudiante. Reconoce que existe ciertos contenidos en los que se considera más fuerte como: álgebra, y las potencias. De igual forma en otros se siente débil: datos y azar y geometría. En aquellos temas que no maneja busca los medios para suplir sus falencias.

Prof. Bisbal – Escuela Ecuador

Formación et experiencia

Profesor de Educación General Básica con mención en Educación Física. Cuenta con dos postítulos de especialización en las disciplinas de Inglés y Matemáticas. Posee 13 años de experiencia como profesor en diferentes áreas: Ed. Física, Inglés y Matemática en Segundo Ciclo Básico. Ha realizado varios cursos de perfeccionamiento, sin embargo reconoce que tiene muchos vacíos en su formación inicial y que mediante los pos títulos ha ido mejorando su formación.

Posicionamiento institucional.

El profesor trabaja en la escuela básica municipal Ecuador en la comuna de Quinta Normal. Desde hace 3 años trabaja en esta escuela como profesor de matemática. Tiene un contrato de 30 horas pedagógicas, las mismas 30 horas son de trabajo en aula. El profesor trabaja en dos instituciones a la vez, y declara que en la segunda institución donde trabaja las exigencias son más altas que en la institución de Quinta Normal, pero en ambas instituciones el profesor debe entregar sus planificaciones de clase, y es observado y entrevistado por el coordinador del establecimiento.

Relación con la evaluación SIMCE

Visión sobre la evaluación SIMCE

El profesor Bisbal muestra una actitud positiva hacia la evaluación SIMCE, considerando que evalúa el conocimiento mínimo que los alumnos deberían aprender y que le permite conocer los aprendizajes de los estudiantes y tomar medidas adaptadas en función de eso. En cambio no está de acuerdo con las comparaciones entre colegios dado que el contexto de los alumnos es muy diferente unos con los otros.

Influencia de los dispositivos SIMCE en las prácticas docentes

El profesor Bisbal pone en marcha el taller SIMCE y la corrección del ensayo SIMCE. Este última, que existe desde mayo 2011, está construido por el jefe del UTP[19] y administrado durante otras asignaturas. Después de obtener los resultados de

[19] UTP: Unidad técnica pedagogía - el grupo encargado de la administración de la enseñanza

los ensayos él realiza un reforzamiento matemático, buscando nuevas estrategias para mejorar los resultados. Además hace un seguimiento de los resultados obtenidos en los ensayos de sus estudiantes mediante tabulaciones Excel, que comparte con ellos para que se den cuenta como avanzan. De esa forma va reforzando los contenidos durante el año escolar. En el segundo semestre del 2011, el profesor organizó un Taller SIMCE semanal para los estudiantes, donde crearon una carpeta con definiciones de conceptos matemáticos. El taller se realizó en el laboratorio de computación para que los estudiantes pudieran acceder a información por Internet. Finalmente, el profesor Bisbal nos señaló que después de la evaluación SIMCE del 2009 le pidió a sus estudiantes que recordaran las preguntas de la prueba y con esa información reconstituyó la evaluación en la clase. A partir de eso vio que las preguntas y los contendidos evaluados eran cercanos a lo que él había enseñado.

Sensibilidad didáctica

El profesor trabaja con el programa de estudio del 2009. Declara que en la escuela en que trabaja existe la necesidad de adaptar las unidades temáticas. Se siente frustrado porque ve que los estudiantes no aprenden y no entiende por qué ocurre eso.

Prof. Armijo – Escuela México

Formación y experiencia

Profesora de Educación General Básica. Cuenta con 4 años de experiencia como profesora de primer y segundo ciclo básico. Durante el 2011 ha participado en cursos de perfeccionamiento enfocados a profundizar contenidos matemáticos concernientes al segundo ciclo básico.

Posicionamiento institucional

La profesora trabaja actualmente en la Escuela Básica Municipal México en la comuna de Quinta Normal. Tiene 3 años de antigüedad en esa escuela y tiene un contrato de 36 horas semanales de las cuales 33 son en aula. No existen muchas instancias de discusión dentro del establecimiento. Aunque dentro del establecimiento participa de observaciones de clases, revisión de planificaciones y entrevistas con el coordinador académico del establecimiento. Dentro de la institución identifica la problemática de la asistencia a clases de los estudiantes. Durante el año hay una alta inasistencia. La profesora realiza un trabajo de seguimiento de los estudiantes que faltan con frecuencia, por medio de reuniones con sus padres. Durante el año 2011 ha realizado clases a 8avo. básico por primera vez. Durante el segundo semestre la dirección del colegio introdujo un "profesor" para trabajar SIMCE.

Relación con la evaluación SIMCE

Visión sobre la evaluación SIMCE

En el momento de nuestra entrevista en el 2011 era la primera vez que tenía que prepara una clase para la evaluación SIMCE. La profesora tiene una opinión relativamente positiva sobre la evaluación. Piensa que por medio de los resultados es posible conocer el rendimiento de los estudiantes y así reforzar los aprendizajes débiles. También declara que conocer los niveles de logro le permite retroalimentar su trabajo docente y reformular sus prácticas de aula. En cambio lo que le parece negativo es la consideración de la evaluación solo para obtener buenos resultados y se dejen de lado la enseñanza, haciendo que los estudiantes comiencen a trabajar de forma mecanizada.

Influencia de los dispositivos SIMCE en las prácticas docentes

Como mencionamos, el 2011 era la primera vez que la profesora Armijo iba a preparar la evaluación SIMCE. Al comienzo del año escolar ella organizaba guías con tareas SIMCE y las trabajaba con los estudiantes. Durante el segundo semestre la escuela contrató a un profesional externo, cuya formación no es clara par la profesora. Ambos trabajan cada clase de matemática de forma conjunta durante 6 horas pedagógicas semanales. La elaboración del material – guías de trabajo y ensayo SIMCE - y la realización de la clase han quedado principalmente a responsabilidad del profesional externo. Sin embargo la profesora Armijo apoya al profesional externo en repasar las guías de 7 a 10 tareas en cada sesión de clase. La profesora señala que desde el periodo que las clases se realizan de forma conjunta no ha podido avanzar en las unidades temáticas que tenía organizadas para el semestre. Para terminar, la profesora Armijo identifica el problema de la asistencia a clases de los estudiantes dentro de la institución. Durante el año hay una alta inasistencia. Por esto hecho la profesora realiza un trabajo de seguimiento de los estudiantes que faltan con frecuencia, por medio de reuniones con sus padres.

Sensibilidad didáctica

Para la organización de sus planificaciones utiliza el programa de estudios 2009. Las unidades temáticas las extrae del programa antes señalado. La presentación de las unidades, el tipo de ejercicios, problemas y evaluaciones utiliza principalmente el texto de los profesores, el texto del alumno, otras fuentes (Internet). Para el desarrollo de sus clases al comienzo de las unidades se apoya con una presentación en PowerPoint, para motivar a los estudiantes. Luego, pasa a la conceptualización de nociones y finalmente a la ejercitación. Para el desarrollo de sus clases privilegia el trabajo individual de los estudiantes, las clases son realizadas en función de guías de trabajo y la utilización del texto escolar del estudiante. La profesora identifica que existe ciertos contenidos en los que se considera más fuerte como: Datos y Azar. De igual forma en otros se siente débil: Funciones. En aquellos temas que no maneja busca los medios para suplir sus falencias. En la formación inicial tuvo mala experiencia, por mala organización de la carrera. considera que tiene muchos vacíos en Matemática, pero busca información en Internet, se apoya con los colegas y se ha comprado libros. Hay dos profesores más que hacen la asignatura de matemáticas, pero ninguno tiene especialización en matemática. Se tratan de apoyar entre los profesores, pero de manera informal, pues cada uno tiene su trabajo y si en el caso que coincidan en un momento discuten sobre los contenidos o estrategia de enseñanza.

5.4.2 Comparación de los perfiles de profesores

En las secciones precedentes elaboramos un perfil de cada profesor a través de los datos recolectados mediante los cuestionarios y entrevistas. Dado la amplitud y la riqueza de información obtenida no es fácil hacer una comparación sintética para entender de manera simple como los profesores se comparan entre ellos según las cuatro dimensiones definidas: *Formación y experiencia, Posición institucional, Relación a la evaluación SIMCE, Sensibilidad didáctica*. Por esa razón proponemos elaborar una comparación gráfica de los perfiles de los profesores mediante una cuantificación de las cuatro dimensiones a partir de datos representativos de cada una de ellas.

5.4.2.1 Método de cuantificación de los perfiles de profesor

Para cuantificar dimensiones de los perfiles de los profesores primero tomamos conjuntos de preguntas claves, provenientes del cuestionario y de las entrevistas, que pensamos caracterizan cada una las cuatro dimensiones (cf. § 5.4.1.1). A partir del rango de las respuestas definimos un valor de 1 a 4 que nos permite valorar cada respuesta obtenida. Un valor de 4 refleja un *alto* nivel para una dimensión particular, un 3 y 2 reflejan un nivel *intermedio-alto* y *intermedio-bajo* respectivamente, mientras que un valor 1 refleja un nivel *estándar*. En los casos donde nos es posible atribuir valores de 1 a 4 a las respuestas usamos un rango de valores apropiados y luego normalizado los resultados sobre la base de 4. De esta forma obtenemos un conjunto de respuestas con valor de 1 a 4, para cada pregunta. Dentro de cada dimensión le damos un peso equivalente a las preguntas asociadas y tomamos el promedio de esos valores para obtener el valor para la dimensión. De esta forma generamos un perfil numérico, compuesto de un valor de 1 a 4 por dimensión, para cada profesor. A continuación describimos este proceso en detalle para las cuatro dimensiones.

5.4.2.2 Cuantificación de dimensión 'Formación y experiencia'

Para caracterizar la formación y experiencia del profesor consideramos las siguientes tres preguntas del cuestionario y cuantificamos sus respuestas según el criterio indicado en la Tabla 5.15:

Pregunta — **Respuestas y Valores**

1) **¿Cuál es su título Profesional?**

Titulo	Valor (1-3)
Prof. Educ Básica	1
Prof. de Estado	2
Prof. de Matemática	3

3) **¿Tiene alguna especialización posterior a su título profesional?**

Tipo del postítulo más avanzado	Valor (1-3)
Postítulo / Diplomado	1
Magíster	2
Doctorado	3
+ Cursos de perfeccionamiento / Otro	+ 1

4) **¿Cuántos año de experiencia tiene como profesor?**

Años de experiencia	Valor (1-4)
0 - 5	1
6 - 10	2
11 - 20	3
20+	4

Tabla 5.15 – 'Formación y experiencia': Preguntas y valores por respuesta

A través de está operación obtenemos un conjunto de valores representando la *Formación y experiencia* de cada uno de nuestros profesores (Figura 5.2).

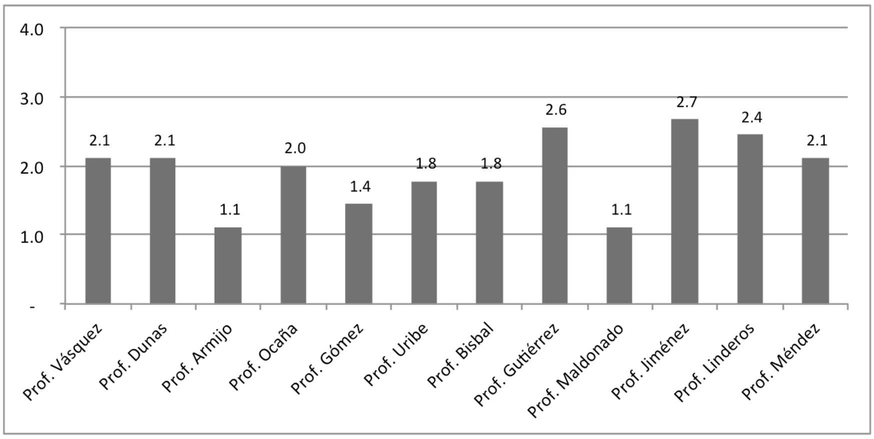


Figura 5.2 –'Formación y Experiencia' – Valores por profesor

5.4.2.3 Cuantificación de dimensión 'Posición institucional'

Para caracterizar la posición institucional del profesor consideramos las siguientes tres preguntas del cuestionario y de la entrevista y cuantificamos sus respuestas según los criterios indicados en la Tabla 5.16:

Pregunta | **Respuestas y Valores**

5) **¿Desde cuantos años trabaja en este establecimiento?**

Años de Trabajo	**Valor** (1-4)
0 - 5	1
6 - 10	2
11 - 20	3
20+	4

6) **¿Cuántas horas cronológicas contratadas tiene a la semana en este establecimiento?**

Horas Semanales de Trabajo	**Valor** (1-4)
0 - 25	1
26 - 30	2
31 - 35	3
36+	4

Entrevista
Participa Ud. en los dispositivos SIMCE

Participación en Dispositivos SIMCE	**Valor** (1-4)
No	1
Si: 1	2
Si: 2	3
Si: 3+	4

Tabla 5.16 – 'Posición institucional': Preguntas y valores por respuesta

A través de está operación obtenemos un conjunto de valores que representan la *Formación y experiencia* de cada uno de nuestros profesores (Figura 5.3)

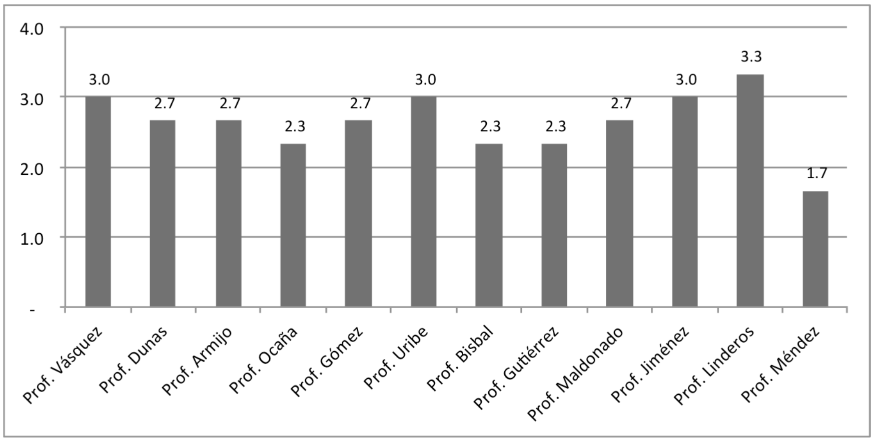


Figura 5.3 –'Posición institucional' – Valores por profesor

5.4.2.4 Cuantificación de dimensión 'Relación a la evaluación SIMCE'

Para caracterizar la relación a la evaluación SIMCE del profesor consideramos las

Pregunta — **Respuestas y Valores**

19) **¿Cuán de acuerdo está usted con que conocer los resultados de la prueba SIMCE sirve para?:**

a) Elaborar planes de mejoramiento
b) Fortalecer el trabajo de los profesores
c) Facilitar el análisis de los resultados SIMCE
d) Diagnosticar fortalezas y debilidades de los alumnos
e) Conocer qué es lo que evalúan las pruebas del SIMCE
f) Establecer metas de superación en relación con el aprendizaje de los alumnos

Nivel de Acuerdo	**Valor** (1-4)
Muy en desacuerdo	1
En desacuerdo	2
De acuerdo	3
Muy de acuerdo	4

23) **¿Piensa que la información de los resultados SIMCE permite comprender las dificultades que los estudiantes poseen frente a determinados contenidos?**

Opinión sobre la pregunta	**Valor** (1-4)
No	1
Si	4

24) **¿Considera que los resultados SIMCE tienen relación o reflejan los aprendizajes de los estudiantes?**

Opinión sobre la pregunta	**Valor** (1-4)
No	1
Si	4

25) **¿Piensa que su labor o trabajo docente se ve influenciado por los resultados de la evaluación SIMCE?**

Opinión sobre la pregunta	**Valor** (1-4)
No	1
Si	4

21) **¿Considera la información que entrega SIMCE para realizar sus planificación?**

Opinión sobre la pregunta	**Valor** (1-4)
No	1
Si	4

22) **Indique con qué frecuencia introduce ejercicios tipo SIMCE en las siguientes actividades**

a) En las evaluaciones sumativas por unidad
b) En las guías de ejercitación
c) En trabajos grupales en clases
d) En ejercicios de aplicación
e) En tareas para la casa

Nivel de Frecuencia	**Valor** (1-4)
Nunca / casi nunca	1
Ocasionalmente	2
Frecuentemente	3
Siempre / casi siempre	4

Tabla 5.17 – 'Relación a la evaluación SIMCE': Preguntas y valores por respuesta

siguientes seis preguntas del cuestionario y cuantificamos sus respuestas según los criterios indicados en la Tabla 5.17:

A través de está operación obtenemos un conjunto de valores que representan la *Relación a la evaluación SIMCE* de cada uno de nuestros profesores (Figura 5.4).

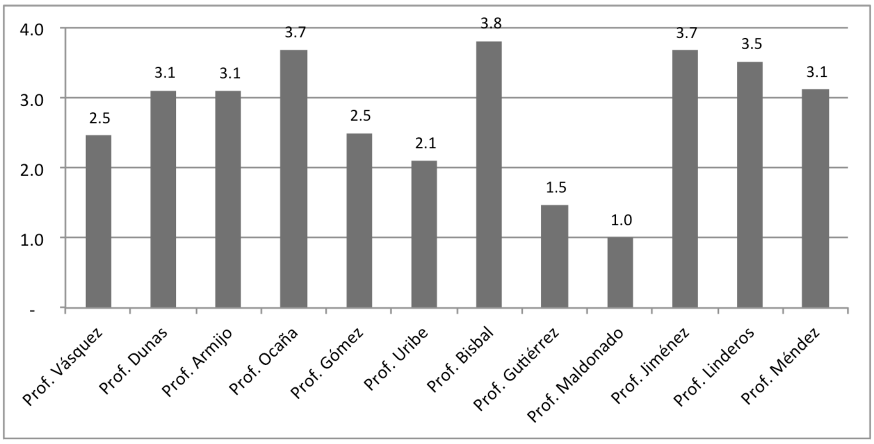


Figura 5.4 –'Relación a la evaluación SIMCE' – Valores por profesor

5.4.2.5 Cuantificación de dimensión 'Sensibilidad didáctica'

Para caracterizar la sensibilidad didáctica del profesor consideramos las siguientes tres preguntas del cuestionario y cuantificamos sus respuestas según los criterios indicados en la Tabla 5.18:

Pregunta | **Respuestas y Valores**

13) **En la planificación de clases, cuál es su principal fuente de infomación escrita cuando…**

a) Decide qué temas enseñar (objectivos)
b) Decide cómo presentar un tema
c) Selecciona problemas y ejercicios para trabajar en clases o como tareas
d) Selecciona problema y aplicaciones para evaluación

Fuenta Usada	**Valor** (Por fuente)
Proyecto educativo y/o curiulcar del establecimiento	1
Planes y programas de estudio (Mineduc)	1
Reglamento de evaluación	1
Texto del profesor	1
Texto del alumno	1
Otras fuentes	1

15) **¿Con qué frecuencia emplea en clases, con los alumnos de este curso, las siguientes estrategias o metodologías?**

a) Trabajo grupal de los alumnos
b) Trabajo individual de los alumnos
c) Exposición verbal de los contenidos de aprendizaje
d) Organización de la clase sobre la base de preguntas y respuestas
e) Uso de guías de aprendizaje
f) Uso de cuestionarios breves
g) Exposiciones orales sobre distintos temas por parte de los alumnos
h) Investigaciones bibliográficas e informes escritos por parte de los alumnos

Nivel de Frecuencia	**Valor** (1-4)
Nunca / casi nunca	1
Ocasionalmente	2
Frecuentemente	3
Siempre / casi siempre	4

16) **Con respecto a los alumnos de este curso, ¿con qué frecuencia utiliza en clases los siguientes recursos?**

a) Texto escolar
b) Programas computacionales
c) Internet
d) Calculadora

Nivel de Frecuencia	**Valor** (1-4)
Nunca / casi nunca	1
Ocasionalmente	2
Frecuentemente	3
Siempre / casi siempre	4

Tabla 5.18 – 'Sensibilidad didáctica': Preguntas y valores por respuesta

A través de está operación obtenemos un conjunto de valores que representan la *Sensibilidad didáctica* de cada uno de nuestros profesores (Figura 5.5).

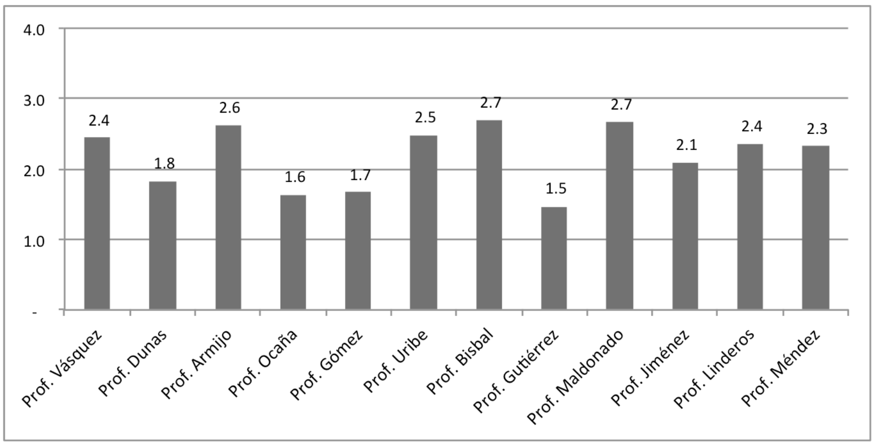


Figura 5.5 –'Sensibilidad didáctica' – Valores por profesor

5.4.3 Comparación de perfiles de los profesores por categoría institucional

Perfiles de profesores de Cat. 1 - 'Alta acción – Alto desempeño'

En la figura 5.6 comparamos los tres perfiles de los profesores de la primera catergoría institucional. Dentro de esta categoría el profesor Jiménez tiene un nivel de *formación y experiencia* de un nivel más alto que los otros dos. Esto es el resultado de sus 11 años de enseñanza y porque fue formado como profesor de matemática. En cambio los profesores Uribe y Gómez han compensado sus formaciones básicas con postítulos. Todos han hecho cursos de perfeccionamiento. Los tres profesores tienen un nivel de *posición institucional* intermedio-alto dado que llevan varios años trabajando en sus instituciones, ejerciendo más de 36 horas en aula y que sus direcciones respectivas confían en ellos para dejarles participar en dos o más dispositivos SIMCE. En cambio, en su *relación con la evaluación SIMCE* observamos niveles diferentes. El profesor Jiménez dice tener una muy buena visión de la evaluación y declara tomar los resultados en cuenta en su planificación y trabajo con sus estudiantes, posicionándolo al nivel alto. En cambio el profesor Uribe, que tiene una visión relativamente positiva de SIMCE, no la toma en cuenta sistemáticamente cuando trata de entender dificultades de sus alumnos o para sus planificaciones de cursos, poniéndolo al nivel intermedio-bajo. En los tres casos tienen un nivel de sensibilidad didáctica cerca del intermedio-bajo como aplican diversas estrategias didácticas en sus actividades docentes de manera ocasional hasta frecuente, usando no más de dos fuentes de información para las planificaciones.

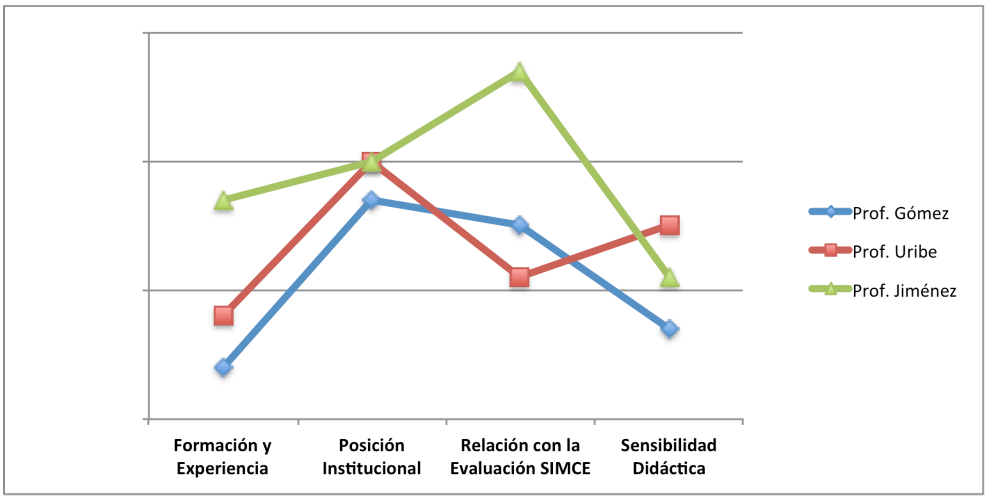


Figura 5.6 - Perfiles de Profesores – Cat. 1: Alta Acción - Alto Desempeño

Perfiles de profesores de Cat. 2 - ‘Alta acción – Mediano desempeño’

Comparamos los perfiles de los cuatro profesores de la segunda categoría institucional en la Figura 5.7. En este grupo todos tienen un nivel de *formación y experiencia* situado entre intermedio-bajo e intermedio-alto. Del grupo, solo el profesor Ocaña, que ejerce desde hace solo 3 años, a obtenido el título de profesor de matemática. Los otros tienen títulos de educación básica o de estado, pero llevan más de 12 años enseñando. Todos han seguido cursos de perfeccionamiento sobre diversos temas y los profesores Dunas y Linderos también tienen postítulos. En la *posición institucional* el profesor Linderos tiene el nivel más alto de todos como lleva 12 años en su institución, trabajando el monto máximo de 44 horas en aula y participando en dos dispositivos SIMCE (Taller y Ensayo SIMCE). A pesar de su participación en 3 dispositivos, la dirección del al profesor Ocaña solo le dan 26 hora en aula, ubicándolo al nivel intermedio-bajo. En cambio, gracias a su visión bastante positiva de SIMCE y su creencia que los resultados reflejan a la vez sobre él como profesor y sobre sus estudiantes, él tiene el nivel más alto de todos en su *relación con la evaluación SIMCE*. Esto se contrasta al profesor Gutiérrez, que a pesar de tener una visión relativamente positiva de la evaluación, no se deja influenciar mucho por la evaluación y no la toma en cuenta par la planificación de sus cursos. En la *sensibilidad didáctica* el profesor Linderos es el único con un nivel superior al intermedio-bajo, declarando usar varias fuentes para preparar y dar sus clases, donde también aplica varias estrategias.

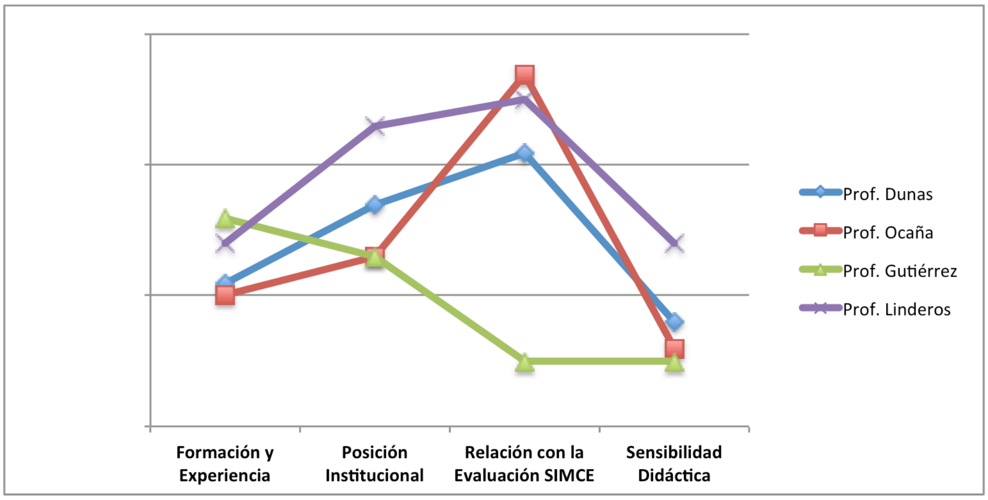


Figura 5.7 - Perfiles de Profesores – Cat. 2: Alta Acción - Mediano Desempeño

Perfiles de profesores de Cat. 3 - 'Alta acción – Bajo desempeño'

En la figura 5.8 comparamos los perfiles de los cinco profesores de la tercera categoría. En *formación y experiencia* todos los profesores tienen un nivel entre estándar y intermedio-bajo. Todos tienen un título de educación básica, complementado de un postítulo o de cursos de perfeccionamiento, con la excepción del profesor Méndez que tiene los dos. La diferencia se marca más bien por los años de experiencia, lo que varía entre 3-4 para los Profesores Maldonado y Armijo y 34 para la Profesora Vásquez. En la *posición institucional*, a parte la profesora Vásquez que siempre ha trabajado por la misma institución, todos llevan alrededor de tres años trabajando en sus establecimientos actuales. Esto, combinando con que cada uno tiene un cargo diferente en termino de horas de aula (ej. Profesora Vásquez trabaja 30 horas en aula contra 44 horas para el profesor Maldonado) y de participación en dispositivos SIMCE (ej. Los profesores Bisbal y Maldonado realizan a la vez Ensayos SIMCE y reforzamientos, mientras que la profesora Armijo solo participa en el taller SIMCE pero de forma conjunto con un de dos personales externos contratados), hace que estén cerca de los niveles de intermedio-alto e intermedio-bajo. En la *relación con la evaluación SIMCE* vemos más grande diferencia. El profesor Bisbal tiene un nivel alto dado que declara tener una muy buena visión de la evaluación y dice considerarla durante todo su trabajo de preparación y en la aula. Al otro extremo, con un nivel estándar, está el profesor Maldonado que no cree que la evaluación sea ni útil ni justa, pensando que discrimina las escuelas con recursos de las que no tienen y no toma en cuenta las diferencias sociales. En la *sensibilidad didáctica* encontramos a los cinco profesores en un nivel entre intermedio-alto e intermedio-bajo. En casi todos los casos usan una variedad de fuentes para la planificación y ejecución de sus cursos.

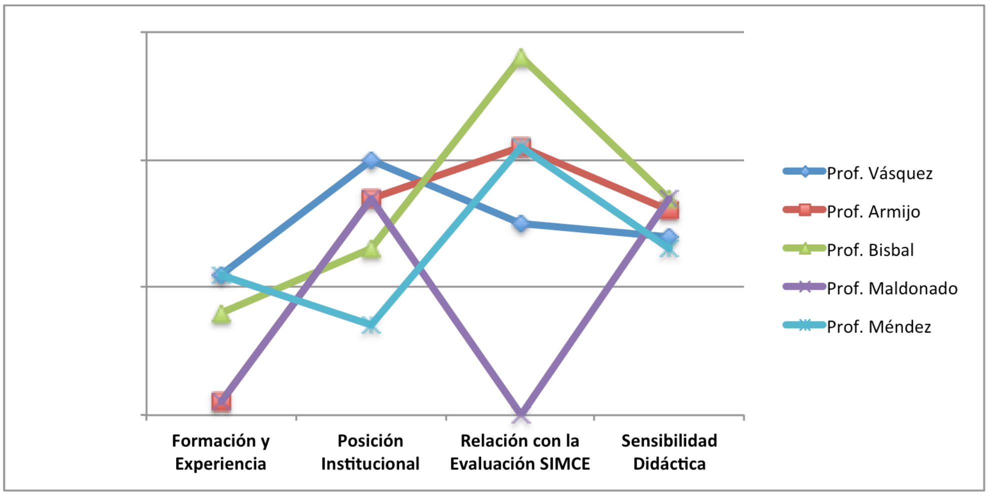


Figura 5.8 - Perfiles de Profesores – Cat. 3: Alta Acción - Bajo Desempeño

5.4.3.1 Limitantes de las comparaciones de perfiles

A través del análisis de los perfiles de profesores hay varios aspectos que nos parecen coherentes. Por ejemple el hecho que el profesor Jiménez tenga el perfil más alto de la categoría 1 cuadra con toda la entrevista y con nuestras observaciones de clase. El profesor Ocaña tiene la relación alta con SIMCE dentro de su categoría, lo que refleja su gran implicación en la elaboración y la puesta en marcha de los dispositivos. Igualmente, dentro de la categoría 3 el profesor Maldonado se destaca por su nivel estándar en su relación con SIMCE, lo que concuerda la visión negativa de la evaluación que nos manifestó durante toda la entrevista. Sin embargo, existen discrepancias entre el nivel de algunos profesores en ciertas dimensiones y nuestras observaciones de clase realizadas posteriormente (cf. § 6.2.1). Por ejemplo dentro de la sensibilidad didáctica el profesor Méndez (Cat. 3) obtiene un nivel entre intermedio-bajo y intermedio-alto que es superior al del profesor Dunas (Cat. 2), que llega casi al intermedio-bajo. En nuestras observaciones de clase ordinaria (cf. § 6.4.3), lo vemos manejar diferentes instancias con sus estudiantes, con un alto nivel de interacción, estando atento a los posibles errores de sus estudiantes. En cambio, intentamos observar al profesor Méndez pero cuando llegamos al curso descubrimos que había una practicante realizando una unidad temática que el profesor nos declaró no sentirse preparado par realizar. En este caso su única labor en la sala de clase fue poner orden a los estudiantes, lo que parcialmente logró hacer. Esto refleja el límite de nuestro cuestionario que se base en declaraciones del entrevistado. En algunos casos él puede haber declarado hechos que en realidad no se observan.

5.4.4 Síntesis de los profesores

A partir de los perfiles de los profesores y de las comparaciones de los mismos hacemos la síntesis siguiente según las categorías institucionales.

Profesores de instituciones ‘Alta acción – Alto desempeño’

De manera general los profesores asociados a esta categoría institucional tienen un visión positiva de la evaluación SIMCE. Ellos señalan que la evaluación les permite tener una visión de los aprendizajes de sus estudiante, aunque la información que reciban sea general, los profesores valoran tener este estándar de rendimiento de sus estudiantes lo que retroalimenta sus prácticas. A través de los resultados los profesores señalan hacer una autoevaluación de su trabajo y buscan mejorar sus prácticas. Los tres profesores de esta categoría en general son profesores motivados por lograr aprendizajes en sus estudiantes. Esta motivación es reflejada a través de la formación continua que ellos realizan de forma permanente, siguiendo cursos de perfeccionamiento o estudios de forma autónoma sobre mejorar sus clases. En esta categoría también pudimos identificar que los profesores no resienten presiones de la parte de sus institución para lograr buenos resultados. Aunque la institución sí espera obtener buenos resultados, la forma conjunta como se organizan los dispositivos SIMCE permite que los profesores no manifiesten estrés y que se sientan apoyados en el desarrollo y la puesta en marcha de los dispositivos. Cada uno de estos profesores participa activamente en la realización de ellos. Una constatación notable es la separación que existe entre sesiones de clase ordinarias y dispositivos SIMCE. Dos de los tres profesores – Jiménez y Uribe – diferencian bien la puesta en marcha de los dispositivos y sus prácticas de enseñanza de clases ordinarias. Creemos que esta diferenciación se debe a que los dispositivos son organizados a nivel institucional, lo que implica una definición precisa de horas de clase ordinaria y de horas de dispositivos SIMCE.

Profesores de instituciones 'Alta acción – Mediano desempeño'

En esta segunda categoría institucional los profesores tienen opiniones mixtas hacia la evaluación SIMCE. Al igual que los profesores de la primera categoría, ven que la evaluación SIMCE es útil como herramienta de información, pero resiente la aplicación de esta medición debido que algunos la consideran discriminatoria, diciendo que no toma en cuenta el contexto institucional. Tres de los cuatro profesores de esta categoría tienen más de 10 años de experiencia y todos poseen formación continua. Sin embargo, la motivación laboral en un caso parece estar baja. Esto se explica por la falta de apoyo del colegio y por el resentimiento hacia alumnos poco comprometidos por su aprendizaje. También, una posible causa de desmotivaciones es la poca interacción o colaboración entre los profesores y el personal externo encargada de poner en marcha los dispositivos.

Como pudimos determinar, existen varias dispositivos puestos en marcha por estas instituciones. En dos de los cuatro casos la institución ha contratado personal externo que organizan y se encargan de realizar los diferentes dispositivos (Ensayo SIMCE, Taller SIMCE, reforzamiento matemático) puestos en marcha en las instituciones. El Liceo Bolivia no beneficia de personal externo contratado como no ha postulado mediante la ley SEP. De los profesores (Profesor Linderos y Ocaña) participan activamente en la realización de dispositivos Taller SIMCE. En cambio en los cuatros casos los profesores repasan y corrigen los ensayos SIMCE, en muchos casos durante las horas de sesiones clase ordinarias.

Profesores de instituciones 'Alta acción – Bajo desempeño'

Los profesores de este grupo tienen opiniones mixtas de la evaluación SIMCE. Algunos ven la utilidad en conocer los resultados que les permite tener una visión general de los aprendizajes y falencias de sus estudiantes. En cambio dos de los cinco tienen una opinión más negativa, basada en la visión de la evaluación como un instrumento discriminador, que no toma en cuanta el contexto socioeconómico de los estudiantes y que tiende a marginar los colegios con bajos resultados. Resienten presión de sus instituciones para lograr buenos resultados y así recibir recursos del gobierno nacional. Dejando de lado la evaluación SIMCE los cinco profesores tienen un actitud positiva hacia sus trabajo en clase. En este grupo encontramos a dos profesores con pocos años de experiencia (3 a 4), reconociendo varias falencias en sus conocimientos matemáticos. Además, su formación continua es menos desarrollados que los profesores de los dos primeros grupos. Como señalamos en esta categoría las escuelas organizan varios tipos de dispositivos (ensayos SIMCE, Taller SIMCE, reforzamiento matemática y contratación de personal), y con la excepción de una profesora (Prof. Vásquez) los profesores participan en su realización de diferentes forma, lo que puede variar entre simplemente compilar definiciones de nociones matemáticas como herramienta de apoyo, realizar tareas SIMCE al final de cada clase o organizar reforzamientos durante todo un semestre.

Los dispositivos SIMCE influyen el trabajo de las prácticas docentes en ciertas instituciones de forma radical lo que incluye acortar la duraciones de las clases ordinarias, eliminar horas de clases ordinarias o sustituir clases ordinarias por correcciones de ensayo SIMCE. La mayoría de estas cinco escuelas se encuentran en zonas socioeconómica desfavorables a las oportunidades escolares.

5.5 CONCLUSIÓN GENERAL

La definición de *dimensiones de relación a SIMCE institucionales* nos permitió analizar y comparar las instituciones e identificar 3 *categorías de relación a SIMCE institucionales* basadas en similitudes entre sus instituciones educativas. A través de estas categorías pusimos en evidencia que independiente del contexto socioeconómico, todas las instituciones realizan por lo menos 3 dispositivos, siendo los más comunes, el Ensayo SIMCE y los Talleres SIMCE. No obstante, a estas acciones compartidas por las instituciones educativas para mejor los resultados, observamos que el nivel de desempeño no es el mismo. Sin la intensión de justificar bajos o altos logros en la evaluación SIMCE constamos que de acuerdo a la categoría institucional que identificamos, los profesores poseen características comunes y realizan acciones similares. Por el análisis de los profesores por categoría de institución concluimos que: En la *Cat. 1: Alta acción - Alto desempeño* encontramos profesores con una visión positiva de SIMCE y con alta capacitación profesional, que son apoyados por sus instituciones para la puesta en marcha de los dispositivo SIMCE (ej. con material para los Talleres SIMCE y Ensayo SIMCE). En la Cat. 2: *Alta acción - Mediano desempeño,* la visión de los profesor sigue siendo positiva pero con una formación profesional intermedia. Su participación en los dispositivos es menor, salvo a un profesor que se ocupa de todo los dispositivos en su institución. En la Cat. 3: *Alta acción – Bajo desempeño,* los profesores tienen una visión de la evaluación mayoritariamente negativa. En su formación profesional declaran tener falencias en el dominio de varios contenidos matemáticos y participan en algunos dispositivos mientras que los otros son realizados por personal externo.

Conocer de que forma son puestos en marcha los dispositivos nos permite constatar una reducción en los contenidos matemáticos, producto del énfasis en la preparación para SIMCE. También vemos que una parte importante de las horas de clase se utilizan para preparar SIMCE. En las instituciones de Cat. 1: *Alta acción -*

Alto desempeño vemos delimitaciones en las horas de clases ordinarias y las horas destinadas a preparar a los estudiantes para la evaluación. En las otras categorías institucionales vemos menos delimitación en el uso del tiempo para la ejecución de las clases ordinarias y los dispositivos SIMCE. En estas mismas categorías los profesores corrigen los ensayo SIMCE dentro de sus horas de clases ordinarias. En los mismos casos también constamos que se utilizan las horas de clase de otras asignaturas para tomar los ensayos SIMCE y para realizar reforzamientos. Estas acciones disminuyen el tiempo normal que dispone un profesor para trabajar las unidades temáticas definidas para 8avo básico. A este hecho le sumamos la exigencia de cubrir todo el currículo los ocho meses antes de la evaluación SIMCE. Este último efecto es sutil, pero pensamos que tiene consecuencia negativas en los aprendizajes de los estudiantes. La mayoría de los profesores se muestra consciente que la evaluación SIMCE interfiere en sus prácticas docentes. Ellos resienten la reducción del tiempo de enseñanza y las exigencias para obtener buenos resultados. Sin embargo, pudimos constatar que según la categoría institucional del profesor, la forma de manejar la preparación para la evaluación SIMCE varia. Los que reciben más apoyo y estructura en su trabajo (Profesores Uribe y Jiménez) son los que adoptan los dispositivos con mayor motivación y consideran que los resultados SIMCE son un indicador de su laboral como profesor.

Dado que nos interesa profundizar lo más posible sobre la influencia de la evaluación SIMCE sobre las prácticas docentes, y así también comprobar las declaraciones hechas por los profesores a través del cuestionario y entrevistas, pasamos ahora a estudiar las sesiones de clase ordinarias y SIMCE.

6 ANALISIS DE OBSERVACIONES DE CLASES

6.1 INTRODUCCIÓN Y METODOLOGÍA GENERAL

Mediante el análisis de las entrevistas y de los cuestionarios del capítulo precedente, hemos conocido las acciones de los establecimientos escolares, la visión que tienen los profesores sobre SIMCE y las posibles prácticas existentes relacionadas a SIMCE. Para complementar estos resultados, que surgen en gran parte de las declaraciones de los docentes entrevistados, también hemos realizado diferentes observaciones en aula con los siguientes objetivos:

- Observar como los dispositivos SIMCE son puestos en marcha realmente en la aula.
- Ver en que medida las prácticas de enseñanza ordinarias son influenciadas por la evaluación SIMCE.

6.2 METODOLOGÍA PARA EL ANÁLISIS DE DATOS

Para alcanzar estos objetivos, en esta fase de nuestro estudio realizamos observaciones de clases, en septiembre y octubre del 2011, dentro de nueve de los establecimientos presentados en el capítulo 5. Grabamos 17 sesiones de clase de matemáticas – sesiones ordinarias como talleres SIMCE – de profesores distintos, en diferentes comunas de la región Metropolitana de Santiago de Chile. Contamos con una diversidad de observaciones de clases que, aunque no abarcan todos los contextos, aportan elementos interesantes y complementarios al análisis de los cuestionarios, y entregan elementos de respuesta a las preguntas de nuestra investigación.

Realizamos las observaciones en clases de 8avo. básico, en la asignatura de matemáticas. Accedimos a las salas de clase de diferentes maneras. En algunos casos accedimos por medio del contacto con los profesores que entrevistamos y en otros casos fue el establecimiento que nos puso en contacto con un profesor determinado.

Observamos dos tipos de clases: ‘Clases ordinarias’ y ‘Talleres SIMCE’:

- Una Clase ordinaria corresponde a la clase impartida por el profesor y que puede corresponder a diferentes momentos del estudio.
- Un Taller SIMCE es una sesión de clase destinada a preparar a los estudiantes para la evaluación SIMCE.

La cantidad de clases observadas dependió de varios factores ajenos a nuestro control (cf. § 5.2.1). En particular, al momento de realizar nuestro trabajo experimental en Santiago de Chile, nos encontramos con huelgas en varios establecimientos que nos obligaron a seleccionar algunos nuevos establecimientos. Además, en los establecimientos donde pudimos acceder, sentimos la tensión generada por la necesidad de recuperar las horas de clases perdidas por las huelgas y para preparar a los estudiantes para la evaluación SIMCE. Estas condiciones afectaron nuestro trabajo de observaciones de clases. En particular tuvimos que adaptarnos a las disposiciones de los establecimientos y de los profesores. En este contexto pudimos realizar 17 observaciones de clases, entre ellas cuatro Talleres SIMCE.

6.2.1 Recolección de datos

Tuvimos la posibilidad de observar a nueve profesores, cada uno proveniente de un establecimiento diferente:

Categoría 1: Alta acción - Alto desempeño

- Prof. Jiménez – Colegio Venezuela
- Prof. Uribe – Colegio Colombia
- Prof. Gómez – Escuela Brasil

Categoría 2: Alta acción - Mediano desempeño

- Prof. Linderos – Escuela Perú
- Prof. Dunas – Colegio Argentina
- Prof. Gutiérrez – Colegio Chile

- Prof. Ocaña – Liceo Bolivia

Categoría 3: Baja acción - Bajo desempeño

- Prof. Méndez – Escuela Uruguay

Sin categoría institucional[20]

- Prof. Flores – Escuela Puerto Rico

Las observaciones fueron determinadas según la disponibilidad de tiempo y según el tipo de sesión de clase que se encontraban realizando los profesores. Dado que en ciertos establecimientos solo estaban realizando dispositivos SIMCE, no pudimos observar sesiones de clase ordinarias. En otros casos fue posible observar este tipo de clase más de una vez. No obstante, nos entrevistamos personalmente con cada uno de los profesores para conocer la organización general de sus clases, entre otros aspectos.

Nuestros datos brutos incluyen la grabación en video y la toma de notas de las sesiones observadas, además de la entrevista y del cuestionario contestado por cada profesor. Dentro de las entrevistas hechas ulteriormente, uno de los temas estudiados fue conocer cómo cada uno organiza sus sesiones de clases.

Cada clase tiene una duración cronológica de 1:30hr, pero la duración efectiva varia según cada profesor. Para evitar que la grabación de video de la clase perturbara al profesor y a los estudiantes, instalamos la cámara al fondo de la sala de clase. En un primer momento los videos fueron todos descritos mediante narraciones[21] por sesión de clase (cf. § 17 Anexo I). Luego nos centramos en la transcripción de 9 sesiones de clase por razones precisadas más adelante. A partir de las narraciones y de las transcripciones de sesiones de clase hemos podido poner en práctica nuestra metodología para el análisis de datos, organizada a través de dos dimensiones: *los momentos del estudio* y *la gestión didáctica del profesor*. También notamos los

---

[20] Prof. Flores, Escuela Puerto Rico: No obtuvimos el acuerdo del director para estudiar la escuela, sin embargo por un contacto personal pudimos observar una clase de la profesora y entrevistarla. El perfil de la profesora se encuentra en anexo (cf. § 19 Anexo K).

[21] Narración en el sentido de "Roditi E. (2001)"

contenidos que cada profesor realizaba al momento de la observación. En la tabla 6.1 presentamos el resumen de los profesores, la cantidad de clases observadas y el dominio observado.

Profesor	No. Obs.	Dominio	Contenido de clase
Prof. Linderos	1 *	Geometría	Elementos de la circunferencia e introducción a la medición de perímetro y área del círculo.
	1	Estadística	Tabla de frecuencia con datos no agrupados
	1 *	Ensayo SIMCE	Ensayo SIMCE
Prof. Ocaña	1 *	Geometría	Elementos de la circunferencia e introducción a la medición de perímetro y área del círculo
	1	Proporciones	Proporción directa e inversa.
	1*	Taller SIMCE	Teorema de Pitágoras
Prof. Méndez	1	Magnitudes geométricas	Área del cono
	1	Geometría	Transformaciones en el plano
Prof. Gómez	1	Estadística	¿Para qué sirve la estadística?
Prof. Dunas	3 (1*)	Porcentajes	Porcentajes (proporcionalidad directa)
Prof. Flores	1*	Proporciones	Proporción directa e inversa
Prof. Maldonado	1	Potencias	Propiedades de las potencias
Prof. Uribe	1*	Taller SIMCE	Guías de ejercicios de tipo SIMCE
	1*	Geometría	Transformaciones en el plano
Prof. Jiménez	1*	Taller SIMCE	Guías de ejercicios tipo SIMCE

Tabla 6.1 – Observaciones de clases por profesor
(* Sesiones de clase analizadas en el estudio)

Las clases que hemos seleccionado para nuestro análisis, marcadas con * en la tabla, incluyen los cuatro Talleres SIMCE. Dado que queremos conocer los efectos de la evaluación SIMCE, examinar el dispositivo Taller SIMCE (cf. § 5.3.1.3) es primordial en nuestra investigación. Además, hemos seleccionado dos sesiones de clase ordinarias que corresponden a la geometría y que fueron hechas por los mismos profesores para tratar de identificar similitudes y diferencias entre ellas. Finalmente, también hemos seleccionado dos sesiones de clases ordinarias que corresponden al *momento de estudio de la aplicación* porque son más próximas a los dispositivos SIMCE. Estas sesiones de clase se aproximan, *a priori,* más a los Talleres SIMCE.

6.2.2 Análisis de Datos - Construcción de Fichas de Clase

A partir de las narraciones de sesiones de clase podemos identificar regularidades entre las clases. Para poner en evidencia aquellas características hemos construido un modelo de ficha de las observaciones por clase (Tabla 6.2). Además de permitirnos caracterizar las sesiones, este modelo nos permite diferenciar el trabajo de aula de cada profesor.

Ficha de Sesión de Clase	
A) Contexto del establecimiento	• *Categoría institucional en relación a la evaluación SIMCE* • *Perfil del profesor*
B) Contexto de clase	• *Contenido matemático y tipos de tarea* • *Tipo de clase: ordinaria, SIMCE (Taller SIMCE- Ensayo SIMCE)*[22] • *Momento del estudio* • *Recursos pedagógicos utilizados*
C) Gestión didáctica	• *Formas individuales* • *Formas colectivas*

Tabla 6.2 – Ficha de sesión de clase

Cada ficha de clase incluye una descripción del contexto del establecimiento dentro del cual se realizaron las observaciones. Esto nos permite considerar el contexto y las co-determinaciones didácticas que pesan sobre el profesor. También consideramos las características profesionales y la experiencia del docente. De igual forma consideramos el contexto de cada clase examinada. Esto incluye el contenido

[22] Taller y Ensayo SIMCE corresponde al dispositivo descrito en el capítulo 5 (cf. § 5.3.1.3).

matemático y los tipos de tareas estudiadas durante la sesión; el tipo de clase: 'ordinaria' o 'Taller SIMCE'; el momento de estudio en desarrollo y los recursos pedagógicos utilizados por el profesor y por los estudiantes. En el Anexo J adjuntamos extractos de las guías de trabajo usadas en las clases observadas (cf. § 18 Anexo J). Finalmente, analizamos la gestión didáctica del profesor en términos de las interacciones entre el profesor y los estudiantes. Hemos distinguido estas interacciones según su naturaleza, en formas de interacción individuales y colectivas. Ellas serán precisadas a continuación.

6.2.3 Análisis de la gestión didáctica del profesor

Nos ha parecido necesario distinguir dos grandes contextos de interacciones entre el profesor y los estudiantes en la sala de clase: aquellas que se producen de una *forma individual o grupal* y aquellas que se producen de *forma colectiva*. Raramente pudimos observar formas de trabajo grupal y por ese motivo no hacemos una categoría específica para estas formas de trabajo. Además, en las dos ocasiones que observamos formas de trabajo grupal, observamos la misma naturaleza de interacciones que en la forma individual.

Las *forma individuales* corresponden a momentos donde los estudiantes trabajan de forma autónoma, ya sea realizando una tarea y/o transcribiendo ideas y conceptos en sus cuadernos. Las *formas colectivas* se caracterizan por una interacción entre el profesor y el grupo de los estudiantes.

En las *formas individuales* hemos hecho una primera distinción según el tiempo de duración que tienen los estudiantes para realizar una determinada tarea, dado que las interacciones con el profesor son débiles. Hemos definido tres periodos de tiempo para las fases individuales: Muy corta (< 5 min), corta (5 – 15 min) y larga (> 15 min).

Para las *formas colectivas*, hemos añadido otra distinción según el grado de interacción: *interactivo, poco interactivo y débilmente interactivo.*

Las *formas interactivas* se caracterizan por ser formas donde el profesor hace participar a los estudiantes, a través de preguntas, solicitándoles correcciones en la pizarra y permitiéndoles que tomen la palabra frente al auditorio. De igual manera, cuando el profesor explica o refuerza un contenido, hace participar a los estudiantes a través de preguntas que generalmente sirven para recordar técnicas y su tecnología asociada.

Las *formas poco interactivas* son aquellas donde el profesor dirige la clase, mientras que a veces permite a que los estudiantes intervengan, ya sea para realizar una tarea en la pizarra o responder a una pregunta. En estas formas existen interacciones, pero se realizan con poca frecuencia y de manera muy guiada por el profesor.

Las *formas de débil interacción* son aquellas donde el profesor es el que toma la palabra para explicar un contenido o presentar un ejemplo de tarea. En estas formas los estudiantes participan muy poco y el profesor raramente los hace intervenir. La intervención del profesor es predominante.

A continuación presentamos las fichas de observaciones de sesiones SIMCE y los análisis asociados. En una segunda etapa, analizamos las sesiones de clase ordinarias.

6.3 FICHA DE OBSERVACIÓN DE SESIONES TALLER SIMCE

6.3.1 Ficha n° 1 – Prof. Jiménez

Contexto del establecimiento

La sesión fue realizada por el profesor Jiménez, en el establecimiento Colegio Venezuela. La institución entra dentro de la *Categoría 1: Alta acción-Alto desempeño.* Esta categoría incluye establecimientos con altos resultados en las evaluaciones SIMCE; varios dispositivos SIMCE puestos en marcha y un contexto socioeconómico favorable. De los tres profesores del grupo el profesor Jiménez tiene el mejor perfil en tres de las cuatro dimensiones exploradas; *Profesión y experiencia, Posicionamiento* *institucional y Relación en la evaluación SIMCE*. Dentro de su institución el profesor Jiménez realiza tres tipos de dispositivos SIMCE (Taller SIMCE, Ensayo SIMCE y Reforzamiento). Establecemos esta relación sabiendo que esta institución realiza un gran trabajo para la preparación de la evaluación SIMCE, y que una de sus estrategias es delegar responsabilidades a aquellos profesores que poseen un perfil alto dentro de la institución.

Contexto de clase

Se trata de una clase de preparación para SIMCE, un Taller SIMCE. La clase tuvo un tiempo de duración de dos horas pedagógicas. Al iniciar cada clase el profesor ha institucionalizado un trabajo que llama *"problema diario"*, una tarea de selección múltiple de un contenido cualquiera. Los estudiantes tienen unos minutos para leerla y resolverla. Luego la corrige a través de una fase colectiva. Este tipo de trabajo podría ser influenciado por la evaluación SIMCE.

Este taller se realiza una vez por semana durante todo el año escolar, salvo un mes antes de la evaluación SIMCE, donde se dedican todas las horas de matemáticas para reforzar los contenidos y realizar ensayos SIMCE. La clase se desarrollo utilizando la pizarra de la sala de clase para corregir cada tarea. En este Taller SIMCE los estudiantes usaron una guía de ejercicios[23] específicamente para SIMCE, de respuesta múltiples, que cuenta con 16 tareas de diferentes contenidos (cf. § 18.1 Anexo J). De hecho, la guía es una compilación de tareas de tipo SIMCE, que se encuentran en la Web, orientadas para practicar para la evaluación. En este establecimiento la coordinadora pedagógica es la encargada de entregar este tipo de guía a los profesores. Para el desarrollo del Taller, el profesor había planificado utilizar dos guías de 16 preguntas cada una, pero solo pudo explotar y corregir la primera dentro del tiempo destinado al Taller SIMCE.

[23] Guía de ejercicios: Corresponde a una ficha de trabajo en la que se encuentran tareas a realizar. Generalmente son utilizadas después de la institucionalización de un contenido con el objetivo de practicar la técnica asociada a un tipo de tarea.

Esta guía incluye 6 tareas sobre la geometría, 5 de cálculo de medidas en geometría plana y 1 de geometría en el espacio. Notamos que tres tipos de magnitudes están presentes. En esta guía, en efecto encontramos: 2 tareas que corresponden a un cálculo de área; 2 que piden el cálculo de la longitud de un lado de un rectángulo y de un triángulo rectángulo (usando el teorema de Pitágoras); una tarea en que los estudiantes deben determinar el valor de un ángulo entre dos triángulos equiláteros; la última tarea consistiendo en identificar el patrón de un prisma de base triangular. También encontramos 6 tareas sobre el álgebra: en dos de ellas se debe determinar una expresión equivalente al enunciado dado; en dos se pide la resolución de una ecuación de primer grado; en las dos últimas se debe traducir una expresión verbal a una algebraica. Una de ellas es más compleja dado que los estudiantes deben establecer relaciones entre diferentes afirmaciones; la segunda es una ecuación que corresponde a una sucesión de números pares, en la cual se debe determinar que representa la incógnita en la expresión. Relativo a la resolución de problemas existe una tarea que concierne el modo de repartición de lápices entre alumnos. Finalmente, hay una tarea sobre la resta de números racionales, con fracciones de igual denominador. Entre las tareas que señalamos, encontramos 9 tareas que fueron extraídas de uno de los documentos TIMSS, incluyendo un conjunto de tareas que fueron parte de la misma evaluación. Observamos una vez más otras influencias de la evaluación TIMSS, además aquellas señaladas en el capítulo 3 (cf. § 3.9).

Las tareas se caracterizan por un enunciado relativamente corto, en general su resolución demanda etapas intermediarias, sin embargo los cálculos son relativamente directos. En la mayoría de los casos las tareas con preguntas de opción múltiple permiten eliminar fácilmente dos alternativas sobre las cuatro propuestas. En general los estudiantes realizan las tareas con bastante autonomía, salvo por una tarea que causa dudas en algunos estudiantes. A continuación presentamos dos tareas que fueron trabajadas en este Taller SIMCE. Una de ellas es aquella tarea que presentó dificultad para los estudiantes y la otra corresponde al contenido de geometría. Utilizamos ambas tareas para ilustrar el funcionamiento de esta sesión y la gestión didáctica del profesor.

La tarea presentada en la Figura 6.1 fue la más difícil en realizar por los estudiantes. Ella consiste en identificar una incógnita presentada en la ecuación dada. Esto significa que deben comprender que los 3 números pares consecutivos son representados por k, k+2 y k+4. Entonces, es claro que k es la más pequeña.

Tarea n °10 "Samuel quería encontrar tres números pares consecutivos que sumaran 84. El escribió la ecuación $k + (k+2) + (k + 4) = 84$".

¿Qué representa la letra k?

A. El menor de los tres números pares

B. El número par del medio

C. El mayor de los tres números pares

D. El promedio de los tres números pares.

Figura 6.1- Tarea del Taller SIMCE de Prof. Jiménez

En la segunda tarea, presentada en Figura 6.2, el estudiante tiene que determinar el perímetro del triángulo. Para esto es necesario que el estudiante determine la longitud de la hipotenusa, sea utilizando el teorema de Pitágoras o identificando dos términos del trio pitagórico (3,4,5), multiplicados por 3 par dar 9 y 12, para luego deducir el valor de la hipotenusa, 15.

Un grupo de amigos organiza una carrera en una plaza. Ellos marcan el recorrido, formando un triángulo rectángulo, como se muestra en el dibujo ¿Cuántos metros recorren en una vuelta completa?

A) 36 m
B) 42 m
C) 54 m
D) 56 m

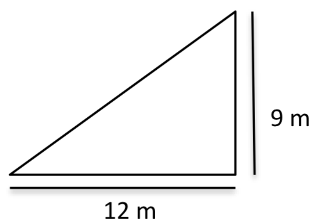


Figura 6.2 - Tarea del Taller SIMCE de Prof. Jiménez

Esta tarea ilustra también el hecho que se pueden generalmente eliminar ciertas alternativas propuestas y eventualmente llegar a la solución por eliminación. En este caso, por ejemplo, se puede hacer el razonamiento que como el triángulo no es alineado la hipotenusa es estrictamente inferior a la suma de los otros lados, 21m. Por lo tanto el perímetro es estrictamente inferior a 42m, lo que permite descartar B, C y D. No obstante, se puede considerar que el hecho que el triángulo sea rectángulo incita a los estudiantes a utilizar el teorema de Pitágoras.

Gestión didáctica

El taller SIMCE se desarrolla en una sucesión de *formas colectivas* de interacción de corrección y de *formas individuales* donde los estudiantes tiene 2 a 3 minutos para realizar las tareas sin la intervención del profesor.

Más precisamente, la organización de la clase es caracterizada por una organización sistemática de procedimientos. El profesor le pide a un estudiante que lea la tarea pero que no de la respuesta. Después de los 2 a 3 minutos asignado al trabajo individual, el profesor pregunta si ya tienen la respuesta y le pide a un estudiante que la dé y explique cómo llegó a ella. Luego el profesor pregunta si todos están de acuerdo o si hay dudas o preguntas, y corrige la tarea en la pizarra. Él continúa la misma organización durante toda la clase. Las intervenciones de los estudiantes son permanentes, todas las acciones del profesor incluyen interacción con los estudiantes, y en ningún momento él realiza una explicación sin hacerlos intervenir.

En general, los estudiantes responden sin problema a las tareas. Sin embargo hay una tarea donde algunos se encuentran inseguros de la respuesta. Esto genera una fase diferente en la gestión didáctica del profesor lo que nos permite observar como los errores de los estudiantes son explotados. La tarea en cuestión es la de la Figura 6.1, presentada precedentemente. Al constatar que no todos los estudiantes son capaces de responder correctamente, el profesor no les entrega la respuesta sino que propone como técnica representar la expresión de forma numérica.

Para eso el procede de la forma siguiente:

1. *Prof.: A ver chiquillo, tengo una expresión de tres pares consecutivos que suman 84. Estamos hablando de tres pares consecutivos, ustedes tienen que ver que son tres pares, no solamente que es un número. Tienen que ver que la letra k está representando un número, y luego la misma letra representando el mismo número más dos unidades. Ahora ¿qué representa la letra k? ¿Solamente la letra k?*
2. *Alums.: El menor de los pares*
3. *Prof. : Tienen que pensar que tienen una letra que está representando un número, luego un número más 2. Dime Pablo ¿qué estás pensando?*
4. *Alum1.: (Pablo) No… nada, yo pensé la respuesta C.*
5. *Prof. : ¿Qué dice la respuesta C?*
6. *Alum1. : (Pablo) el mayor de los tres números pares.*

En esta fase de intercambio el profesor motiva a los estudiantes a interpretar la expresión, insistiendo en los elementos claves para esta interpretación; el hecho que la letra k representa un número, que hay tres números pares y que k representa siempre el mismo número. No logrando que la respuesta sea clara para la mayoría de los estudiantes, el profesor propone como técnica la instanciación numérica de la expresión algebraica (líneas no. 7 - 13). Y apunta el carácter más general de esta técnica para dar sentido a una expresión algebraica.

7. *Prof. : Pongámonos en una fase hipotética. Supongamos que tengo un número par, supongamos que es 2, este par (k+2) que representa el par consecutivo. Y este otro (k+4) qué número representa?*
8. *Alum.2 : 6*
9. *Prof.: El tercer par consecutivo. Ahora de los tres pares consecutivos que representa en si la letra k?*
10. *Alum.3: El número menor.*
11. *Prof.: Ah, el menor de los tres pares. Pero niños, nosotros hemos visto expresiones algebraicas, los pares, los pares consecutivos. Ustedes deben ser capaces de responder esa pregunta. Entiendo que la algebra es bastante abstracta, pero tienen que asociarla con números, darse ejemplos. Insisto ¿cuál es la alternativa correcta?*

Una vez que los estudiantes logran obtener la respuesta correcta, el profesor introduce una nueva pregunta a la tarea (línea no. 12) que es una prolongación natural de este tipo de tarea. A través de esta nueva tarea los estudiantes resuelven una ecuación de primer grado. Dos procedimientos son propuestos por los estudiantes. Uno es mediante un cálculo mental (líneas no. 15 - 22) apoyado con un razonamiento aritmético, incluso si se apoya en la expresión literal y agrupa las tres instanciaciones de k en 3k. El otro es a través de la resolución de una ecuación (líneas no. 26 - 28). El profesor valoriza ambos procedimientos, los retoma y los explica. En el caso de la resolución de la ecuación, explícita las propiedades que fueron utilizadas (línea no. 28). Es interesante de ver que califica de lógica la primera resolución, principalmente aritmética, y que evita el trabajo usual con ecuaciones (línea no. 17).

12. *Prof.: Ahora, otra pregunta ¿qué número es la letra k?*
13. *Alum.: 24*
14. *Prof.: ¿Cómo lo resolviste?*
15. *Alum.4: Porque está tomado el 2 y el 4, se lo resté al 84, eso me dio 78 y eso lo dividí en tres, que sería el numero (Figura 6.3).*

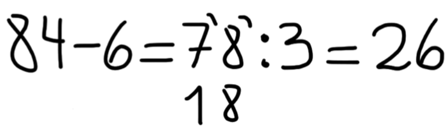


Figura 6.3- Resolución de la tarea Figura 6.1 - Alumno 4

16. *Prof.: Excelente, venga a hacerlo a la pizarra. Quiero que todos resuelvan el ejercicio.*
17. *Prof.: Acá su compañero está resolviendo una ecuación pero lo está haciendo mentalmente. Él se paso todo la estructura de cómo nosotros resolvemos la ecuación. Él lo hizo con la lógica. Él dijo que al 84 le podía restar 6, que corresponde al 2 y 4. Y luego ese resultado lo dividió por tres. Pero ¿por qué lo dividió por tres?*
18. *Alum.4: Porque 3k es igual al numero 78.*
19. *Prof.: ¿Qué significa 3k?*
20. *Alum.4: Tres números iguales.*
21. *Prof. :¿Tú lo podrías hacer como ecuación?*

22. Alum.4: No, no puedo.

23. Prof.: ¿Alguien lo podría hacer?

24. Alum.5: Sí, es fácil (El estudiante sale a la pizarra - Figura 6.4)

$$
\begin{gathered}
K+(K+2)+(K+4)=84 \\
3K=84-6 \\
3K=78/:3 \\
K=26
\end{gathered}
$$

Figura 6.4- Resolución de la tarea Figura 6.1 - Alumno 5

25. Prof.: Bien. Ahora les pregunto ¿cuáles vendrían siendo los tres pares consecutivos?

26. Alum.5: 26, 28 y 30 (Dibuja una secuencia de números en la pizarra – Figura 6.5)

$$
\begin{gathered}
26+(26+2)+(26+4)=84 \\
26+28+30=84
\end{gathered}
$$

Figura 6.5- Resolución de la tarea Figura 6.1 - Alumno 5

27. Prof.: ¿Por qué?

28. Prof.: Siempre hay diferentes maneras de resolver problemas, a veces solo usamos la lógica. Pero, es necesario tener un orden y trabajar un poquito con la propiedades. El primer compañero lo hizo lógicamente. El otro compañero resolvió la ecuación, aplicó el inverso aditivo. Antes asoció términos semejantes, k + k + k, lo que es 3k. Después dividió por 3. Eso era todo. Ustedes deben ser capaces de resolver un problema así.

Además en esta última intervención el profesor subraya el contrato didáctico de la resolución algebraica.

Para la segunda tarea (Figura 6.2) los estudiantes fueron capaces de resolverla sin problema, además el profesor hizo que un estudiante saliera a la pizarra para resolverla. Para la realización de esta tarea la dinámica de trabajo es la misma. Una alumna lee el ejercicio, salvo que esta vez antes que los alumnos comiencen a trabajar en el ejercicio, el profesor interviene preguntando *"qué es lo que hay que hacer ahí"*.

Los estudiantes responden teorema de Pitágoras. Luego los alumnos comienzan a resolver el ejercicio, mientras que el profesor dibuja la figura en la pizarra y saca a un estudiante a resolverlo (Figura 6.6).

Una vez que él termina de realizar la tarea el profesor le pide que explique la

$$\sqrt{9^2+12^2}$$
$$81 + 144$$
$$\sqrt{225}$$
$$x = 15$$
$$15 + 12 + 9 = 36$$

Figura 6.6 - Resolución de la tarea Figura 6.2 - Alumno

sucesión de cálculos ejecutados.

29. *Prof.: ¿Puede explicar lo qué realizó?*
30. *Alum.: Hay que sacar este lado*
31. *Prof.: ¿Cómo se llama ese lado?*
32. *Alum.: Hipotenusa, aquí están los dos catetos elevados al cuadrado.*
33. *Prof.: Ya, si le ponemos una raíz cuadrada ahí. (El profesor agrega una raíz cuadrada en el segundo paso que realiza el alumno.)*
34. *Alum.: Ya… después la raíz cuadrada de esto 225, es 15. Después es la suma y obtiene el resultado.*

El profesor valida la respuesta del estudiante, y solamente le pide que anote en la figura la medida correspondiente al lado del triángulo (15 m). Esta corrección es del mismo tipo que la realizada en el línea no 5. Vemos que el profesor busca que los estudiantes no tan solo encuentren la alternativa correcta sino que también sepan explicar su resolución. Esta forma de trabajo, donde se precisan los símbolos, le permite al resto de los estudiantes comprender la resolución del problema, mucho más que si se les diera solamente el resultado.

En otra tarea, algunos estudiantes tuvieron dificultades y pudimos observar una forma diferente de gestionar las interacciones por parte del profesor Jiménez. La tarea preguntaba: *"¿Cuál de las siguientes expresiones es equivalente a* γ^5*?"* En este caso dos alternativas provocaron confusión en algunos alumnos. Estas alternativas son: "$\gamma^2 \cdot \gamma^3$" y "$\gamma^2 + \gamma^3$". El profesor brevemente recordó las propiedades de las potencias y clarificó la duda de las estudiantes.

En esta última tarea tampoco dio la respuesta, sino que preguntando sobre las propiedades de las sumas de las potencias, permitió a los estudiantes darse cuenta de sus errores. Además de proponer una técnica para identificar un error y llegar a la respuesta correcta, el profesor añadió una nueva tarea, lo que le permitió a los estudiantes ejercitar una técnica asociada al discurso tecnológico acompañando la tarea inicial. A través de esta sesión de clase, taller SIMCE, pudimos observar que más allá de entrenar a los estudiantes para rendir la evaluación, el profesor Jiménez buscaba fortalecer los conocimientos adquiridos por los estudiantes, puesto que ponía énfasis en las propiedades o nociones matemáticas necesarias para resolver las tareas. Además buscaba fortalecer la capacidad de los estudiantes para proponer diferentes estrategias de resolución.

6.3.2 Ficha n° 2 – Prof. Uribe

Contexto del establecimiento

La sesión fue realizada por el profesor Uribe, en el establecimiento Colegio Colombia. La institución está categorizada dentro de la misma categoría que la institución del profesor Jiménez, *Categoría 1*. El profesor Uribe posee un perfil relativamente bueno, incluyendo una *posición institucional* comparable al profesor Jiménez y el más alto nivel de *sensibilidad didáctica* del grupo. Dentro de su institución se destaca por su formación continua que le ha permitido tener el cargo de coordinador de matemática para el segundo ciclo de educación básica (alumnos 10 a 13 años). Además, tuvo la experiencia de trabajar como tutor de profesores de educación básica de primer ciclo (alumnos de 6 a 9 años) en el dominio de estadística en el cuadro de la formación continua. Dentro de su establecimiento realiza dos dispositivos SIMCE, el taller SIMCE y el ensayo SIMCE.

Contexto de clase

La clase duró dos horas pedagógicas y este tipo de clase se realiza una vez por semana durante todo el año escolar. Las tareas presentadas en la clase que observamos corresponden a un conjunto de 20 tareas propuestas por SIMCE y accesibles libremente en el sitio Web oficial del Ministerio de Educación (www.SIMCE.cl) seleccionadas por el profesor. La clase se desarrolló utilizando una presentación PowerPoint para mostrar los ejercicios más la pizarra de la sala de clase.

Se realizaron seis tareas de la guía durante la sesión (cf. § 18.2 Anexo J), abarcando varios contenidos. Hay dos tareas sobre porcentajes, una de ella consiste en interpretar la equivalencia entre dos expresiones, una numérica y otra literal, y la otra es una resolución de problema rutinario, donde se debe determinar un porcentaje a partir de una información gráfica. Hay otra tarea sobre números enteros, donde deben determinar la expresión literal que corresponde a un número negativo. Hay una tarea sobre números decimales que demanda estimar un número decimal colocado en una recta numérica y otra tarea sobre operaciones con números racionales (se presenta como un problema rutinario que conduce a la adición de números fraccionarios). La última tarea es sobre la comparación del área de un triángulo rectángulo de un rectángulo. Todas las tareas son de opción múltiple, pero el profesor pidió que cada una de ellas se resolviera explicitando la estrategia de resolución, y no solo por eliminación.

Las tareas incluyen un enunciado corto y en general requiere etapas intermediarias. Al igual que en el taller anterior, en la mayoría de los casos es posible eliminar dos alternativas sin mayor dificultad. A continuación presentamos dos tareas que fueron trabajadas en este Taller SIMCE. Seleccionamos una de ellas porque los estudiantes tuvieron dificultad en entenderla y la segunda por corresponder al dominio de la geometría, en particular al área de polígonos.

La tarea de la Figura 6.7 es una que presentó más dificultad para los estudiantes. Esta tarea demanda una cálculo de amplificación por 10. El razonamiento que le permite obtener la respuesta correcta equivale a decir que 54 personas de 1000 son intoxicadas (5.4%). Otra técnica de resolución posible sería explorar cada alternativa y comprobar cuál de ellas es equivalente a la expresión entregada en el enunciado. El hecho que la segunda alternativa sea la correcta puede en ciertos casos evitar a los estudiantes que la han identificado de considerar las dos restantes que además involucran expresiones más complicadas.

¿Qué significa que 5,4% de las intoxicaciones sea provocada por plaguicidas domésticos?

A. 54 de cada 100 intoxicaciones son provocadas por plaguicidas domésticos.

B. 54 de cada 1.000 intoxicaciones son provocadas por plaguicidas domésticos.

C. 5 de cada 100 y 4 de cada 10 intoxicaciones son provocadas por plaguicidas domésticos.

D. 4 de cada 100 y 5 de cada 1.000 intoxicaciones son provocadas por plaguicidas domésticos.

Figura 6.7 - Tarea del Taller SIMCE de Prof. Uribe

La segunda tarea (Figura 6.8) corresponde al tema de magnitudes geométricas. Esta tarea puede ser resuelta a través de dos técnicas; mediante la pavimentación o el cálculo de áreas. La utilización de la técnica de la pavimentación puede ser mediante el conteo para determinar cuántas baldosas pueden ser contenidas en la terraza. En

Una persona quiere hacer un mosaico en su terraza rectangular, usando baldosas con forma de triángulo rectángulo. Las medidas de cada baldosa y de la terraza se muestran en el dibujo que aparece a continuación.
¿Cuántas baldosas se necesitan para cubrir la superficie total de la terraza?

A. 4
B. 6
C. 8
D. 12

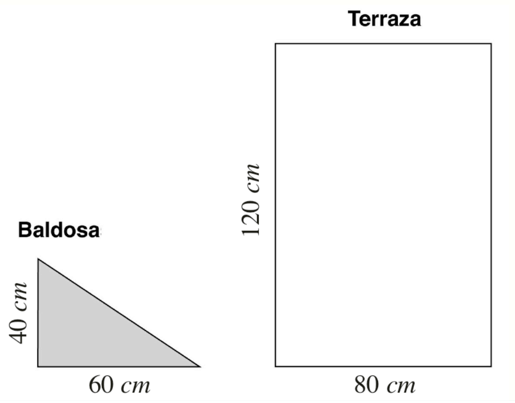


Figura 6.8 - Tarea del Taller SIMCE de Prof. Uribe

este caso sencillo, también se puede utilizar la técnica del diseño, dibujando las baldosas sobre la terraza. Un intermediario entre estas dos técnicas de pavimentación es la división de la terraza en cuatro rectángulos, compuestos de 2 baldosas cada uno. La segunda técnica evocada es el cálculo de las áreas que consiste en determinar el área de la baldosa y de la terraza y luego dividirlas para obtener la cantidad de baldosas, que en este caso son 8. Dado que las dimensiones de la terraza son múltiples simples de las baldosas, los estudiantes pueden ser más motivados a utilizar la técnica de la pavimentación. No obstante, puede ser poco evidente para los estudiantes el cómo ubicar la baldosa dado que es necesario girarlas.

Gestión didáctica

La organización de este Taller SIMCE es similar al descrito precedentemente, con la diferencia que el profesor Uribe no hace leer colectivamente los enunciados de las tareas. Además, él envía sistemáticamente alumnos a la pizarra para realizar las tareas. Luego, el profesor le pregunta a los estudiantes si están de acuerdo o no. En el caso que uno o varios estudiantes no estén de acuerdo, le pide a otro que salga a la pizarra y explique cómo resolvió el ejercicio y dónde está, según él, el error del compañero.

El profesor trabaja los errores de los estudiantes de forma similar al profesor Jiménez. Sin embargo, la cantidad de respuestas incorrectas es mayor que en la sesión presentada precedentemente, lo que hace que la resolución de una tarea tome más tiempo. El profesor Uribe tampoco entrega el resultado cuando ve que hay un error. Él realiza dos procedimientos: sea le pide a otro estudiante que realice la tarea o cuando identifica que la mayoría de los estudiantes no son capaces de resolverla, propone estrategias apoyándose en diferentes técnicas. En la tarea de la Figura 6.3, por ejemplo, el profesor propone diferentes técnicas para hacerla más comprensible, permitiéndole reforzar contenidos de operatorias con fracciones, división de decimales y la utilización de una tabla de descomposición.

La primera técnica que propone el profesor es la descomposición de 5,4% en “una tabla de equivalencia”. Una vez que él representa la cifra *5* como 5 centésimos y la cifra *4* como 4 cuatro milésimos ofrece dos caminos a seguir: la suma de fracciones o la utilización de una expresión decimal (líneas no. 1 - 5).

1. Prof.: *¿Se acuerdan cuándo vimos fracciones equivalentes? Tenían cantidades diferentes, pero el mismo valor. Una forma de registro es la siguiente (Figura 6.9). De la cantidad de cada 100, me fijo en esta parte posicional. Cuando se habla de porcentajes nos referimos a la idea de cada 100. Cuando yo tengo 5,4% hay una parte entera y otra decimal. ¿La parte 5 qué significa? El 5 es 5 de cada 100. ¿Dónde hay que escribir la parte entera?*

…	D	U	d	c	m
	10	1	$\frac{}{10}$	$\frac{5}{100}$	$\frac{4}{1000}$

Figura 6.9 - Resolución de la tarea Figura 6.7 por el profesor

2. Alum 1: *En los centésimos.*
3. Prof.: *Y el 4? En la posición inmediatamente inferior. ¿Cómo escribo esto? La cifra como 5,4 % la puedo expresar cómo… podemos tomar dos caminos. Uno es la fórmula que les enseñé para la suma de fracciones ¿ en este caso cómo sería?*

El profesor escribe la representación en la pizarra *(Figura 6.10 – primera y segunda línea)* y la lee en voz alta.

$$\frac{5}{100} + \frac{4}{1000} =$$

$$\frac{5 \cdot 1000 + 4 \cdot 100}{100 \cdot 1000}$$

$$\frac{5000 + 400}{100000} = \frac{54\cancel{00}}{1000\cancel{00}} = \frac{54}{1000}$$

Figura 6.10 - Resolución de la tarea

Luego les dice a los alumnos:

4. *Prof. : Ustedes hacen el resto y ven lo que sucede. Esa es una posibilidad. La otra posibilidad es transformar cada una de estas cifras en una expresión decimal. ¿Usted díganme como se transforma la expresión 5/100 en una expresión decimal. Transfórmenla por favor ¿Vean a qué resultado llegan?*

En la segunda línea de la tarea (Figura 6.10, segunda línea) el profesor resuelve la suma de fracciones amplificando ambas fracciones para tener un denominador común, siendo que solamente es necesario amplificar por 10 la fracción $\frac{5}{100}$ para realizar una suma con iguales denominadores. El trabajo que queda por hacer por los estudiantes es multiplicar por potencias de 10 y sumar.

En paralelo el profesor le pide al alumno A que salga a la pizarra para transformar la expresión en decimal (Figura 6.11) y les pide a los compañeros de curso que observen los resultados y hagan comentarios.

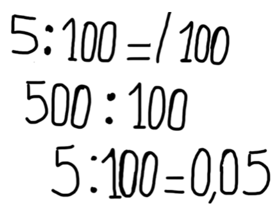


Figura 6.11 - Resolución de la tarea Figura 6.7 - Alumno A

5. *Alum 2.: Está mal, porque no era necesario amplificar.* (El profesor valida el comentario de los alumnos y les pregunta)
6. Prof.: *¿Cómo sería? ¿La división en forma directa?*
7. *Alum 3: Sí.*

En la primera línea el alumno A realiza la amplificación por 100 del dividendo para tener una división de resultado entero. Después que los compañeros notan que hay un error él procede a aplicar la técnica que consiste en agregar ceros al cociente.

Esta técnica, para la división de números decimales, suele ser aprendida por los estudiantes de forma recitativa, pero no parece completamente clara para ellos. En esta tarea el alumno A vuelve a escribir la división y entrega de forma inmediata el resultado. El profesor le pregunta como obtuvo ese resultado y el alumno responde que como el 100 no cabe en el 5, hay que agregar cero. Enseguida el profesor le pide al mismo alumno hacer la división de 4/1000 (Figura 6.12) y escribe de nuevo utilizando la misma técnica. Una igualdad errónea pero que refleja la sucesión de acciones.

$$4000 : 1000 = 0{,}004$$

Figura 6.12 - Resolución de la tarea Figura 6.7 - Alumno A

Mientras que el alumno A resuelve la división el profesor retoma la tarea (Figura 6.10) de la suma de fracción y la finaliza. Les realiza las siguientes preguntas a los estudiantes (línea no 8) y los estudiantes responden correctamente a estas preguntas.

8. Prof.: *¿ Otra persona concluyó el resultado con la suma fraccionaria? Vi que algunos simplificaron, ¿cómo queda la cifra fraccionaria sin la simplificación? (Figura 6.10) ¿Eso se puede simplificar? Al simplificar ¿cuánto queda?*

Luego el profesor retoma el trabajo del alumno A de la pizarra y le pregunta:

9. *Prof.: ¿Cómo lo hizo?* el resultado está bien, *pero detrás de ese resultado, ¿sabes qué está haciendo?*
10. *Alum.: Sí, pero no sé como explicarlo.*
11. *Prof.: Hágalo con la tabla.*
12. *Alum.: En 40 no cabe, en 400 tampoco y en 4000 si cabe, entonces 1000 en 4000 son 4.*

Mediante la resolución de la tarea el profesor refuerza diferentes técnicas justificadas por otras tecnologías como es el caso de sumas de fracciones con distinto denominador y división por una potencia de diez. En este último caso, se apoya en la tabla de numeración para dar sentido a la técnica de división utilizada por el alumno B (Figura 6.13), pero la conexión no es muy clara. Luego continúa.

D	u	d	c	m
	0,	0	0	4

Figura 6.13 - Resolución de la tarea Figura 6.7 - Alumno B

13. *Prof.: Estamos transformando las expresiones fraccionarias 5/100 y 4/1000 a decimal, es decir, estamos tratando de expresar dos situaciones en el mismos resultado, entonces queda por sumar cinco centésimos con cuatro milésimos. ¿Cuál es la relación que tienen las dos notaciones? (Figura 6.10 y Figura 6.14)*
14. *Alum.: Que son iguales.*

$$0{,}05 + 0{,}004 =$$

$$\begin{array}{r} 0{,}05 \\ 0{,}004 \\ \hline 0{,}054 \end{array}$$

Figura 6.14 - Resolución de la tarea Figura 6.7 - Alumno C

Como pudimos observar el profesor busca aplicar diferentes técnicas y hacer que los estudiantes sean capaces de justificar lo que hacen. En otras tres tareas se presentaron situaciones similares. En una de ellas el estudiante presenta la alternativa correcta pero no es capaz de justificar una de las alternativas. Un segundo estudiante responde y el profesor lo complementa con algunos ejemplos. En otras dos tareas sale un estudiante a la pizarra y entrega una respuesta errónea. Nuevamente un segundo estudiante realiza la tarea, la explica y el resto del curso aprueba su trabajo. Esta forma de gestionar la clase nos permite apreciar la importancia que el profesor le da a la participación de los estudiantes. Además podemos ver que el error se inscribe en un proceso normal dentro del desarrollo de la clase y no existe una sanción sino una retroalimentación, sea mediante la participación de los estudiantes o por la utilización de diferentes técnicas.

La tarea (Figura 6.8) sobre geometría es resulta por los estudiantes sin mayor problema. Tres estudiantes participan en la realización de ella en la pizarra. Dos de ellos realizan la tarea apoyándose en la técnica de pavimentación y uno en la del cálculo del área. El profesor lee la tarea e introduce preguntas asociadas al contexto de la tarea, como por ejemplo, qué es un mosaico y por qué en el sistema sexagesimal el ángulo recto mide 90º. Los estudiantes responden porque el ángulo completo vale 360º. Luego desarrollan la tarea de la siguiente manera:

15. *Prof.: ¿Cuáles son las medidas de los catetos?*
16. *Alum.(s): 40 y 60 cm.*
17. *Prof.: La terraza es de 120 por 80 cm. Ahora la pregunta es ¿cuántas baldosas se necesitan para cubrir la superficie del rectángulo? Resuélvalo usted ahora.* (enseguida el profesor saca a un alumno a la pizarra)
18. *Prof.: ¿Usted podría explicar lo que hizo?*
19. *Alum1.: Tenemos un rectángulo cuyos catetos miden 40 y 60 cm y un rectángulo cuyo lados miden 80 y el otro 120 que es el doble de la medida del cateto de 60 y que lo mismo pasa en el otro lado. Aquí el cateto de 40 cabe dos veces acá y el cateto de 60 también cabe dos veces (Figura 6.15).*

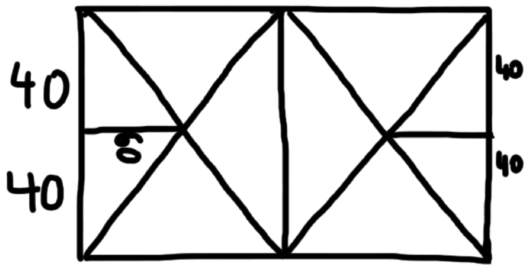


Figura 6.15 - Resolución de la tarea Figura 6.8 - Alumno 1

Aunque el alumno identifica correctamente las relaciones entre dimensiones, su pavimentación no es correcta. Al parecer el dibuja dos cuadrados, cada uno dividido en cuatro triángulos rectángulos isósceles. Esta técnica muestra que entrega la respuesta correcta 8. El profesor retoma el trabajo del alumno y le pide que explique lo que hizo y que escriba las dimensiones en el dibujo.

20. <u>*Prof.*</u>*: ¿Entonces si cabe dos veces qué significa eso?,¿ahí cuánto hay? Póngale las medidas a los catetos para poder comprender con más claridad. A ver, si tu dices eso 40 y 40 es ese triángulo, la altura ¿cuánto es? ¿Perdón, es la altura, no? ¿Si esa es la altura la base cuánto mide?* (El alumno realiza un dibujo en la pizarra, tratando de hacer calzar triángulos con las medidas 40 y 60, no dándose cuenta que la altura no puede ser 60cm.
21. <u>*Alum.*</u>*1: Está al revés.*
22. <u>*Prof.*</u>*: ¿Qué piensan ustedes de lo que acaba de hacer el compañero?*
23. <u>*Alum.2*</u>*: No entiendo lo que está haciendo.*
24. <u>*Prof.*</u>*: ¿Qué parte no entiende, señor Juan? ¿No entiendes nada?*
25. <u>*Alum.2*</u>: *Igual entiendo, que 40 y 40 lo dividió…*
26. <u>*Prof.:*</u> *Entiendes que el ejercicio acá es saber cuántas de estas baldosas caben acá. El compañero, para poder resolver el ejercicio, qué fue lo que hizo.*
27. <u>*Alum.3*</u>*: En la medida de 40 el 80 va a caber dos veces (todos los alumnos ríen)*
28. <u>*Prof.:*</u> *Alguna otra propuesta*

29. *Alum.4: Es como un volantín.* (El alumno utiliza la técnica de pavimentación para hacer calzar el triángulo en el rectángulo una determinada cantidad de veces – Figura 6.16).

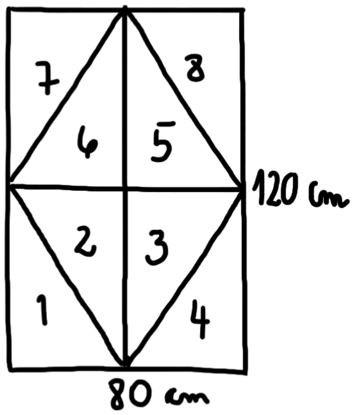


Figura 6.16 - Resolución de la tarea Figura 6.8 - Alumno 4

30. *Prof.: Pon las medidas de los catetos. Se entiende eso.*
31. *Alum.(s):Sí…*

El profesor pregunta enseguida si hay otra solución posible, esto hace que la técnica del cálculo de área emerja.

32. *Prof.: ¿De qué otra forma se puede resolver el ejercicio?*
33. *Alum.5: Primero se saca el área del triángulo, después se saca el área del rectángulo y luego se dividen. (Figura 6.17)* La resolución de este alumno muestra la disposición de los cálculos que realiza.

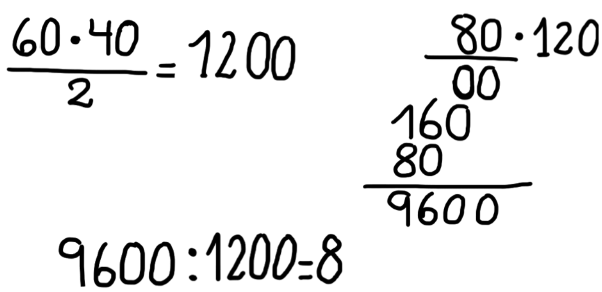


Figura 6.17 – Resolución de la tarea Figura 6.8 - Alumno 5

Finalmente, una vez que el estudiante termina la tarea, el profesor le pide a otro alumnos que explique lo que hizo el compañero. Además de esa explicación, el profesor complementa el resultado diciendo que es una idea de comparación de áreas y por tal motivo se calcula el área del triángulo y luego la del rectángulo. Para saber cuántas veces algo está contenido en otra cosa, se utiliza la división.

Como pudimos observar el profesor Uribe hace participar a los estudiantes en el proceso de validación de los resultados. De igual forma vemos que privilegia diferentes estrategias para la resolución de tareas. De manera global observamos que su trabajo fortalece los aprendizajes de los estudiantes, puesto que las tareas son explotadas ampliamente para reforzar los conocimientos en la disciplina y no se queda solo en la aplicación de técnicas ligadas a un tipo de tareas.

6.3.3 Ficha n° 3 – Prof. Linderos

Contexto del establecimiento

Esta sesión fue realizada por el profesor Linderos, en el establecimiento Escuela Perú. La institución está dentro de la *Categoría 2: Alta acción – Mediano desempeño.* Esta categoría se caracteriza por sus establecimientos con medianos resultados en las evaluaciones SIMCE; la puesta en marcha de varios dispositivos SIMCE y un contexto socioeconómico medio-favorable con diferencias según las escuelas. Podría decirse que el profesor Linderos posee el mejor perfile docentes de su categoría. Él se destaca por sus años de experiencia y su formación, su *posicionamiento institucional* y muchos aspectos de su *sensibilidad didáctica*. El profesor ha realizado varios cursos de perfeccionamiento, incluyendo una pasantía en el extranjero, trabajando metodologías para la enseñanza de matemática. Dentro de su establecimiento él realiza dos dispositivos SIMCE, el Taller SIMCE y el Ensayo SIMCE.

Contexto de clase

Debido a un cambio de planificación por la parte del departamento pedagógico del establecimiento, el Taller SIMCE planeado inicialmente fue remplazado por un ensayo SIMCE de 1 hora pedagógica (cf. § 18.3 Anexo J). Pese a este imprevisto, describimos el desarrollo de esta clase como nos parece interesante mostrar como se efectúa este trabajo, el que se realiza frecuentemente en las instituciones que observamos.

Durante el ensayo SIMCE cada estudiante recibe una copia de la prueba que cuenta con 35 preguntas de opción múltiple, con solo una respuesta correcta por pregunta. Del conjunto de tareas, 7 corresponden a la geometría y a las magnitudes geométricas, 12 tratan los números enteros, 1 es acerca de los números racionales, 2 abordan los números decimales, 4 son sobre el cálculo de magnitudes, 4 tratan las proporciones, 3 son sobre porcentajes y 2 tratan de estadística. Las tareas tienen enunciados cortos, la mayor parte siendo sin contexto, y demandan principalmente un cálculo directo.

Gestión didáctica

La sesión de clase incluye 36 alumnos y se desarrolla de forma individual (larga). El profesor entrega los ensayos SIMCE a un estudiante para que los reparta a sus compañeros. Una vez que cada alumno tiene su ensayo el profesor interviene, pidiendo a todos que se concentren y señala que la evaluación será calificada con una nota sumativa. No entrega ninguna otra consigna sobre como responder a la evaluación o la cantidad de tiempo que cuentan para responder. Los estudiantes tienen que trabajar solos, utilizando como material solo un lápiz. Todos comienzan a trabajar en su evaluación, salvo 5 a 8 alumnos que parecen no hacer nada. En dos o tres ocasiones un estudiante pide la palabra para hacerle una pregunta al profesor. Las preguntas son sobre la transcripción de la evaluación.

6.3.4 Ficha n° 4 – Prof. Ocaña

Contexto del establecimiento

Esta sesión fue realizada por el profesor Ocaña del establecimiento Liceo Bolivia. La institución está en la *Categoría 2,* como la del profesor Linderos descrito anteriormente. Dentro de su categoría tiene el perfil con mayores variaciones. Tiene el nivel más bajo de todos en las dimensiones *formación y experiencia* y *posicionamiento institucional*, pero se destaca por tener la más alta *relación con la* *evaluación SIMCE* en gran parte por su implicación a varios niveles. Dentro de su establecimiento el profesor Ocaña realiza tres dispositivos SIMCE, el Taller SIMCE, el Ensayo SIMCE y *Reforzamientos*.

Contexto de clase

Observamos un taller SIMCE que dura dos horas pedagógicas. Este tipo de clase se realiza una vez por semana durante todo el año escolar. En este caso el profesor organiza la clase de forma grupal, utilizando el manual de ejercitación, *Santillana Sendas*. Los alumnos usan este manual durante cada taller para desarrollar las tareas según los temas que ha trabajado en las clases ordinarias durante la semana.

El manual *Santillana Sendas* está dividido en unidades temáticas, de acuerdo a los dominios del programa de estudio (ej. Geometría). Estos dominios están organizados en fichas, correspondiendo a un tema especifico (ej. Ángulos y triángulos).

El taller que observamos corresponde a la *Unidad 2*, *Ficha 2* y parte de la *Ficha 3* (cf. § 18.4 Anexo J). Los temas de las tareas tratados en las fichas corresponden a la identificación de ángulos entre rectas paralelas; la identificación de tipos de triángulos y sus elementos y la aplicación del Teorema de Pitágoras. Cada una de las tareas debe ser resuelta dado que no son de opción múltiple. Dentro de cada ficha hay un resumen por contenido. Por ejemplo en "*triángulos y sus elementos*" se define el triángulo, su clasificación según lados y ángulos, las propiedades referentes a la suma de sus ángulos internos y externos y el teorema de Pitágoras. Esta información es presentada al costado de la hoja. En la Figura 6.18 presentamos un ejemplo del tipo de tareas realizadas por los estudiantes en este Taller SIMCE.

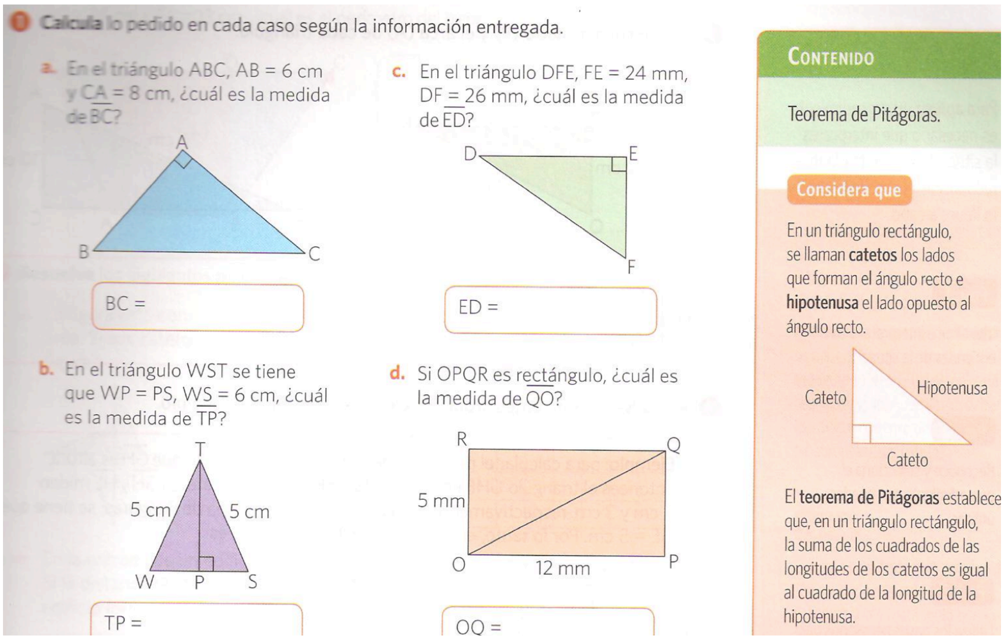


Figura 6.18 - Tarea del Taller SIMCE de Prof. Ocaña

En principio, estas cuatro tareas pueden ser resueltas utilizando el teorema de Pitágoras. Aunque en las tareas *a.* y *b.* los estudiantes pueden apoyarse en la técnica del trio pitagórico. En el caso de la tarea *a.* se debe descomponer la dimensión 6 en 2*3 y la 8 en 2*4, lo que permite encontrar la tercera longitud que corresponde a 2*5, o sea 10 cm. En la tarea *b.* el trío pitagórico es más simple de encontrar, dado que se entregan las dimensiones 3cm y 5cm. La dificultad es visualizar el triángulo PST de forma independiente del triángulo STW. En las tareas *c.* y *d.,* por las dimensiones dadas, se debe utilizar el teorema de Pitágoras. En la tarea c. los estudiantes deben determinar el cateto $\overline{DE}$ del triángulo DEF. Para ello deben resolver la ecuación aplicando el inverso aditivo. Una vez que obtienen el valor de las dos dimensiones la raíz cuadrada $\sqrt{100}$ es familiar a ellos y no tendrán problema de obtener el valor del cateto $\overline{DE}$ desconocido. En la última tarea *c.,* también se debe aplicar la fórmula del teorema de Pitágoras, con la diferencia que es necesario que los alumnos visualicen el rectángulo como dos triángulos rectángulos, por lo que interviene la descomposición figural.

En este Taller SIMCE solo se corrigen las tareas de la ficha Pitágoras. Como señalamos en la ficha de descripción de las sesiones de clase, las tareas sacadas del libro de texto tienen respuesta abierta y los contenidos están organizados por unidades temáticas. Estas características distinguen esta sesión de las anteriormente descritas.

Gestión didáctica

Este Taller SIMCE se desarrolla en dos formas de interacción. Una primera *forma colectiva poco interactiva* y una segunda *forma de trabajo individual,* más larga. En la sesión los estudiantes trabajan en grupo, utilizando el manual *Santillana Sendas*. La indicación que los estudiantes reciben es de desarrollar las tareas de la *Unidad 2* las *Fichas 2 y 3* acerca del dominio de la geometría. La *Ficha 2* cuenta con 4 ítems consagrados a los temas de rectas y de ángulos, incluyendo 3 a 5 tareas cortas por ítem y 9 ítems sobre el tema de triángulos. La *Ficha 3* trata el tema del teorema de Pitágoras y su recíproco. El profesor les da alrededor de una hora para resolver las tareas. Al final él retoma dos tareas para las cuales varios estudiantes le pidieron ayuda y las corrige en la pizarra.

La forma como el profesor resuelve y explica las tareas nos permite constatar que se apoya en un método catedrático, caracterizado por un trabajo procedimental de la técnica. Una de las tareas que corrige está presentada en la Figura 6.18. Además de trabajar la técnica del teorema de Pitagoras, esta tarea permite evaluar en que caso se puede utilizar el teorema de Pitágoras y retomar las propiedades de los elementos del triángulo, en este caso la altura y sus características. Se sabe que $[TO]$es altura del triángulo EQT, siendo la recta perpendicular al lado puesto al vértice T, ella queda trazada en la zona externa del triángulo EQT. Dado que $[TO]$ es perpendicular al segmento $[OQ]$ el triángulo ETO es rectángulo. A partir de este razonamiento es posible determinar el valor del cateto $[ET]$ utilizando el teorema de Pitágoras, aunque como vimos en las tareas precedentes, las dimensiones 6 cm y 8 cm pueden ser descompuestas en 2*3 y 2*4 respectivamente para obtener 2*5. Luego con $[ET]$ igual a 10 cm y conociendo el valor de los otros dos lados, $[EQ]$ que se obtiene por la diferencia entre 15 cm – 6cm, el valor del perímetro del triángulo EQT es 35,46 cm. Agregamos, por último el hecho que los estudiantes deben realizar una adición con números enteros y decimales.

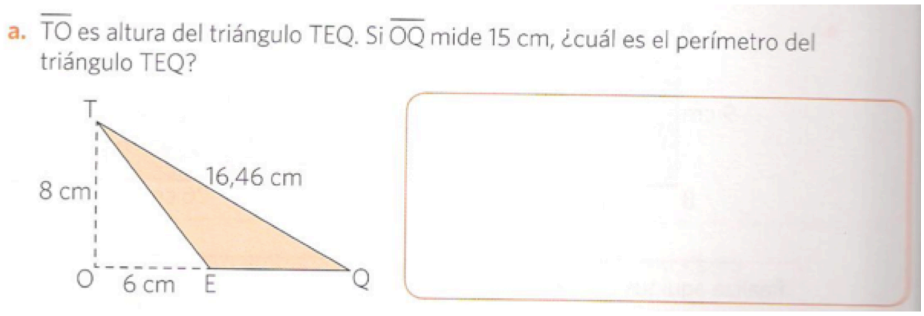


Figura 6.18 - Tarea del Taller SIMCE de Prof. Ocaña

Las acciones realizadas por el profesor son muy reducidas. Él dibuja la figura presentada, luego pregunta a los estudiantes si es posible aplicar el teorema Pitágoras, a lo cuál responden que no. En ese momento el profesor Ocaña toma un camino diferente al de los profesores Jiménez y Uribe. Él no utiliza una técnica didáctica que les permita a los estudiantes comprender el porqué pueden utilizar este teorema, sino que ofrece directamente la siguiente explicación:

1. *Prof. Miren EQ = 9. Falta el cateto. (Señala el segmento TE). A este lado hay un triángulo rectángulo ¿ podemos aplicar Pitágoras?*
2. *Alums. Sí*

Aquí constamos que el profesor confirma sin mayor explicación que el triángulo EQT es rectángulo. Él no explica porque, tampoco explica la posibilidad de utilizar el trío pitagórico para resolver la tarea. Una vez que los estudiantes confirman que sí pueden usar el teorema de Pitágoras el profesor escribe la fórmula y resuelve la ecuación enunciando los pasos en voz alta.

3. *Prof.:*

$$x^2 = 8^2 + 6^2$$
$$x^2 = 64 + 36$$
$$x^2 = 100$$
$$x = 10$$

4. *Prof.: ¿Cuánto es la raíz de 100? ¿Cuánto vale el perímetro? ¿Qué es el perímetro? La suma de los lados;* 10 + 9 + 16,46 = 35,46 cm.

Después de finalizar la tarea pregunta si existen dudas. Unos estudiantes señalan que sí, que no entienden lo que hizo y el profesor vuelve a repetir los pasos de la resolución, apoyándose en los mismos argumentos antes señalados.

La forma como el profesor realiza el Taller SIMCE también es muy diferente de las sesiones SIMCE anteriormente descritas. No observamos las dinámicas descritas precedentemente. El momento de aplicación es débilmente explotado. Se presenta una sola técnica y la puesta en relación de los elementos tecnológicos asociados a la tarea es mínima. No obstante, observamos que el profesor busca responder a las dudas de los estudiantes, principalmente a través de una interacción personalizada.

6.3.5 Análisis de los Talleres SIMCE

De las cuatro observaciones de la puesta en marcha del dispositivo Taller SIMCE, solamente pudimos observar el trabajo de tres sesiones de clase, dado que en uno de los talleres se realizaba un ensayo SIMCE.

De la cuatro instituciones donde observamos dispositivos SIMCE, dos corresponden a la categoría "*Alta acción – Alto Desempeño*" y dos a la categoría "*Alta acción – Mediano Desempeño*". De los cuatro profesores observados tres de ellos (Profesores Jiménez, Uribe y Linderos) poseen al mínimo 10 años de experiencia y cuentan con formación continua significativa. El profesor Ocaña, solo cuenta con 3 años de experiencia docente.

Dentro de las instituciones clasificadas de *"Alta acción – Alto desempeño",* la elaboración del material pedagógico para la realización de los talleres SIMCE, como las guías de ejercicio y ensayos SIMCE, son la responsabilidad compartida entre los profesores y sus instituciones. Estas instituciones asumen una gran parte de la organización del dispositivo taller y ensayo SIMCE. En contraste, en la institución del profesor Ocaña (Categorizada *"Alta acción – mediano desempeño"*), el profesor está a cargo de la organización de los dispositivos y de su puesta en marcha.

En el contexto de estas sesiones de clase de Taller SIMCE, constatamos que se proponen tareas correspondientes a diferentes dominios y sectores matemáticos, en las guías de ejercitación y en ensayos SIMCE.

Las tareas propuestas son en mayoría de opción múltiple, salvo en uno de los talleres donde se trabaja con un manual de ejercitación que propone tareas de respuesta abierta. En ninguna de estas sesiones observamos que los profesores trabajan de forma explícita y de manera importante la obtención del resultado correcto, apoyándose en una técnica de eliminación de alternativas. Solamente vimos a dos profesores realizar intervenciones, haciendo referencia al trabajo con otras alternativas. En un caso, el profesor Uribe dice a los estudiantes que analicen las alternativas y vean cuales pueden descartar. En otra instancia, vimos al profesor Jiménez corrigiendo una tarea apoyándose en las alternativas para encontrar la alternativa correcta. A pesar de que este trabajo con las alternativas fue poco observado, el hecho de proponer tareas de selección múltiple les permite familiarizarse con la evaluación SIMCE. En el caso del taller SIMCE, donde utilizan un manual de ejercitación, las tareas son abiertas. En este caso la familiarización con la evaluación SIMCE es *a priori* menos evidente.

La selección de una técnica determinada para resolver una tarea es un trabajo que los estudiantes realizan de forma independiente. Como señalamos, ellos cuentan con 3 a 4 minutos para resolver una tarea. En general los estudiantes se enfrentan a realizar tareas con diferentes temáticas, lo que hace que deban movilizar una diversidad de técnicas y elegirlas de modo autónomo. Las técnicas pueden ser más o menos inducidas por el texto, como lo muestra la tarea de la figura 6.1. La técnica para determinar el valor de la variable k en la secuencia de números pares no es inducida mientras que en la tarea de la figura 6.2, del cálculo del perímetro del triángulo, el hecho que el triángulo es rectángulo motiva la utilización del teorema de Pitágoras. Este tipo de sesión de clase les permite a los estudiantes recordar contenidos trabajados durante todo el año escolar. La selección de una técnica es menos trabajada por los estudiantes que utilizan el manual de ejercitación, dado que en cada ficha el manual ya propone resúmenes de los discursos tecnológicos en juego.

La justificación de la técnica también es una práctica que observamos. No solo se espera que los estudiantes obtengan un resultado correcto, sino que también sean capaces de explicar la técnica que utilizaron. En una de las sesiones el profesor le pregunta a los estudiantes que propiedades matemáticas utilizaron para resolver una tarea. Otro aspecto del trabajo con la técnica es la valorización de la utilización de diversas técnicas para el desarrollo de las tareas. A través del énfasis en justificar la técnica y la valorización de diferentes estrategias, observamos que trabaja la capacidad de comunicar y argumentar sus procedimientos y racionamientos con los estudiantes.

El reforzamiento del discurso tecnológico también es una acción que pudimos observar. No solo se refuerzan técnicas específicas a una tarea, sino que también se refuerzan técnicas asociadas a otros discursos tecnológicos, que son *a priori* disponibles por parte de estudiantes, como por ejemplo fracciones equivalentes, amplificación y simplificación de fracciones, razones, suma de fracciones o división con números decimales.

Los estudiantes participan de la validación de resultados de las tareas. Una gran parte del trabajo de corrección de tareas es realizada por los estudiantes. El rol que juega el profesor es más de guía y en ocasiones propone una técnica o entrega explicaciones sobre la tarea. En este contexto las respuestas erróneas son tratadas de forma constructiva. Por un lado, se busca que ellos identifiquen como se han equivocados, y por otro lado se trata que todos los estudiantes participen y logren comprender la tarea que se está realizando.

Desde la perspectiva de la gestión didáctica observamos principalmente secuencias de trabajo en *formas colectivas interactivas* y *formas individuales muy cortas* en alternancia. En la *formas colectivas interactivas* los estudiantes participan de varias formas: comunicando lo que han comprendido de las tareas; realizando las correcciones en la pizarra; explicándole a sus compañeros cómo resolver una tarea; validando un resultado o leyendo una tarea. En algunas sesiones se privilegia la corrección oral y en otras la corrección en la pizarra. En las *formas individuales de trabajo*, los estudiantes tienen entre 2 a 3 minutos para leer y resolver una tarea. Durante este tiempo el profesor no interviene, es un momento exclusivamente destinado a que cada estudiante resuelva una tarea de forma individual. Sin embargo, en una de las sesiones observamos una organización más bien opuesta a la descrita precedentemente. Corresponde a *formas individuales largas* de trabajo en pares, sin la intervención del profesor, y *formas colectivas débilmente interactivas*, donde el profesor corrige los ejercicios frente al curso. En este caso las ventajas de la gestión didáctica de las dos primeras sesiones no se observan.

6.4 FICHAS DE OBSERVACIÓN SESIONES ORDINARIAS

6.4.1 Ficha n°1 – Prof. Linderos 1

Contexto del establecimiento

Este contexto de establecimiento y el perfil de profesor han sido descrito precedentemente en la sección cf. § 6.3.3

Contexto de clase

La sesión corresponde a la segunda clase de la unidad de geometría. En la primera clase el profesor nos declaró haber realizado un recordatorio de los temas trabajados en los años anteriores: la medición de perímetro y área de polígonos, el cálculo de volúmenes y el teorema de Pitágoras. La clase que nosotros observamos es sobre circunferencia y círculo, ella corresponde, así a priori al momento del estudio del primer encuentro con un tipo de tarea. En esta sesión se dan a conocer las propiedades de la circunferencia y del círculo. El profesor utilizó una presentación PPT para enseñar el contenido (cf. § 18.5 Anexo J). Los estudiantes utilizaron su cuadernos, el manual escolar oficial, una regla (entregada por el profesor) y una ficha de trabajo que reciben del profesor después de su presentación. En esta sesión el profesor utiliza cuatro diapositivas. Tres de ellas son utilizadas para dar a conocer definiciones y una donde propone una tarea a los estudiantes para introducir la constante pi (π) y luego el perímetro y el área del círculo. Como señalamos en la clase precedente se había realizado un recordatorio de los contenidos de geometría vistos los años precedentes y también se habían presentado dos diapositivas sobre la definición de la circunferencia.

Gestión didáctica

Podemos dividir la organización didáctica de la sesión en dos fases que se repiten tres veces. Una *forma colectiva,* poco interactiva, y otra *forma individual*. En las formas colectivas la participación de los estudiantes se reduce a responder a un par de preguntas propuestas por el profesor. En las *formas individuales* los estudiantes copian las definiciones y dibujan la circunferencia y el círculo en su cuaderno. Estas formas individuales ocupan la mayor parte de la clase.

La clase del profesor Linderos comienza con un momento de institucionalización de: las definiciones y propiedades de nociones sobre circunferencia y círculo. Como señalamos precedentemente la definición de circunferencia ya había sido trabajada en la clase anterior, los términos utilizados fueron los siguientes: *"Una circunferencia es el lugar geométrico de los puntos del plano que están a igual distancia de un punto fijo, llamado centro; dicha distancia se denomina radio. Matemáticamente, el conjunto C de puntos p del plano P, que pertenecen a una circunferencia de centro O y radio r, se puede representar de la siguiente manera:* $C = \{p \in P /\ d(p, O) = r\}$*."* Luego, para avanzar en la unidad temática de perímetro y área, el profesor propone una tarea de exploración que tiene como objetivo identificar la relación entre el perímetro de la circunferencia y el radio. Las definiciones que el entrega a los estudiantes son breves y no observamos ninguna diferenciación entre definiciones y propiedades. En la diapositiva 1 (Figura 6.19) sirve de soporte para institucionalizar las nociones básicas ligadas a la circunferencia.

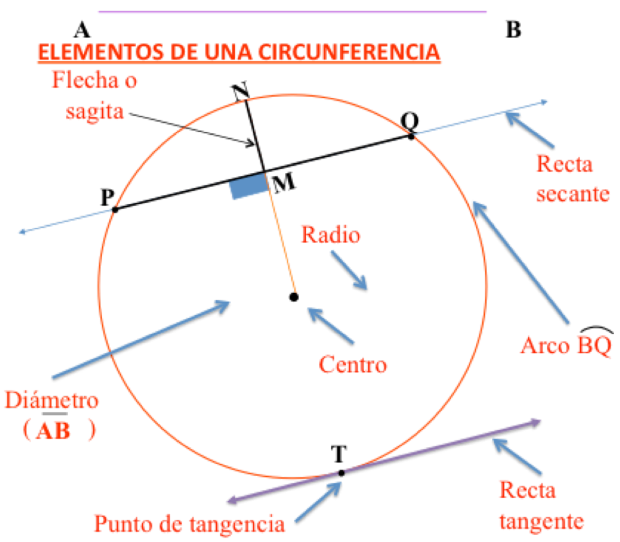


Figura 6.19- Diapositiva 1 de la clase de Prof. Linderos

Utilizando esta figura el profesor explica y define cada uno de los elementos de la circunferencia. El profesor Linderos comienza por "la recta secante", pero también retoma las definiciones de circunferencia; centro y radio, y diámetro introducidas en la sesión anterior. Hemos puestos números a cada concepto para enumerar el orden como son presentadas estas nociones.

1. *Prof.: La recta secante es la que intersecta a la circunferencia en dos puntos y forma adentro un segmento que se llama cuerda. No hay que confundir cuerda con secante. ¿cuántas cuerdas se pueden trazar en una circunferencias?*
2. *Alum.: indefinidas.*
3. *Prof.; indefinidas ¿no se sabe? ¿o infinitas?*

En términos generales vemos que se habla de recta secante, sin precisar que se trata de una recta secante a la circunferencia.

4. *Prof.: Diámetro, es la cuerda mayor que podemos encontrar, es aquella que pasa por el centro de la circunferencia. Esta cuerda tiene una característica especial que desde el centro a la circunferencia es el radio. El diámetro equivale a la medida de dos radios, entonces d = 2r o como dijo el compañero es r = d/2. También tenemos otro tipo de recta, es la tangente (la señala con la mano). La recta tangente toca a la circunferencia en un solo punto. Lo importante a saber, es la distancia del punto del centro al punto de la tangencia ¿a qué se refiere? Al radio. Pero además, cuando nosotros trazamos una línea al punto de tangencia, esa línea que pasa por acá va a ser perpendicular al punto de tangencia.*

También es posible observar que la definición del radio es presentada en la clase precedente de forma más especifica, como "*una circunferencia es el lugar geométrico de los puntos del plano que están a igual distancia de un punto fijo, llamado centro; dicha distancia se denomina radio*". En la línea 4, observamos que el profesor utiliza un vocabulario inapropiado para presenta las definiciones y propiedades en cuestión. Este discurso sobre las propiedades no se define con claridad, por ejemplo él señala *"toca un punto"* donde debería especificar *"es perpendicular en T al segmento* $[OT]$*"*

estos mismos tipos de definiciones los encontramos en *"trazamos una línea al punto tangencia va a ser perpendicular al punto de tangencia"* siendo que debería explicitar que la perpendicular será perpendicular a otra recta. En cada una de estas afirmaciones encontramos imprecisiones de las propiedades geométricas en juego. También, observamos la utilización de nociones como distancia y medida de forma poco precisa. El profesor continúa las definición manteniendo el mismo tipo de discurso.

> 5. *Prof.: Un arco es un pedacito o un segmento de la circunferencia misma. Ejemplo arco PQ, son pedacitos de (recta)circunferencia. Cuando se acercan los punto se van perdiendo los puntos de la curvatura. Es importante tenerlo en cuenta para más adelante. Lo mismo pasa con la tierra como es tan grande no logramos ver la curvatura vemos el horizonte. Si nosotros trazamos una cuerda y trazamos también un radio perpendicular se forman dos sectores que son simétricos, se forma un segmento que se llama Flecha o Sagita.*

En la definición de arco se presenta de forma implícita la noción que es un segmento limitado por dos puntos, por ejemplo el arco $\widehat{NP}$. En la definición de fecha o sagita, también, encontramos ciertas imprecisiones, dado que la fecha o sagita es el segmento que une o conecta el centro de un arco con el centro de una cuerda definida por los dos mismos puntos de la circunferencia. En la segunda diapositiva (Figura 6.20) el profesor insiste en la definiciones antes mencionadas. A diferencia de las

Una **circunferencia** está formada por todos los puntos del plano que están a igual distancia de un punto en particular llamado centro. En una circunferencia podemos distinguir los siguientes elementos:

Cuerda: segmento trazado entre dos puntos cualesquiera de la circunferencia.

Radio: segmento que une cualquier punto de la circunferencia con el centro.

Diámetro: cuerda que une dos puntos de la circunferencia pasando por el centro. En toda circunferencia se tiene que la medida del diámetro corresponde al doble que la medida del radio.

Arco: parte de circunferencia comprendida entre dos puntos de ella. Una recta, según su posición respecto a una circunferencia, puede ser:

Tangente a una circunferencia: recta que tiene solo un punto en común con la circunferencia.

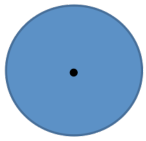
Secante a una circunferencia: recta que corta a la circunferencia en dos puntos.

Figura 6.20- Diapositiva 2 de la clase de Prof. Linderos

primeras definiciones, las de la diapositiva 2, son precisas y las propiedades son explicitadas de forma clara y correcta. En la tercera diapositiva (Figura 6.21) el profesor define el círculo. Él lee la definición y menciona de forma oral el centro O, pone énfasis en que el conjunto de puntos debe ser menor o igual al radio.

CÍRCULO

El **círculo** es el lugar geométrico de los puntos del plano cuya distancia a otro punto fijo, llamado centro, es menor o igual que la longitud del **radio**.



Matemáticamente, el conjunto C de puntos p del plano P, que pertenecen a un círculo de centro O y radio r, se puede representar de la siguiente manera:

$$C = \{ p \in P \,/\, d(p,O) \leq r \}$$

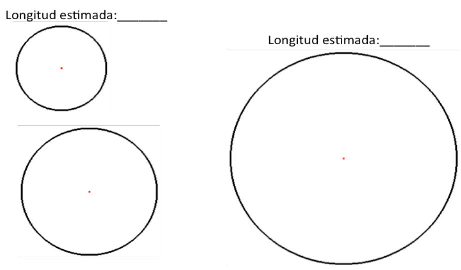
La notación d(p, O) representa la distancia desde cualquier punto p del plano P al centro O.

Figura 6.21- Diapositiva 3 de la clase de Prof. Linderos

En términos generales, en esta fase las intervenciones de los estudiantes son mínimas, la consecuencia de la naturaleza de la presentación que es principalmente expositiva. Aunque, en un último momento de trabajo, el profesor propone una tarea a los estudiantes. Esto ocurre aproximadamente dos minutos antes de finalizar la clase, la tarea (Figura 6.22) es una estimación del borde de cuatro circunferencias propuestas en esta ficha de trabajo que comenzarán en la sesión siguiente.

ACTIVIDAD: Acercándonos a medir la circunferencia

Realiza una estimación de la longitud de cada una de las circunferencias entregadas y anótala s al costado de cada una de ellas.



Circunferencias	Longitud obtenida	Medida del diámetro	Longitud / diámetro
Circunferencia 1			
Circunferencia 2			
Circunferencia 3			
Circunferencia 4			

Figura 6.22 – Diapositiva 4 de la clase de Prof. Linderos

Esta tarea posee características similares a las que encontramos en el programa, con una variable, que es la forma de medición. Los estudiantes utilizan una regla para estimar la medida de la longitud de la circunferencia. Consideramos que esta tarea podría ser abordada con la técnica tradicional de la medición a través de un hilo o cuerda. No obstante, este trabajo puede llevar a que los estudiantes perciban la dificultad de medir una longitud curva con un instrumento rectilíneo.

Solamente pudimos observar la presentación de esta tarea que fue hecha unos minutos antes de finalizar la sesión de clase. Contamos con la presentación de la unidad completa en diapositivas que el profesor nos proporcionó. Aunque no pudimos observar como él desarrolla la clase éstas diapositivas nos permiten apreciar un trabajo por parte de los estudiantes. Además constatamos que él profesor continúa utilizando tareas próximas al programa de estudio.

6.4.2 Ficha n° 2 – Prof. Linderos 2

Contexto del establecimiento

Este contexto de establecimiento y el perfil de profesor han sido descrito precedentemente en la sección cf. § 6.3.3

Contexto de clase

La sesión de estadística que pudimos observar fue la primera clase de la unidad "Datos y azar". Por esta razón, la sesión corresponde al momento del estudio del primer encuentro con el tipo de tarea. El profesor utilizó una presentación PPT para presentar la unidad. Los estudiantes utilizaron su cuaderno y el manual escolar oficial.

Gestión didáctica

La clase se desarrolla en una secuencia de *formas colectiva* e *individuales de trabajo*. La *forma colectiva* es poco interactiva, caracterizada por el ser el profesor quien interactúa con los estudiantes, ya sea presentando las definiciones y entregando explicaciones o haciendo preguntas y corrigiendo el trabajo de los estudiantes.

La *forma individual* es larga y los estudiantes deben primero realizar una primera tarea que consiste en completar una tabla de frecuencia: frecuencia absoluta, frecuencia relativa, frecuencia relativa porcentual. Después de unos 15 minutos de trabajo individual el profesor saca a un estudiante a la pizarra para completar la tabla. En ese momento interviene el profesor, haciendo preguntas a los estudiantes sobre los datos de la tabla y explicando nuevamente cada una de las frecuencias.

La sesión de clase se desarrolla de la forma descrita durante 2 horas pedagógicas. Los estudiantes se muestran participativos, respondiendo a las preguntas.

Después de observar esta clase decidimos no analizarla más en detalle ya que el profesor realiza casi la misma gestión didáctica que en el primer caso (cf. § 6.4.2).

6.4.3 Ficha n° 3 – Prof. Dunas

Contexto del establecimiento

La sesión fue realizada por la profesor Dunas del establecimiento Colegio Argentina. Esta institución entra en la *Categoría 2,* la misma que la del profesor Linderos. El perfil del profesor Dunas se encuentra entre los de los otros profesores de la categoría. Tiene niveles que van de intermedio-bajo a intermedio alto en las cuatro dimensiones (*Formación y experiencia, Posicionamiento institucional, Relación a la evaluación SICME, Sensibilidad Didáctica*). Dentro de su establecimiento el profesor Dunas no realiza ningún dispositivo, solamente tiene la responsabilidad de reforzar los contenidos que arrojan bajos resultados en los Ensayos.

Contexto de clase

Pudimos observar dos sesiones de clase del profesor Dunas, donde realiza la misma lección pero dos cursos diferentes. La clase que observamos fue sobre proporcionalidad y porcentajes. Ella corresponde al momento del estudio de *aplicación*. El profesor utiliza la pizarra como recurso de aula, mientras que los estudiantes utilizan sus cuadernos y una guía de trabajo (cf. § 18.6 Anexo J). El profesor Dunas propone dos tipos de tareas utilizando una misma técnica. Vemos claramente la especificación del contrato didáctico en cada una.

El primer tipo de tarea que los estudiantes deben resolver es el cálculo de un porcentaje dado de una suma de datos: *“calcula el 10% de 184.000; 12% de 155.003; 27% de 600.000”*. Para este tipo de tareas el profesor explícita la técnica siguiente: $\frac{Cantidad\ Total}{Cantidad\ Parcial} = \frac{100\%}{x\%}$. Por lo que los estudiantes proceden a resolver cada tarea utilizado esta técnica. Por ejemplo, la resolución de calcular el *10% de 184 000,* es la siguiente:

$$\frac{184000}{x} = \frac{100\%}{10\%}$$

$$x = \frac{18400\cancel{0} \cdot 1\cancel{0}}{1\cancel{0}\cancel{0}}$$

$$x = \frac{18400 \cdot 1}{1} = 18400$$

Figura 6.23 Tarea de la clase de Prof. Dunas

Para este tipo de tarea también se puede proponer una técnica más directa, el x% de una magnitud se obtiene al multiplicarla por $\frac{x}{100}$. La técnica propuesta por el profesor es más próxima al cálculo de una cuarta proporcional, apoyándose en la técnica de producto cruzado.

El segundo tipo de tareas (Figura 6.24) que el profesor propone corresponde al cálculo de un precio inicial conociendo el precio final y el porcentaje de descuento. El profesor es quien propone una técnica para realizar esta tarea, apoyándose solamente en una presentación gráfica.

Catalina compró un par de botas a 14.300 pesos, en la liquidación de una tienda. Si todo el calzado estaba rebajado en un 35%. ¿Cuál era el precio original de las botas? Original de las botas quiere decir sin el descuento.

Figura 6.24 - Tarea de la clase de Prof. Dunas

Este tipo de tarea es más complejo que lo anterior, como lo muestra la literatura. La técnica que utiliza el profesor consiste en determinar el coeficiente multiplicador, entre el precio inicial y final, que en este caso es $\left(1-\frac{35}{100}\right)=0{,}65$, luego apoyándose de la misma expresión trabajada resolver la ecuación que permite encontrar el valor de la variable precio original. Aunque la esquematización gráfica (cf. Figura 25) permite visualizar la disminución de la magnitud del precio original en 35%, la propiedad de multiplicar una magnitud por un coeficiente (t) que permite aplicarle una variación en porcentaje $(t-1)x100$, no es explotada mediante esta técnica. Consideramos que esta técnica gráfica es necesario complementarla con una resolución mediante expresiones algebraicas que permitan hacer referencia a las propiedades relativas a la disminución o al aumento de una magnitud. Por ejemplo, una posible técnica sería: $\left(1-\frac{35}{100}\right)\times Pt = 14.300$

$$0{,}65 \times Pt = 14.300$$

$$Pt = \frac{14.300}{0{,}65}$$

$$Pt = 22.000$$

Retomaremos esta tarea (Figura 6.24) para analizar cómo a partir de la representación gráfica el profesor la explica a los estudiantes. También la hemos seleccionado porque fue la primera tarea de este tipo y con ella el profesor explícita la técnica.

Gestión didáctica

Las dos sesión de clase que observamos se desarrollaron utilizando una secuencia cíclica de *formas colectivas e individuales*. Notamos que con una clase se utiliza una guía de ejercicios mientras que con la otra se dictan los ejercicios y luego se utiliza una guía de ejercicios. En cada una de las clases existen pequeñas variaciones, pero la naturaleza de la forma de trabajo es casi la misma: los estudiantes tienen 2 a 3 minutos para resolver una tarea que luego el profesor corrige en la pizarra. En la *forma de trabajo colectiva* observamos que el profesor explica y corrige cada tarea en la pizarra. Mientras que va corrigiendo se dirige a los estudiantes a través de preguntas y de esto igual modo refuerza el contenido correspondiente a la tarea que están trabajando. Es una *forma colectiva* bastante interactiva. La forma *de trabajo individual* es muy corta.

El profesor presenta la tarea de la Figura 6.24 con el objetivo de anticipar los posibles errores de interpretación que pudiesen realizar los estudiantes. A continuación, ilustramos a través de algunas fases los argumentos utilizados por el profesor para explicar la tarea y la técnica que propone a los estudiantes. El profesor les da unos minutos a los estudiantes para que comprendan la tarea y busquen la técnica que les permitirá llegar al resultado correcto. Luego, durante una *forma* de *trabajo colectivo* (Ilustrado más abajo en las líneas no. 1 - 5), el profesor explica la tarea apoyándose en una técnica gráfica y centrado su atención en establecer una relación correcta entre las variables.

1. *<u>Prof</u>.: Quiero que hagamos el siguiente ejercicio primero. Cierre el cuaderno y mire a la pizarra. 'Catalina fue a comprar las botas y estaban con un 35% de descuento'. Aquí es donde los alumnos se equivocan y piensas que lo que pagó Catalina es el 35 % de las botas, eso está mal. Los alumnos dicen ella pagó 14.300 pesos y eso es el 35 % o piensan que eso es el 100%. Eso es un error.* El profesor realiza el siguiente esquema en la pizarra.

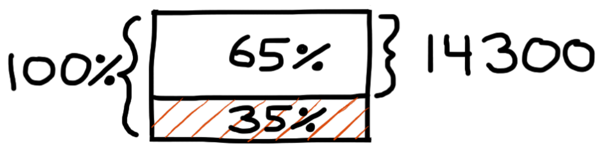


Figura 6.25 - Resolución de Tarea por el Prof. Dunas

2. *<u>Prof</u>.: El total de las botas es el 100%, el precio completo esta ahí. A ese 100% le descontaron el 35%, le quitaron esa cantidad. Y eso que queda acá es lo que pagó Catalina, el 14.300 pesos, ¿y qué porcentaje es? El 65%, ella pagó solamente el 65% ¿Cómo voy a armar la proporción? ¿Tengo el total de las botas?*
3. *<u>Alums</u>.: No.*

4. *Prof.: entonces, x = 100% ¿Cuál es la cantidad parcial que tengo? 14 300 = 65%*

$$x \longrightarrow 100\%$$
$$1430 \longrightarrow 65\%$$

Figura 6.26 - Resolución de Tarea por el Prof. Dunas

5. *Prof.: Ya tengo la proporción. Ojo, los errores que comenten los estudiantes, es pensar que 14.300 pesos es el precio total o es el 35%. El problema dice que le rebajaron el 35% al precio original de las botas. Con esta proporción puede calcular el precio de las botas. Preguntas que pueden aparecer: ¿Cuál es el precio original de las botas?, ¿cuál fue el descuento en plata que le hicieron? Sabemos que al precio total le descontaron el 35%, pero no sabemos el precio original. Resuélvalo.*

El profesor es consciente de las dificultades de la tarea y de los errores asociados. Él pone en obra una esquematización gráfica y un discurso que llevará a posicionar los números, siendo uno de ellos la incógnita, para escribir la proporción. No obstante, las propiedades ligadas a este tipo de tarea no son explotadas, en particular la aplicación de la variación de un porcentaje no es abordado, siendo que este tipo de tarea permitiría abordar esta propiedad, el trabajo es focalizado en la identificación de la cantidad parcial y su porcentaje. Mediante el desarrollo de la técnica (líneas no. 7-10) subrayamos que la reducción de la magnitud no se explica, que la identificación entre magnitud y cantidad y la operatoria que existe entre ellas no se pone en relieve. Por ejemplo, al multiplicar una magnitud por 0,65 permite explicar una variación de -35% $porque\ (0{,}65-1)x100\ = -3$. Como señalamos precedentemente el coeficiente multiplicador de la magnitud no es trabajado. Después de entregar la explicación de la tarea y de la técnica, el profesor les da unos minutos a los estudiantes para que expresen la proporcionalidad y la resuelvan. Además introduce una tarea adicional que tiene relación con la simplificación (líneas no. 9 - 10).

6. *Prof.: ¿Ya Franco dime, x va a ser igual a qué?*
7. *Alums.:* $x = \frac{14300 \times 100\%}{65\%}$

8. *Prof.: ¿Qué me convendría simplificar? ¿Por cuánto? Por cinco.*
9. *Alums.: Simplificamos por 5.*
10. *Prof.: x = 286.000 / 13 y esto nos daría.*

    x = 22.000 ,
11. *Prof.:¿Cuánto costaron las botas? 22.000 pesos ¿Cuánto pagó ella? 14.300 pesos*
12. *Prof.: Otra pregunta de prueba: ¿De cuánto es el porcentaje de descuento?*
13. *Alums.: Ahí se resta,*
14. *Prof.: Sí se resta*
15. *Alums.: 22.000 – 14.300 = 7.700*
16. *Prof.: ¿Cuánto es eso? 7.700*

Finalmente, vemos que el profesor insiste en nuevas preguntas. De manera general, observamos que en este momento de ejercitación de la técnica, el profesor presenta tipos de tareas con pequeñas variaciones que hacen trabajar una misma técnica. En esta fase además observamos que se refuerza la técnica simplificación de fracciones. La participación de los estudiantes es permanente, pero de forma verbal, dado que el profesor es el que realiza las correcciones en la pizarra.

6.4.4 Ficha n° 4 – Prof. Flores

Contexto del establecimiento

La sesión de clase ordinaria fue realizada por la profesora Flores, en el establecimiento Escuela Puerto Rico. La escuela no está considerada dentro de las categorías institucionales porque el director no pudo recibirnos y parece que no trabajan explícitamente para la evaluación SIMCE. En cambio, la profesora Flores se mostró abierta e interesada a participar en nuestro estudio aceptando nuestra entrevista y permitiéndonos observar una de sus clases. Ella tiene 17 años de experiencia como profesora en la asignatura de matemática en segundo ciclo básico (alumnos de 10 a 13 años). Durante estos años ha realizado varios cursos de apropiación curricular. Además posee un diplomado en "psicopedagogía con la especialidad en trastornos del aprendizaje".

Contexto de clase

La clase que pudimos observar fue sobre proporcionalidad directa e inversa. Ella corresponde al momento del estudio de aplicación. La profesora utiliza en una primera fase una presentación PPT para presentar las tareas, las cuales corresponden a tareas en contexto (cf. § 18.7 Anexo J). En una segunda fase, una guía de trabajo que incluye 10 tareas de diferenciación entre proporción directa y indirecta; 8 tareas en contexto que deben desarrollar aplicando la proporcionalidad correcta. La forma como la profesora aborda cada tarea es similar.

En un primer momento se trabajan tareas de proporcionalidad directa y luego de proporcionalidad inversa. La tarea que hemos seleccionado para analizar es una tarea de proporcionalidad directa que presentó dificultad en la identificación de variables y en su resolución. De manera general se acepta que las variables se encuentran en una relación proporcional, es decir, que las situaciones consideradas pueden ser modelizadas por una relación de proporcionalidad entre dos magnitudes asociadas a secuencias de números proporcionales, da una función lineal.

"Seis operarios cavan en el día una zanja de 80 metros de longitud, ¿cuántos metros cavarán en un día 42 operarios trabajando en las mismas condiciones?"

Figura 6.27 - Tarea de la clase de Prof. Flores

Esta tarea consiste en la búsqueda de una cuarta proporcional. Las técnicas para resolver este tipo de tareas (Figura 6.27) son diversas. En este caso la tarea puede ser resuelta utilizando la propiedad de linealidad $\left(f(kx) = kf(x)\right)$, porque $42 = 6x7$. Sin embargo, en la sesión de clase de la profesora Flores, ella se apoya en el procedimiento que identificamos como técnica de "producto cruzado". En Chile, esta técnica es conocida con el nombre de *"regla de tres"*. Esta técnica es de hecho sistemáticamente utilizada para todas las tareas cualquiera que sean las variables específicas.

Gestión didáctica

La clase se desarrolla al igual que la del profesor Dunas por medio de sucesiones de fases de *forma colectiva e individual*. En un primer momento el profesor presenta las tareas a través del video proyector y los estudiantes las copian. La profesora le pide luego a un estudiante que salga a la pizarra para resolver cada tarea. La segunda etapa consiste en la realización de una guía de trabajo que los estudiantes deben resolver de forma individual y que será corregida en la clase siguiente. La primera etapa corresponde a una forma de *trabajo colectivo interactivo*, donde son los estudiantes que resuelven los ejercicios en la pizarra. Una vez que un estudiante ha resuelto el ejercicio la profesora retoma el trabajo y explica lo que hizo y les pregunta al resto del curso si están de acuerdo o no. Además utiliza algunas tareas para reforzar la diferenciación de proporción directa e inversa. La primera etapa de trabajo dura aproximadamente 50 minutos. La segunda fase corresponde a un *trabajo individual* que consiste en la resolución de tareas de una guía de ejercicios.

En la primera etapa del *trabajo colectivo* observamos que la profesora da énfasis a establecer un criterio *simple* (‘*si una variable aumenta y hace que la segunda aumente / disminuye, es directo / inverso’*) para determinar la técnica de proporcionalidad correcta, aceptando, *a priori,* la existencia de una relación de proporcionalidad entre las variables. A partir de la tarea en la Figura 6.27 que ya hemos presentado, ejemplificamos el trabajo de la profesora apoyándonos en algunas fases relacionadas a esta tarea de proporción directa. Luego que un alumno realiza la tarea de forma correcta, la profesora interviene. Ella realiza preguntas a los estudiantes con el propósito que ellos puedan identificar las variables y ponerlas en relación de forma correcta. La profesora no aclara inmediatamente que la variable “*tiempo”* no entra en juego en esta relación de proporcional directa, sino que interviene después del trabajo de un alumno en la pizarra (línea no. 4).

1. *Prof. ¿Qué clase de proporción es esa? ¿Va disminuir la cantidad de tiempo? A ver, veamos… ¿quién va a salir a la pizarra?. Léanlo nuevamente. (sale un alumno a la pizarra)*

2. *<u>Alum. A</u>: ¿Está bien? (El alumno habla con la profesora y luego continúa solo trabajando en la pizarra)*

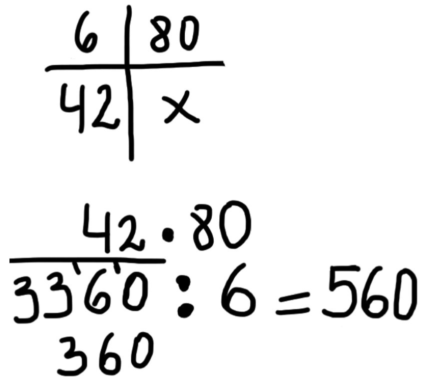


Figura 6.28 – Resolución de tarea Figura 6.23 Alumno A

La resolución del alumno A es correcta, aunque los procedimientos propuestos son bastante reducidos; se explicitan las variables respetando el contrato didáctico establecido por la profesora y se resuelve mediante la operatoria de "producto cruzado". La complementación de la técnica, paso a paso (disponer las magnitudes en una tabla, calcular el producto, dividir) no permite al alumno darse cuenta que puede simplificar el cálculo a $7x80$, como hubiera sido posible planteado la ecuación $x = \frac{(42x80)}{6}$.

3. *<u>Prof.</u>: Que las variables x e y sean inversamente proporcionales ¿qué quiere decir? Nosotros hicimos ejercicios anteriormente y vimos que habían situaciones directamente proporcionales e inversamente proporcionales. ¿Alguien me podría decir o ejemplificar en las situaciones que vimos o en otra situación? Por ejemplo en la situación de los operarios ¿cuántos operarios eran al comienzo?*
4. *<u>Alums.</u>: 6*
5. *<u>Prof.</u>: Y cavan 80 metros y después ¿cuántos trabajadores eran?*
6. *<u>Alums.:</u> 42*
7. *<u>Prof.</u>: ¿Y que pasó? ¿Cuántos metros cavan? 560 no es cierto ¿y qué pasa con esa variable? ¿El "n" de trabajadores disminuyó o aumentó?*
8. *<u>Alums.</u>: Aumentó*

9. *Prof.: Cierto, aumentó y ¿qué pasa con los metros? ¿Aumentaron o disminuyeron?*
10. *Alums.: Aumentaron*
11. *Prof.: Entonces ambas aumentaron. ¿Alguien decía que era una proporción inversa? ¿Era inversa?*
12. *Alums.: No, porque las 2 aumentaron.*

La técnica en este tipo de tarea es justificada mediante la puesta en evidencia de una relación de proporción directa, es decir, si una variable sube la otra también sube. Es solamente mediante este razonamiento que justifica la técnica, por lo tanto mayor número de operarios implica, mayor cantidad de metros cavados. La técnica no es utilizada como una herramienta que hace emerger las propiedades de proporcionalidad directa, sino que como un medio de verificación de un resultado que evidencia si el razonamiento es correcto o no. La profesora insiste en el hecho de identificar cuando una relación de proporcionalidad es directamente o inversamente proporcional, dado que la técnica utilizada no permite poner en evidencia la relación correcta entre las variables.

6.4.5 Ficha n° 5 – Prof. Ocaña 1

Contexto del establecimiento

Este contexto de establecimiento y el perfil de profesor han sido descrito precedentemente en la siguiente sección cf. § 6.3.4.

Contexto de clase

La sesión corresponde a la unidad de geometría. En la clase precedente se repasó los contenidos sobre triángulo, rectángulo y la medición de polígonos. La clase que observamos fue sobre la circunferencia, perímetro y área. Ella corresponde al momento del estudio del *primer encuentro con el tema,* donde se dan a conocer la definición de circunferencia, sus propiedades, el perímetro y el área. El profesor solo utiliza la pizarra para desarrollar la clase, mientras que los estudiantes utilizan sus cuadernos. La noción matemática presentada fue la circunferencia y sus “elementos básicos”.

Gestión didáctica

La organización didáctica se realiza en dos fases. Una *forma colectiva débilmente interactiva* y otra *forma individual de corta duración*. En la *forma colectiva* el profesor organiza su clase a través del dictado del contenido. Escribe los títulos y subtítulos de los contenidos en la pizarra y luego dicta las definiciones a los estudiantes para que las copien en sus cuadernos. Esto lo complementa con un diseño, en nuestro caso una circunferencia y sus elementos como el diámetro, radio, cuerda, arco, tangente y secante de la circunferencia. Además una explicación de las definiciones. El profesor no les hace preguntas a los estudiantes, ni ellos tampoco expresan dudas o preguntas. La *forma individual* de trabajo es corta y se limita a copiar lo que el profesor escribe en la pizarra: diseño de la circunferencia y ejemplo de una tarea sobre perímetro del círculo.

La clase del profesor Ocaña se inscribe en un modelo de clase tradicional, donde comienza el estudio por un momento de institucionalización, entregando las definiciones y propiedades de las nociones a desarrollar y luego se realizan tareas de aplicación de la técnica. En este caso el profesor escribe el título en la pizarra *“Los elementos básicos de la circunferencia y cómo calcular área y perímetro”* y luego dicta las definiciones de circunferencia, de diámetro, de radio, cuerda, arco y semi-circunferencia. Las definiciones son del siguiente tipo:

1. Prof.: *La circunferencia: es el conjunto de puntos que equidistan (tienen la misma distancia) de un punto fijo, llamado centro de la circunferencia. La distancia que existe entre el centro de la circunferencia y cualquier punto de ella, se denomina radio. El radio nos va a servir después para calcular área y perímetro.*

El profesor retoma esta definición y la explica apoyándose de un diseño que realiza en la pizarra, poniendo énfasis en la circunferencia como el conjunto de puntos que está a igual distancia del centro. De manera general el realiza el mismo trabajo con cada definición. Continúa el dictado de las definiciones en torno a *"Elemento de la circunferencia"* y "*Posiciones de las rectas relativas a una circunferencia"*.

El profesor Ocaña al igual que el profesor Linderos no precisa que las definiciones de recta tangente y recta secante son particulares a la circunferencia. Una vez que termina las explicaciones vuelve a copiar un título: *"área y perímetro de la circunferencia"* e introduce una frase recordatoria (línea no. 2) sobre cómo calcular el perímetro de un cuadrado y de un triángulo:

2. Prof.: *Cuando calculábamos el perímetro de una figura geométrica lo que hacíamos era sumar la medida de todos los lados. Cuando sacábamos el perímetro del cuadrado era la suma de los cuatro lados; del triángulo la medida de los tres lados. Entonces, pongan ahí, para calcular el perímetro de una circunferencia ocuparemos la siguiente fórmula, ponga ahí bajo* $P = 2\pi r$ *¿Qué pasa cuándo no tengo nada aquí? ¿qué hay ahí?*
3. Alum1.:*Un uno,*
4. Prof.: *No, hay una multiplicación, entonces multiplico 2 por* π *por r. Esa fórmula es la que vamos a utilizar para calcular el perímetro. Esta chiquillos se la tienen que aprender de memoria. Ya copien el siguiente ejemplo* (Figura 6.29)*:*

"Determinar el perímetro de la circunferencia de radio 5cm (π = 3,14)

$$P = 2\times 3{,}14\times 5$$

$$P = 10\times 3{,}14$$

$$P = 31{,}4$$

Figura 6.29 - Tarea de la clase de Prof. Ocaña

Observamos a partir de la línea no.4 el profesor presenta el perímetro del círculo sin dar ninguna explicación sobre la naturaleza de la medición de esta magnitud. Por un lado, vemos que introduce la noción de perímetro como la suma de los lados del contorno de una figura poligonal y pasa inmediatamente a la fórmula del perímetro, sin más explicaciones. Se nota una gran diferencia con las sugerencias hechas en el programa de estudio para determinar las fórmulas del perímetro y del área de la circunferencia (cf. § 4.4.1.2) enfatizando la proporcionalidad entre el diámetro y perímetro y la naturaleza del número pi (π). El profesor entrega la fórmula, sin explicar que significa ni cómo se puede obtener, solamente señala que pi (π) es una constante que deben reemplazar por el número 3,14.

5. *Prof.: ¿Qué tengo que hacer aquí? Tengo que determinar el P ¿cuánto mide la circunferencia en todo su contorno? El radio del la circunferencia mide 5 cm, el perímetro va a ser 2 (π) que es una constante que vamos a utilizar (apunta el enunciado donde escribió 3,14) por el radio. Entonces, lo que vamos hacer es reemplazar los datos. ¿Ya cómo lo reemplazo?. Dígame Pablo.* (A medida que el alumno responde el profesor va resolviendo el ejercicio)
6. *Alum.1:* $2\ x\ 3{,}14\ x\ 5$
7. *Prof.: Cinco veces dos 10 por 3,14 ¿Qué se hace con la coma? La traslado*
8. *Alums.: La traslado*
9. *Prof.: ¿Para dónde? Para allá (señala con la mano hacia derecha). ¿Cuánto queda? 31,4 cm. Acuérdense de esto, cuando multiplicamos por 10 estamos amplificando. ¿Qué hago con la coma? ¿Si hubiera multiplicado por 100 que pasa con la coma?*
10. *Alums.: Corro dos lugares.*
11. *Prof.: ¿Alguien no entendió?*
12. *Alum.2: Yo*
13. *Prof.: Ok, ponga atención. ¿Cuál es el perímetro de una circunferencia de radio de 5cm? Dijimos que el perímetro va a ser esto (el profesor muestra la fórmula). Siempre va a ser esto.*
14. *Alum.2: ¿Siempre va a ser esa?*
15. *Prof.: Siempre. Esta es la fórmula, el 2 se mantiene, pi dijimos que valía 3,14*
16. *Alum.2: ¿Siempre va valer 3,14?*
17. *Prof.: Sí. Ya y después es esto (muestra la parte final de la resolución.)*

La duda de la alumna nos permite poner en evidencia que la naturaleza de la fórmula y su utilización no son para nada evidentes para los estudiantes. Sin embargo, el profesor pasa por alto cualquier explicación sobre la fórmula que permita a los estudiantes comprender mejor la medición de la circunferencia. Observamos que los estudiantes asumen el contrato didáctico que impone el profesor de aprenderse de memoria la fórmula, ellos aceptan que deben colocar en esa fórmula los datos que les permitirán determinar el perímetro de una circunferencia. En términos generales el profesor propone una sesión de clase donde el primer momento del estudio corresponde a un momento de institucionalización. A diferencia de lo que plantea el programa de estudio el profesor no retoma ninguna de las actividades propuestas para trabajar la noción de perímetro de la circunferencia, ni para poner en evidencia que el número pi (π) es la constante de proporcionalidad entre el diámetro y el perímetro.

6.4.6 Ficha n ° 6 - Prof. Ocaña 2

Contexto del Establecimiento

Este contexto de establecimiento y el perfil de profesor han sido descrito precedentemente en la siguiente sección cf. § 6.3.4.

Contexto de clase

La sesión de clase ordinaria corresponde a la unidad de “Funciones y relaciones proporcionales.” La clase que observamos es la segunda clase destinada a trabajar esta unidad. Ella corresponde al *momento del estudio del primer encuentro* con este tipo de tarea (exploración de la técnica y construcción del discurso tecnológico). Las clases fueron organizadas para entregar las definiciones de proporción directa y proporción inversa y para ejercitarlas. El profesor utiliza la pizarra solamente para desarrollar la clase y el dictado del curso, mientras que los estudiantes utilizan sus cuadernos.

Gestión didáctica

La clase se desarrolla con una *fase colectiva débilmente interactiva* y en una *fase individual de muy corta duración* La *fase de trabajo colectiva* corresponde al dictado de las definiciones y a tareas desarrolladas por él para ejemplificar las definiciones entregadas. Además, el profesor entrega una frase explicativa de la tarea. Él desarrolla 4 tareas para ejemplificar como determinar una proporción directa y después de definir la proporción inversa el profesor realiza 3 tareas para mostrarles a los estudiantes como resolver ese tipo de tarea.

Después de observar la clase del profesor Ocaña decidimos no analizarla más en detalle ya que él realiza la misma organización didáctica que en el primer caso (cf. § 6.4.5).

6.4.7 Ficha n ° 7 – Prof. Uribe

Contexto del establecimiento

Este contexto de establecimiento y el perfil de profesor han sido descrito precedentemente en la siguiente sección cf. § 6.3.2 .

Contexto de clase

La sesión observada corresponde a la segunda clase de la unidad de "Movimiento en el plano". En particular corresponde al momento del estudio de construcción del discurso tecnológico y de ejercitación de la técnica de traslación de triángulo utilizando regla, escuadra y compás para medir la magnitud del vector. La clase fue organizada en función de la técnica del trazado de rectas paralelas utilizando la escuadra. Los alumnos poseen una ficha con cuatro figuras geométricas que deben trasladar, más sus instrumentos de construcción – regla, escuadra y compás – para realizar las tareas.

Los movimientos de traslación, rotación y reflexión fueron definidos en una clase anterior. También, precedentemente se mencionó de forma general una técnica para la traslación de una figura geométrica. La clase que observamos es similar a la que realizó el profesor Linderos. Primero el profesor institucionaliza una técnica de construcción y luego le da la oportunidad a los estudiantes que ejerciten esa técnica, realizando cuatro tareas que requieren aplicar la misma técnica con diferentes figuras geométricas, incluyendo el triángulo en la Figura 6.30 que el profesor utiliza para ilustrar la traslación.

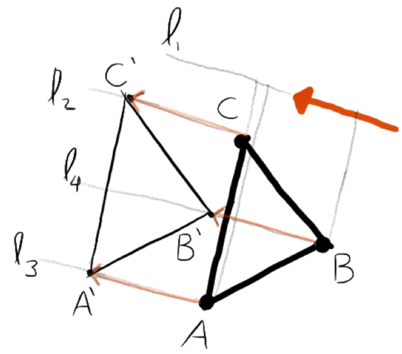


Figura 6.30 - Tarea de la clase de Prof. Uribe

La técnica consiste en trasladar los vectores A,B y C del triángulo, para obtener los vértices A', B' y C' del triángulo imagen. Para eso clásicamente se construyen rectas en la misma dirección que el vector de traslación pasando por A, B y C. Luego se copia la magnitud del vector manteniendo su sentido, en cada una de las rectas construidas a partir de los vértices A,B y C, obteniendo las imágenes de A'B y C'. Esta técnica se puede realizar con escuadra, basando en el discurso tecnológico que si dos rectas perpendiculares a una misma recta son paralelas. En el caso que se utilice la escuadra y la regla será necesario trazar rectas perpendiculares al vector y que pasen por los puntos ABC y luego las rectas paralelas. La construcción con regla y compás solicita un trabajo más laborioso, que se apoya en las propiedades del paralelogramo. Además, se adiciona la dificultad de trazar una recta paralela que pase por un punto dado.

Gestión didáctica

Observamos dos fases de trabajo, una *forma colectiva interactiva* y otra *forma individual larga*. La *forma colectiva* fue destinada a explicitar la técnica de construcción para la traslación de un triángulo según un vector dado. El profesor realiza la traslación en la pizarra con la ayuda de un estudiante. El profesor Uribe hace participar a los estudiantes mediante preguntas relacionadas con los pasos que habían visto para realizar la construcción. La construcción de la traslación se hace mediante el diálogo siguiente:

1. *Prof.: El trabajo que realizaremos hoy tiene que ver con un trabajo de traslación. Lo que vamos a hacer ahora tiene que ver con establecer pasos y un protocolo de construcción. En seguida, en tu material de trabajo vas a registrar los pasos de la construcción y luego vas a hacer las 4 traslaciones.*
2. *Prof.: Ahora, usemos como ejemplo esta traslación que tenemos acá (Figura 6.30): un triángulo y un vector de traslación, entregando el sentido, la dirección y la distancia. Lo marcado en rojo es el vector de traslación Para poder hacer la traslación, el primer paso ¿Cuál fue?*
3. *Alum.1: Prolongar el vector.*
4. *Prof.: El segundo paso es trazar los vértices del polígono y el vector. Entonces la distancia entre este segmento esta en la perpendicular, ¿Eso está en qué regla?*
5. *Alums.: En la escuadra.*
6. *Prof.: Sí, porque tiene un ángulo recto. Trazo la perpendicular entre el vértice B y el vector. ¿Qué tengo qué hacer ahora? ¿Qué tengo que hacer para saber la distancia entre C y el vector? Córdova, ¿Qué hay que hacer?*
7. *Alum.1: Desde el vértice hasta el vector, lo mismo que hizo usted. Apoya la escuadra bien en el vector y alineado con el vértice C.*

El profesor trabaja con el alumnos en la pizarra para trazar las rectas perpendiculares y las paralelas.

8. *Prof.: ¿Cuál sería el siguiente paso? ¿Cuál fue el segundo paso? ¿Trazar qué cosa? ¿Ese símbolo qué significa?*
9. *Alums.: Una perpendicular.*

Observamos que el profesor privilegia el trazado de las rectas paralelas con escuadra, esto lo lleva a construir las rectas perpendiculares para poder trazar las paralelas pasando por cada uno de los vértices del polígono.

10. *Prof.: Trazamos la perpendicular entre el vector y el vértice del polígono. Bien, están trazadas las tres distancias, ¿Ahora qué hacemos? ¿Qué teníamos que trazar y que pase por A, por B y por C? ¿Qué hay que trazar ahora?*

11. *Alum.2: Se traza una paralela.*
12. *Prof.: ¿Paralela a qué cosa?*
13. *Alum.2: Paralela al vector*
14. *Prof.: Paralela al vector y ¿A qué cosa? Al vértice.*
15. *Prof.: Entonces, a ver ponga atención por favor.*
16. *Prof.: He trazado la primera paralela al vector. ¿Ahora qué debo hacer? Vamos a trazar ahora la….*

El profesor borra la pizarra y vuelve a dibujar la figura original, repite cada uno de los pasos de forma oral y traza las perpendiculares entre el vector el vértice del polígono.

17. *Prof.: Hemos establecido la distancia entre el vértice y el vector ¿Cuál era el tercer paso?*
18. *Alum.: Trazar las paralelas al vector que pasen por A,B y C.*
19. *Prof.: Ok, para ellos usamos la escuadra y la regla. A la primera paralela le vamos a llamar l_2, el vector es l_1.y luego l_3.*

En el discurso tecnológico presentado por el profesor es mínimo, caracterizándose por ser puramente descriptivo de la técnica y no incluyente de justificación sobre la imagen de un polígonos ni de las propiedades de construcción de paralelas. Además, al igual que el profesor Linderos se observan impresiones en las definiciones, por ejemplo; en la línea no. 10, el profesor se refiere a “las perpendiculares como distancias”, también en la línea no. 14, él señala que “una recta es paralela a un punto”. En ambos casos existen errores en la definición de perpendicular y paralela.

Durante toda la forma colectiva el profesor realiza preguntas a los estudiantes para que recuerden las nociones trabajadas. A pesar que pocos estudiantes responden, el profesor insiste en hacerlos participar. En la *forma individual* los estudiantes deben realizar la construcción de las imágenes de tres figuras planas, más aquella que se realizó en la *forma colectiva*. Los estudiantes se encontraban organizados en grupos de tres o cuatro. La *forma individual* se caracteriza por un trabajo de tutoría entre los estudiantes, lo que en algunos casos se realiza de forma espontánea entre los alumnos y en dos ocasiones es el profesor quien pide a un estudiante de apoyar a otro. En esta forma individual de trabajo, el profesor trabaja con aquellos estudiantes que tienen dudas o que quieren validar su construcción para pasar a la siguiente. La validación también se hace entre alumnos.

6.4.8 Análisis de las Sesiones Ordinarias

De las cuatro instituciones observadas tres están en la categoría de “Alta acción – Mediano desempeño”, con la cuarto proviniendo de “Alta acción – Mediano desempeño”. Una de estas institución no la pudimos estudiar ya que el director no estuvo disponible al momento de nuestra experimentación. A través de estas observaciones identificamos que los tipos de clases se aproximan a momentos de estudio específicos: *el momento del primer encuentro con un tema*, *el momento de construcción del discurso tecnológico* y *los momentos de aplicación*.

El momento del primer encuentro con un tema se caracteriza de modo predominante por una fase de institucionalización y luego de aplicación de la técnica previamente introducidas. Las organizaciones matemáticas y las organizaciones didácticas sugeridas por el programa de estudio, están poco presentes. En particular no encontramos tareas de exploración, ni técnicas que emerjan del uso de material concreto. Observamos, también, la ausencia de un trabajo que permita la articulación entre la tarea y la técnica para construir un discurso tecnológico (ej. El caso de la circunferencia). Solamente pudimos observar la introducción de una tarea exploratoria, apoyándose en material concreto en el caso de la fórmula del área de la circunferencia.

Lo que corresponde más a un momento de la construcción del discurso tecnológico se realizó mediante un tipo de tarea específico. La definición de los pasos para la construcción de la traslación de una figura geométrica (un triángulo) con un vector dado. A esta tarea el profesor asocia una sola técnica de construcción (el uso de escuadra, regla y compás para la traslación), que después los estudiantes deben aplicar a diferentes figuras geométricas. Desde el punto de vista del discurso tecnológico el profesor presenta nociones ligadas a la construcción, pero con un enfoque procedimental y énfasis en la técnica. Además constatamos que el enfoque propuesto por el programa de estudio para la construcción del discurso tecnológico se efectúa mediante la utilización de tareas exploratoria y con un fuerte énfasis en la articulación de la tarea y la técnica. Las tareas de construcciones geométricas que presenta el programa en general son abiertas. Esto implica que los estudiantes tienen la posibilidad de desarrollar diferentes técnicas. Esta tarea podría haber sido propuesta de manera más abierta dejando que los estudiantes buscaran el medio de realizar la construcción con los conocimientos que disponían, como vimos que se proponía en el programa (cf. § 4.4.1.2) y luego discutir sus propuestas antes de formalizar uno o varios protocolos de construcción y las justificaciones asociadas.

En las sesiones de clases observadas que corresponden al momento de aplicación constatamos que se privilegia un cierto tipo de tarea y se pone el énfasis en el trabajo de la técnica, especialmente de una sola técnica. En la elección del tipo de tarea no observamos los tipos de tareas que propone el programa de estudio para estos momentos. Las dos unidades del programa que analizamos, en el capítulo IV, constatamos que son sugeridos a los profesores diversos tipos de tareas, como por ejemplo: tareas de demostración, tareas de construcciones geométricas, tareas de cálculo directo y tareas de problemas rutinarios (cf. § 4.4.1.2- Figura 4.12). En estas sesiones de clase solamente notamos que son trabajadas tareas de cálculo directo y de problemas rutinarios. En consecuencia, constatamos un distanciamiento entre las organizaciones matemáticas que propone el programa para estos momentos del estudio con las organizaciones matemáticas que son seleccionadas y realizadas en estas sesiones de clase. Además, constatamos que las tareas presentadas son muy similares a las tareas que encontramos en la guía del taller SIMCE del profesor y del ensayo SIMCE, con la diferencia que estas últimas son de selección múltiple y las utilizadas en estas sesiones son de respuesta abierta.

En estas cinco sesiones de clase ordinarias, constatamos que las organizaciones matemáticas observadas reflejan de modo muy limitado las organizaciones matemáticas que sugiere el programa de estudio a los profesores. El tipo de tareas exploratorias que le permitan a los estudiantes un encuentro con un tipo de tarea (en el sentido de los momentos del estudio) y el desarrollo de la técnica no están presentes de forma significativa.

No podemos, a priori, poner en relación directa esta constatación como un efecto de la evaluación SIMCE sobre las prácticas docentes. Sin embargo, si consideramos que los profesores nos señalaron en la entrevista (cf. § 5.4.4) una contracción del currículo causada por el tiempo pasado en preparar la evaluación SIMCE, podríamos pensar que la ausencia de tareas que demandan mayor inversión de tiempo como las propuestas por el programa de estudio son menos trabajadas, y que se privilegian tareas de ejercitación de técnicas previamente introducidas después de una institucionalización precoz.

Desde el punto de vista de la gestión didáctica, las *formas de interacción colectiva* están más presentes en las sesiones de clase correspondiente al momento de aplicación, un poco menos presentes en el momento de construcción del discurso tecnológico y casi ausentes en las sesiones de clase del primer encuentro con un tema. En las *formas de interacción colectiva interactivas,* de los momentos de aplicación, observamos que por medio de estas interacciones se busca dar sentido a la tarea por medio de un trabajo de exploración de la situación y proponiendo nuevas preguntas. También, se pone énfasis en errores, señalando los razonamientos erróneos que se pueden realizar al momento de leer un enunciado. Además, se busca complementar y enriquecer los conocimientos de los estudiantes mediante la utilización de varios discursos tecnológicos en una misma tarea. Las *formas individuales* de trabajo observadas en las sesiones de clase correspondiente al momento de aplicación son *formas individuales cortas*, a diferencia de las sesiones de clase del primer encuentro con el tema que son predominantemente *formas individuales muy largas.* En el momento de construcción del discurso tecnológico observamos estas dos formas. Las *formas individuales cortas,* son destinadas a un trabajo autónomo de los estudiantes para resolver una tarea. Esta gestión es muy similar a aquellas de los talleres SIMCE, es decir, dos a tres minutos de trabajo autónomo de los estudiantes para la realización de una tarea. La naturaleza de las interacciones donde predomina la *forma individual de larga duración,* corresponde a las formas donde los estudiantes copian contenidos en su cuaderno o resuelven tareas de forma individual, como es el caso en la situación donde los estudiantes deben realizar traslaciones de figuras geométricas. Las clases observadas en las sesiones ordinarias en general responden a un modelo tradicional de trabajo en aula donde el profesor comienza con la definición de nociones y luego continúa con la presentación de un tipo de tarea y la ejercitación de una (s) técnica (s) asociada (s).

6.5 ANÁLISIS COMPARATIVO DE LAS SESIONES ORDINARIAS Y EL TALLER SIMCE

Observamos a los profesores Uribe y Ocaña en el desarrollo de una clase ordinaria y de un taller SIMCE. En las sesiones ordinarias y el taller SIMCE del profesor Ocaña no encontramos muchas diferencias debido que la naturaleza de la gestión didáctica es bastante similar en ambos tipos de sesiones: *formas colectivas* de trabajo poco interactivas y *formas individuales* largas de trabajo autónomo. Además, en las organizaciones matemáticas seleccionadas y puestas en marcha, tampoco pudimos establecer diferencias particulares. Las sesiones del Profesor Uribe nos permiten observar más diferencias entre sesión de clase ordinaria y dispositivo SIMCE. Teniendo presente que la naturaleza de las clases es diferente y que al momento de compararlas existen aspectos que no podemos poner en relación, en los Talleres SIMCE se trabajan tareas de diferentes dominios con pregunta de selección múltiple. Estas son dos características que no se encuentran en las clases ordinarias. Sin embargo, en particular observamos el trabajo con la técnica vemos que en la clase ordinaria se trabaja una sola técnica para cada tarea, a diferencia del Taller SIMCE donde observamos que sí se proponían diferentes técnicas para una tarea determinada. El trabajo con los errores también es menos presente en las sesiones de clase ordinaria, y es el profesor quien asume la responsabilidad de corregir a los estudiantes a diferencia del Taller SIMCE donde eran los estudiantes quienes validaban y corregían las tareas. Finalmente las formas colectivas son más interactivas en el Taller SIMCE que en la sesión ordinaria. Concluimos que la intervención de los estudiantes parece mayor en el Taller SIMCE.

6.6 CONCLUSIONES

Las observaciones de clases nos permiten describir las clases ordinarias y Talleres SIMCE y ver las organizaciones matemáticas y didácticas son puestas en marcha. A través del análisis de los Talleres SIMCE identificamos los tipos de tarea utilizados en estas sesiones de clase. Se caracterizan por ser tareas de selección múltiple y están insertadas en guías de ejercitación que evalúan diferentes contenidos. En estas sesiones de clase Taller SIMCE observamos ventajas en la elección de tareas y en la puesta en marcha de la gestión didáctica predominantemente interacciones de formas colectivas de trabajo, con un fuerte énfasis en la participación de los estudiantes. También, se explota la capacidad de los estudiantes de comunicar, validar las respuestas y en ocasiones corregir respuestas erróneas. Además, confirmamos que la presencia de diferentes dominios matemáticos puede ser un factor que enriquece los aprendizajes de los estudiantes, ya que deben ser capaces de disponer de diferentes discursos tecnológicos para resolver diferentes tipos de tareas.

Dentro de las clases ordinarias apreciamos diferentes momentos del estudio llevados a cabo. Sin embargo, solamente observamos a dos profesores que realizaron a la vez clases ordinarias y Talleres SIMCE, por lo que no pudimos obtener conclusiones sobre el impacto directo de la evaluación en las prácticas de clase ordinarias. Nos fue difícil identificar efectos directos de la evaluación SIMCE en las prácticas de los profesores. No obstante, en las prácticas de aula sí constatamos organizaciones didácticas alejadas de ciertos tipos de tareas que propone el programa de estudio. Dado que vimos pocas sesiones de clases, no contamos con el desarrollo de una unidad temática por lo que sabemos que nuestras observaciones solo son una pequeña muestra de una realidad. Sin duda, la realidad es más completa de lo que pudimos observar, pero como lo señalamos en el análisis de las sesiones de clases ordinarias pensamos que sí existen efectos de la evaluación SIMCE sobre las prácticas de aula. Uno de ellos sería la contracción del currículo y de manera específica la selección de organizaciones matemáticas. También identificamos acciones en la organización que los profesores comunicaron por medio del cuestionario y de la entrevista, entre ellas se desataca *la contracción del currículo*, consecuencia de que los profesores tienen menos tiempo para trabajar las unidades temáticas. Es precisamente, esta contracción curricular que creemos que puede estar influenciando en las prácticas ordinarias y condicionando el trabajo de los profesores, limitándolos a poner énfasis en tipos de tarea específicos (aplicación y cálculos rutinarios) y trabajando la construcción del discurso tecnológico desde una perspectiva procedimental de la técnica.

Dado que concluimos que la visión del programa de estudio sobre la enseñanza de la matemática reposa sobre tareas que les permitan a los estudiantes dar sentido a los conocimientos (cf. § 4.3.1).

El análisis de estas tareas nos permitió concluir que la construcción de un discurso tecnológico se hace por la vía de tareas del tipo exploratorio que se apoyan en la utilización de objetos materiales y sus procesos de validación son a través de la medida y de la utilización de instrumentos. Además en el momento de aplicación se propone una diversidad de tareas que se apoyan en ejemplos de prácticas sociales para mostrar la utilidad de ciertas nociones. Al poner en relación estas características con las sesiones de clase ordinaria que observamos surge una posible respuesta a la influencia de la evaluación SIMCE. Esta respuesta puede ser percibida de forma menos evidente dado que se refleja en términos de distancia del programa de estudio y de proximidad a un trabajo centrado en las organizaciones matemáticas puntuales y en el bloque práctico.

7 CONCLUSION Y PERSPECTIVAS

En nuestra investigación nos interesamos en estudiar los efectos de un sistema de evaluación estandarizado en la enseñanza de las matemáticas, considerando como caso particular la evaluación nacional en Chile, SIMCE. Para estudiar la influencia de la evaluación SIMCE sobre el sistema, planteamos cinco preguntas que dirigen nuestro estudio y que desarrollamos a continuación junto a nuestros resultados. Organizamos nuestra investigación a través varias fases metodológicas: un estudio comparativo de diferentes evaluaciones a gran escala - PISA, TIMSS y SERCE - en las cuales el sistema educativo chileno participa; un análisis del programa de estudio del tema de geometría y los dos manuales escolares – uno oficial y otro privado; el estudio de doce instituciones escolares diversas mediante cuestionarios y entrevistas a profesores de matemáticas de 8avo. año escolar, más observaciones de sesiones de clase ordinarias y de preparación SIMCE, en algunas instituciones. En el plano teórico, situamos nuestra investigación en el marco de la "Teoría Antropológica de lo Didáctico" (Chevallard, 1991, 1999, 2002). Este enfoque teórico, por el rol primordial que le da a las instituciones, nos pareció particularmente adecuado. Para responder a las necesidades de nuestro estudio particularmente centrado en la geometría, utilizamos la noción de paradigmas geométricos desarrollada por Houdement y Kuzniak (2006), y nos apoyamos además en resultados de investigación sobre el aprendizaje de los conceptos de área y volumen.

7.1 LA EVALUACIÓN SIMCE EN RELACIÓN A LAS OTRAS EVALUACIONES ESTANDARIZADAS

El marco teórico del enfoque antropológico en el cual se sitúa esta investigación nos condujo a considerar la evaluación SIMCE no como un objeto aislado sino como un objeto que se sitúa en un sistema de evaluaciones estandarizadas, donde a priori, ellas comparten características y son susceptibles de ser influenciadas. Es por esto que en un primer momento de la investigación realizamos un estudio concerniente a comprender c*ómo la evaluación SIMCE se situaba en relación a esos objetos y en qué ellos la influenciaban.*

Para dar respuesta a esta pregunta caracterizamos las cuatro evaluaciones - PISA, TIMSS, SERCE y SIMCE, considerando el contexto particular de cada una ellas, así como su estructura. A partir estas características comparamos las evaluaciones entre ellas. Esto nos permite luego precisar cómo se sitúa la evaluación SIMCE en relación a las otras evaluaciones estandarizadas.

Para contextualizar estas diferentes evaluaciones, un primer aspecto en el que nos interesamos es conocer la visión de la enseñanza de las matemáticas que porta cada evaluación. En todas las evaluaciones notamos el acento puesto en las aplicaciones de las matemáticas, según los objetivos definidos por cada una. Por ejemplo, la evaluación PISA propone intencionalmente tareas con un fuerte acento sobre el mundo real, donde los estudiantes deben representar esas situaciones mediante modelos matemáticos. En el caso de las evaluaciones TIMSS, SIMCE y LLECE, el acento es puesto según los diseñadores sobre la utilización de 'situaciones problemas', las cuales permiten mostrar a los estudiantes la utilidad de las matemáticas para resolver diferentes situaciones de la vida cotidiana. Sin embargo, al ver las tareas, esto no es tan sistemático como en la evaluación PISA.

En las cuatro evaluaciones estandarizadas constatamos similitudes en las definiciones de los marcos generales. Estos marcos se estructuran principalmente por tres categorías: *dominios*, *procesos cognitivos* y *niveles de logro*. Nuestro análisis muestra que la segmentación de los dominios es relativamente similar de una evaluación a otra. Por ejemplo, encontramos los dominios de *Números y Cantidad* y de *Geometría* (*Espacio y forma* según PISA) en las cuatro evaluaciones. Existen también similitudes en la descripción de los *procesos cognitivos* que se definen mediante habilidades y competencias matemáticas, como; *conocer*, *interpretar y representar*, *aplicar, razonar y argumentar*. Finalmente, todas las evaluaciones incluyen *niveles de logro*. Sin embargo, el número de estos niveles varía según la evaluación, pasando de tres niveles para SIMCE a seis para PISA. A pesar de esta diferencia, encontramos tres niveles de logro fundamentales presentes en todas las evaluaciones: inicial, intermedio y avanzado. Pese a estas similitudes, de una estructura a otra existen diferencias que se imponen, como la incorporación o no de ciertos contenidos por dominio o la definición de las competencias en los procesos cognitivos. Por ejemplo, la evaluación SERCE hace hincapié en la "resolución de problemas” y PISA define competencias a partir de su visión de la enseñanza de las matemáticas del “mundo real”. La comparación de la estructura de la evaluación SIMCE con las tres otras evaluaciones muestra que es la menos explícita con respecto a su marco teórico, además de no contar con un solo documento oficial que la describa con precisión. Como consecuencia de esta débil explicitación de la evaluación, encontramos, por ejemplo, una mezcla de descripciones de habilidades no jerarquizadas específicas a ciertos dominios, y de habilidades comunes a varios dominios, como es el caso en la utilización de las habilidades *uso* y *razonamiento.* Esto hace difícil la comprensión de los procesos cognitivos asociados.

Al nivel de las categorías estructurales en ciertos dominios hay temáticas que no están incluidas por SIMCE, pero sí por la evaluación TIMSS que evalúa a estudiantes en el mismo nivel de enseñanza. Esto incluye contenidos como la congruencia de figuras geométricas, movimientos en el plano, funciones y proporciones y muestras y probabilidades teóricas en la ocurrencia de eventos. Sin embargo, se tiene que señalar que mientras transcurrió nuestra investigación se ha realizado un ajuste curricular (2009-2010) incorporando estas temáticas al programa de estudio de 8avo. año básico. Podemos ver en estos cambios, al menos en una parte, una influencia de la evaluación TIMSS. Con respecto a los niveles de logro, de los tres nivel existentes, el inicial no está explícitamente definido en SIMCE. Este punto nos parece lamentable sabiendo que en el 2011, a nivel nacional, el 64% de estudiantes lograron situarse solo este nivel inicial. Nos parece importante que los docentes conozcan cuales son los aprendizajes necesarios para alcanzar este nivel, esto nos conduce a la pregunta de saber cómo se podría usar la evaluación SIMCE como un instrumento de enseñanza y/o de formación.

Estas evaluaciones influyen el sistema educativo chileno desde los más altos niveles jerárquicos de co-determinación. Mostramos por ejemplo en esta investigación la influencia de las evaluaciones TIMSS y PISA sobre este sistema (cf. § 3.9). Por un lado, la evaluación TIMSS ha influenciado los reajustes curriculares realizados entre los años 2009-2010 sobre los contenidos matemáticos de 8avo. año básico. Por otro lado, los cambios curriculares actuales parecen ser influenciados por el marco teórico de la evaluación PISA, particularmente sus descripciones en términos de habilidades y competencias matemáticas. Señalamos que el estudio que realizamos sobre las evaluaciones internacionales a partir de ciertos textos de síntesis mostraron que este tipo de influencia no es propia a Chile sino que es observada en otros países. (cf. § 2.4.2)

7.2 La Evaluación SIMCE como una Herramienta de Enseñanza

La pregunta sobre sí y cómo se puede usar la evaluación SIMCE para ayudar a los docentes es propuesta por el OCDE (OCDE, 2004, p.) que constata que actualmente no es el caso. Esto necesitaría sin duda elaborar un documento oficial sobre este instrumento que explique sus objetivos, su marco teórico, los tipos de tareas propuestas y su relación al programa de estudio, lo que no existe actualmente. Pensamos que la existencia de tal documento podría permitir a los directivos de las instituciones educativas y a sus profesores entender mejor cómo la evaluación SIMCE realiza su propósito de medir los aprendizajes curriculares, sus potencialidades y limitaciones para ello.

Para profundizar estas ideas, y teniendo en cuenta que la evaluación SIMCE es concebida a partir del currículo nacional y busca medir los aprendizajes asociados a ese currículo, decidimos estudiar el programa de estudio de octavo año básico, centrándonos en un dominio particular, aquel de la geometría, dominio en el cual se reconoce la existencia de problemas en su aprendizaje en Chile.

7.3 La Representatividad del Programa de Estudio en la Evaluación SIMCE

Sabiendo que la evaluación SIMCE resiente distintas influencias de las otras evaluaciones estandarizadas, en particular a nivel de su estructura, de sus contenidos y de los niveles de logro generales los cuales son utilizados, nos preguntamos hasta qué punto la evaluación SIMCE es representativa de los valores, del contenido y de la visión del currículo chileno

Para responder a esta pregunta analizamos el programa de estudio, al nivel octavo básico, buscando primero identificar la visión de la enseñanza de las matemáticas subyacente en el programa de estudio. En nuestro análisis concluimos que la visión de la enseñanza de las matemáticas oficial descrita en el programa de estudio hace referencia a la idea de ciudadano capaz de utilizar las matemáticas en la vida cotidiana. Se manifiesta también un acento en el desarrollo de habilidades que se concretizan por medio de la resolución de problemas. En el dominio de la geometría y de las magnitudes que hemos analizado particularmente en este trabajo, la concretización de esta visión es concebida a través de tareas que convocan diversas situaciones de la vida cotidiana, como por ejemplo el desplazamiento por las calles, la construcción de manteles y posavasos, el trazado de una cancha de fútbol o la optimización de un terreno. Desde este punto de vista, la evaluación SIMCE refleja muy parcialmente la visión de la enseñanza de las matemáticas del programa de estudio. Los resultados del análisis de las tareas accesibles de la evaluación SIMCE muestran en efecto que estas tareas son principalmente situadas en un contexto interno a las matemáticas y de aplicación directa de conceptos y propiedades matemáticas. Además, las tareas son más que nada rutinarias, que de resolución de problemas.

En contraste a las tareas tipo SIMCE, al analizar las organizaciones puntuales del programa encontramos una gran diversidad de tareas. En las dos unidades estudiadas encontramos varios géneros de tareas: tareas de reconocimiento, tareas de construcción con instrumentos geométricos, tareas de aplicación y cálculo, tareas en contextos, tareas de demostración, tareas de construcción de fórmulas y la presencia frecuente de tareas contextualizadas. Examinando SIMCE respecto a estas categorías, solo encontramos tareas de aplicación y cálculo, además de algunas tareas contextualizadas, pero rutinarias. Entendiendo que todas las tareas SIMCE no son públicas, al menos esto tiende a confirmar que la evaluación SIMCE representa parcialmente el programa nacional de estudio.

Dado que la concepción del programa de estudio es destinada a guiar a los profesores en la organización y orientación de su enseñanza, analizamos también cómo es construido el discurso tecnológico y cómo son caracterizados los momentos del estudio en este programa. Esto nos permitió constatar que se entra en un tema con tareas exploratorias y técnicas locales, muchas veces perceptivas, convocadas por la situación. Luego los resultados conjeturados o obtenidos son comprobados utilizando la medición, después generalizados y las fórmulas eventualmente asociadas. Las propiedades y las nociones matemáticas deben emergen durante este proceso de validación, para luego ser institucionalizadas y sistemáticamente utilizadas enseguida para resolver ejercicios. El momento de la construcción del discurso tecnológico se apoya en una serie de preguntas que tienen por objetivo, que los estudiantes puedan establecer conjeturas. Nos llamó la atención la poca presencia de indicaciones por parte del programa sobre la gestión del profesor, en este momento delicado. El programa no precisa lo que se espera de los estudiantes ni como el profesor puede gestionar las respuestas con ellos. En la fase de institucionalización igualmente el grado de precisión es variable. En ciertos casos, el programa precisa aquello que el profesor debe institucionalizar, mientras que en otras ocasiones la responsabilidad de la construcción de ese discurso se deja enteramente al profesor.

En el programa de estudio, las tareas exploratorias conducen a los estudiantes a trabajar sobre objetos materiales o diseños, y a validar los resultados apoyándose en la medición. Este tipo de trabajo se sitúa claramente en el paradigma de la geometría natural GI. A medida que los conocimientos de propiedades y de conceptos son formulados, tareas de aplicación son presentadas debiendo ser realizadas mediante la utilización de conocimientos, dentro de una forma de trabajo que favorece un trabajo en el paradigma GII, aunque no haya formulación de axiomas. Existe también, situaciones donde los estudiantes deben resolver una tarea que puede ser interpretada tanto en GII, como en GI, para ejemplo la tarea sobre las relaciones angulares (cf. § Figure 4.3). De hecho, en muchos casos hay cierta ambigüedad y no es fácil determinar exactamente en que tipo de paradigma se supone que debe situarse el trabajo geométrico. En los dos manuales escolares, así como en la evaluación SIMCE, encontramos la misma situación.

Con una mejor comprensión del programa de estudio chileno y de la evaluación SIMCE, en particular de sus valores y de sus contenidos, que han sido parte de los resultados de nuestra investigación, hemos enseguida estudiado la relación a SIMCE de los profesores y las instituciones educativas que preparan a los estudiantes para esta evaluación.

7.4 La Relación de los Profesores con la Evaluación SIMCE

Dentro del sistema educativo chileno como en todos los sistemas educativos, los profesores juegan un rol clave en aquello que los estudiantes pueden o no aprender, por ello podemos hacer la hipótesis que sus decisiones y prácticas son influenciadas por la evaluación SIMCE, principalmente cuando ellos enseñan en ciertos niveles escolares y preparan a sus estudiantes. Es por eso que nos ha parecido importante comprender *cómo los profesores chilenos se sitúan en relación a esta evaluación y cómo ella influencia su visión de la enseñanza y sus prácticas.*

Para buscar respuesta a esta pregunta contactamos primero a instituciones de contextos socio-económicos y estatus variados, a profesores y responsables de esas instituciones y determinamos los tipos de acción usados en la preparación de estudiantes para la evaluación SIMCE y el nivel de desempeño logrado en ella. A partir de ese trabajo obtuvimos tres categorías institucionales: Cat. 1 "Alta acción – Alto desempeño", Cat. 2 "Alta acción – Mediano desempeño", Cat. 3 "Alta acción – Bajo desempeño". Estas categorías nos ayudan a identificar las diferencias de situación entre los doce profesores que consideramos en nuestro estudio. Los resultados de las entrevistas y de los cuestionarios realizados con los profesores muestran que ellos tienen una visión más bien positiva de la evaluación SIMCE, sobre todo aquellos que se sitúan en las dos primeras categorías – desempeño alto y mediano.

Los tres profesores de la primera categoría institucional concuerdan que los resultados de la evaluación entrega información útil para su trabajo de profesor, ya que pueden identificar los conocimientos aprendidos por sus estudiantes. Sin embargo, ellos resienten fuerte presión por obtener buenos resultados en la evaluación SIMCE, pero mediante un trabajo colaborativo existente en su institución, esas presiones son menos estresante que para aquellos profesores donde su institución participa menos, pero exige también buenos resultados.

Los cuatro profesores de la segunda categoría institucional tienen también una visión positiva de la evaluación SIMCE y piensan que a través de ella pueden conocer los aprendizajes de sus estudiantes. Ellos resienten también la presión por obtener buenos resultados, pero ellos tienen una posición más crítica que los profesores de la primera categoría. Por ejemplo, en la entrevista un de los profesores nos señala que

“SIMCE hace que la enseñanza sea mecánica para que los estudiantes respondan bien una pregunta”. En esta categoría, vemos también que comienza a emerger un discurso sobre la evaluación SIMCE como un instrumento discriminador, no obstante esta crítica se observa mucho más fuerte en la tercera categoría.

En la tercera categoría la visión de los cinco profesores en cuestión sobre la evaluación es mixta. Algunos señalan la utilidad de conocer los resultados, aunque ellos consideran que por tratarse de escuelas de sectores socio-económicos desfavorecidos (de grupo socioeconómico de nivel medio-bajo) los estudiantes no deberían ser medidos con el mismo instrumento. En esta categoría los profesores manifiestan un alto grado de sensibilidad sobre la discriminación y marginación que provocan los bajos resultados en la evaluación SIMCE, aún cuando, los profesores indican que los resultados les ayudan a ver en cierta medida los aprendizajes de sus estudiantes.

Luego de haber entregado una idea de la visión de los diferentes profesores de la evaluación, examinamos cómo el énfasis puesto sobre los buenos resultados por parte de las instituciones afecta las prácticas de estos profesores.

7.5 Los Dispositivos SIMCE puestos en marcha en los Establecimientos Escolares y sus Efectos

Nuestro estudio muestra claramente que las instituciones buscan obtener buenos resultados en la evaluación SIMCE. Tomando esto en cuenta nos preguntamos *cuáles son los dispositivos eventualmente puesto en marcha por preparar a los estudiantes y mejorar los resultados* y si *observamos en particular una reducción de la enseñanza alrededor de los contenidos evaluados y de los tipos de tareas propuestos en la evaluación.*

A través las doce instituciones consideradas, identificamos cuatro tipos de dispositivos*:* Taller SIMCE, Ensayo SIMCE, Reforzamiento y Contratación de personal externo al establecimiento. El Taller SIMCE corresponde a una sesión de clase específica, donde los estudiantes resuelven ejercicios similares a los que serán utilizados en la evaluación SIMCE, con una frecuencia y duración de sesiones variables según la institución. El Ensayo SIMCE es una evaluación con ejercicios similares a los de la evaluación oficial. Ellos son evaluaciones de selección múltiple que evalúan los contenidos adquiridos durante los último 4 años de enseñanza básica (II ciclo básico). El Reforzamiento de matemática es una ayuda adicional dirigida a los estudiantes con bajas calificaciones en las evaluaciones escolares, o en algunos casos, a los estudiantes que se encuentran en el nivel de logro intermedio. Este dispositivo generalmente se realiza en los años escolares en que los estudiantes serán evaluados y en algunos casos se realiza el año anterior a la evaluación. La contratación de personal externo debe su existencia a una subvención ministerial que entrega financiamiento a instituciones educativas que tengan bajo nivel socioeconómico (Ley SEP, 2010), y que ayuda a realizar inversiones materiales como de personal especializado dirigido a mejorar sus resultados SIMCE. Constatamos que dentro de este marco de dispositivos SIMCE existen organizaciones y profesionales con diferentes especialidades ligadas a la educación que ofrecen asesorías a las instituciones educativas.

Cada dispositivo es puesto en marcha diferentemente al interior de las instituciones. La realización de ciertos dispositivos es poco diferenciada entre las instituciones. Este es el caso del Ensayo SIMCE que varia principalmente por su frecuencia durante el año escolar. Algunas instituciones lo aplican una vez por mes durante todo el año, mientras que otras lo aplican con menos frecuencia y de manera irregular. En general, este dispositivo influye en la organización de las prácticas, ya que las unidades temáticas son adaptadas según los resultados. El dispositivo Taller SIMCE es realizado por el profesor de la asignatura en casi todas las instituciones, salvo en un caso donde hay un profesional externo que trabaja de manera conjunta con el profesor. Este taller es organizado sistemáticamente una vez por semana durante todo el año escolar. Observamos el dispositivo reforzamiento de matemática en seis de las doce instituciones, donde es realizado en ocasiones por personal externo, y en ocasiones en horarios adicionales de las horas de clases ordinarias. No vimos que exista un trabajo coordinado entre personal externo para reforzamiento y el profesor de la asignatura de matemática.

Después del ensayo SIMCE el dispositivo más utilizado es la *contratación de personal externo,* con 9 instituciones que lo aplican. El funcionamiento de este dispositivo es muy variado. En ciertas instituciones contratan un profesional para realizar el reforzamiento de matemática y para el aprovisionamiento de ensayos SIMCE. En dos instituciones observamos que se incorpora un asistente a la sala de clase. En el marco de este mismo dispositivo, notamos también dos organismos que brindan capacitación para los profesores. En un primer caso, este dispositivo tiene la particularidad de estar directamente dirigido al profesor para mejorar su trabajo, sin intervenir en la clase. Por un lado, el organismo cumple la función de entregar planificaciones de clase detalladas y guías de trabajo para los estudiantes. El material que entregan es elaborado a partir del programa de estudio oficial y con un enfoque didáctico. Pudimos observar en las planificaciones la utilización de un lenguajes proveniente de la noción de praxeología, principalmente la intensión de explicitar organizaciones matemáticas puntuales. Por otro lado, los profesores reciben capacitaciones sobre los dominios matemáticos que deben enseñar y la forma como construirlos con sus estudiantes. En el otro caso, el dispositivo también está orientado a los profesores. Alrededor de cuarenta profesores reciben una capacitación colectiva dirigida por tres instructores (de diferentes especialidades). Además, los instructores visitan la institución una vez por mes, para acompañar a los profesores en la sala de clase y responden a sus preguntas eventualmente.

En nuestra investigación nos interesamos también a la formación y desarrollo profesional. Puntualmente nos preguntamos si *la evaluación SIMCE también es utilizada como una herramienta de formación y de desarrollo profesional de los profesores.* Pudimos identificar ciertos organismos que orientan su trabajo al desarrollo de la profesión docente. El primer organismo descrito en el párrafo precedente, por ejemplo, asiste a una institución (una institución de la categoría 1) sin embargo el segundo organismo trabaja con un gran grupo de instituciones (nuestras instituciones de categoría 3) situadas a la misma comuna. En las entrevistas los profesores nos señalan su valoración por la capacitación que reciben, consideran que les proporciona conocimientos matemáticos importantes para su trabajo en clase. Desde el punto de vista didáctico, de acuerdo a lo manifestado por los profesores el primer organismo aportaría más herramientas didácticas a los profesores que el segundo.

Hemos descrito los dispositivos que existen en las instituciones educativas y la manera como ellos son puesto en marcha. Presentamos en los párrafos siguientes algunos efectos observados de estos dispositivos.

7.6 La Contracción de la Enseñanza a causa de la Evaluación SIMCE

La utilización de los dispositivos identificados en nuestro estudio influencian las prácticas de enseñanza, y en algunos casos conduce a una contracción de ciertas disciplinas que no eran evaluadas hasta el año 2012. Ciertas disciplinas como Inglés, Religión, Música, Educación Física y Artes, se dejan de lado un mes antes de la evaluación SIMCE. En general, los horarios correspondientes son utilizados para realizar los ensayos SIMCE y/o poner en marcha guías de ejercitación y de reforzamiento. Observamos igualmente una contracción en el programa mismo de matemática. Por un lado, el trabajo de las unidades temáticas se suspende uno o dos mes antes de la evaluación, en agosto y septiembre, luego se retoma después de la evaluación. Como las unidades temáticas están organizadas para completar un año escolar, esta reducción de tiempo de la enseñanza hace que no todos los contenidos se logren tratar con los estudiantes. Por otro lado, los profesores mismos declaran no contar con suficiente tiempo para abarcar todos los contenidos que deben enseñar. Algunos profesores nos expresaron que ciertos contenidos los dejan para el final del año y los trabajan si les queda tiempo.

Continuando en esta dirección, para ver si había efectivamente reducciones alrededor de los contenidos y de los tipos de tareas evaluados, observamos sesiones de clase ordinarias y clases de preparación SIMCE. Observamos cuatro sesiones de preparación SIMCE, tres de ellas talleres SIMCE. En dos de esas sesiones observamos una gestión de enseñanza altamente interactiva entre el profesor y sus estudiantes, la puesta en marcha de diversas estrategias para resolver una tarea y un acento puesto en los errores de los estudiantes. Observamos asimismo un énfasis en la comprensión de las tareas y en la capacidad de comunicar y argumentar una respuesta. En las sesiones de clase ordinaria observamos a cinco profesores diferentes. Estas sesiones de clase se muestran bastante diferentes según el momento de estudio. Las sesiones correspondientes al primer encuentro con el tema se inscriben en un modelo de enseñanza clásico, donde se comienza con un momento de institucionalización que es seguido por la ejercitación de la técnica. Esta característica igualmente se observa en la sesión de construcción del discurso tecnológico. Desde el punto de vista de las organizaciones matemáticas, el énfasis es puesto en la descripción de la técnica, pero se observan imprecisiones en la definición de propiedades en el momento de institucionalización. En las sesiones correspondientes al momento de aplicación, observamos en contraste una gestión didáctica bastante similar a la del taller SIMCE. Se deduce de estas observaciones que la calidad de la actividad matemática de los estudiantes no parecen a priori disminuir cuando se trata de sesiones de preparación a la evaluación SIMCE contrariamente a eso que podríamos haber a priori pensado.

En estas cinco sesiones de clase ordinarias identificamos ciertos tipos de tarea propuestas por el programa de estudio, pero observamos solamente algunos tipos de situaciones de aprendizaje que el programa desea ver transpuesta en las sesiones de clase. Por ejemplo, las características de los momentos de construcción del discurso tecnológico propuestas por el programa no son observadas en las sesiones de clase. Si bien, sin que sea posible atribuir directamente a la influencia de la evaluación SIMCE, observamos bien una contracción de la visión del programa de enseñanza.

7.7 PERSPECTIVAS

Nuestra investigación sobre la evaluación SIMCE y sus efectos sobre las prácticas es una investigación que explora diversas pistas las cuales ameritarían ser sin ninguna duda profundizadas. Una de las preguntas que motivo nuestra investigación fue por ejemplo saber si la evaluación SIMCE era o podía ser utilizada como un instrumento de formación y de desarrollo profesional para los profesores. Las informaciones que hemos recolectado muestran que hoy en día este instrumento no ha sido explotado, desde la perspectiva de formación. Para avanzar en esa dirección, nos hubiera sido necesario concebir y experimentar una ingeniería de formación, lo que no fue posible por las restricciones de este trabajo de tesis. Esto queda como una pregunta abierta pero, vista la importancia acordada en el sistema educativo chilenos a esta evaluación, pensamos que es una pista de investigación que debería ser más sistemáticamente trabajada en el marco de formación inicial y/o continua de los profesores.

Ciertos resultados que hemos obtenidos nos abren también nuevas direcciones de trabajo. Por ejemplo, situando la evaluación SIMCE con respecto a otras evaluaciones estandarizadas, constatamos que esta evaluación explícita menos que otras sus marcos teóricos, sus categorías y sus criterios, y que las informaciones entregadas a los profesores y a las instituciones educativas fueran suficientes para permitir construir una explotación didáctica eficiente. Constatamos, los límites evidentes a superar si queremos que esta evaluación sea bien comprendida por los profesores y que esas retroacciones puedan ser útiles a la enseñanza. La comparación efectuada entrega un ejemplo de estrategia posible a través el caso del organismo LLECE, entregado en su *Segundo Informe Regional Comparativo* (LLECE, 2009), propone ejemplos de tareas para enfocar contenidos específicos y desarrollar los conocimientos y competencias asociadas, acompañado de un análisis didáctico. Este tipo de trabajo realizado a partir de la evaluación SERCE podría ser considerado en el caso de SIMCE, al ver los ítems accesibles, que representan muy parcialmente la visión de la enseñanza de las matemáticas del programa de estudio. La pregunta de la representatividad del programa de estudio en la evaluación SIMCE es una preguntas que amerita ser profundizada, visto el impacto de la esa evaluación sobre las prácticas, pero una tal profundización supondría el acceso a otros datos que aquellos que nosotros pudimos acceder para esta tesis.

Identificamos efectos directos e indirectos de la evaluación SIMCE sobre las prácticas de enseñanza de matemáticas. Entre los efectos directos, aquellos que tiran nuestra atención son naturalmente los dispositivos SIMCE. En nuestra investigación nos centramos en la caracterización de estos dispositivos, en la comprensión de su puesta en marcha y tratamos de enfocar sus efectos sobre las prácticas de enseñanza a través de cuestionarios, entrevistas y algunas observaciones de clase. Pusimos en evidencia los efectos negativos de esos dispositivos como la contracción de disciplinas no evaluadas por SIMCE, y la disminución del tiempo escolar disponible para trabajar las unidades temáticas del currículo. Las observaciones hechas mostraron, contrariamente, que estos dispositivos van más allá de una simple preparación y que pueden nutrir un trabajo matemático de los estudiantes también sino más que aquel observado en las sesiones de clases ordinarias. Sin embargo, no hemos abordado la pregunta de la eficacia de estos dispositivos. Los resultados de la última evaluación 2011 (comunicados en 2012) mostraron de hecho una estabilidad o un ligero retroceso según la institución en relación a los resultados de los años 2004, 2007 y 2009 para las instituciones estudiadas. Estos resultados proponen claramente la pregunta de la eficacidad real de los numerosos dispositivos puestos en marcha, y de los límites de una acción didáctica organizada alrededor de la preparación de una evaluación, aunque ella sea de calidad. Ir más lejos una vez más supondría contar con otros medios metodológicos que aquellos que hemos utilizado en la tesis.

Manifiestamente nuestro tema de investigación es extenso y ambicioso. Nuestra investigación fue en alguna medida influencia por el tiempo y también por los limitante que hemos comentado en nuestro estudio de terreno, el hecho de problemas locales. Creemos sin embargo que ella muestra la pertinencia de un enfoque didáctico de esas preguntas de evaluación estandarizadas, contribuye al conocimientos de este tipo de objetos y abre perspectivas para desarrollar otros estudios didácticos, a diferentes niveles de la jerarquía de los niveles de co-determinación didáctica.

8 BIBLIOGRAFIA

Artigue, M., & Winslow, C. (2010). International Comparative Studies on Mathematics Education : a Viewpoint From the Anthropological Theory of Didactics. Recherches en didactique des mathématiques, 30(1), 47-82.

Artigue, M., & Rinaldi A-M. (2012) Design curriculaire et contrat social dans l'enseignement des mathematiques en france. Un étude de cas dans le cadre des tables rondes EMF 2012 –Evolutions curriculaires récentes dans l'enseignement des mathématiques de l'espace francophone.

Artigue, A., Coagri Nassouri C., Smida, H., Winslow, C. (2012) Évaluations internationales: impacts politiques, curriculaires et place des pays francophones. Project spécial 2. Espace Mathématique Francophone. (EMF)

Artaud M., Bebbouchi R., Menotti G., (Año) Niveaux de co-determination didactique et transposition didactique: la confection d'un livre de 4annee primaire en Algérie.

Bessot, A., & Comiti, C., (2013) Apport des études comparatives internationales aux recherches en didactique des mathématiques. Le cas de la France et du Viêt Nam. Recherches en didactique des mathématiques, 33(1), 47-82.

Bosch, M., Fonseca, C., & Gascón, J. (2004). Incompletitud de las organizaciones matematicas locales en las instituciones escolares. Recherches en didactique de mathématiques, 24.2 (3), 205-250.

Bosch, M., & Gascón, J. (2003). Les praxéologies didactiques. Cours 2 - Théories & Empiries. In J.-L. Dorier, M. Artaud, M. Artigue, R. Berthelot, & R. Floris (Eds.), Actes de la 11e École d'été de didactique des mathématiques. Corps (Isère). Du 21 au 30 août 2001 (p. 23-40). Grenoble : La Pensée Sauvage.

Bosch, M., & Gascón, J. (2005). La praxéologie comme unité d'analyse des processus didactiques. In A. Mercier & C. Margolinas (Eds.), Balises pour la didactique des mathématiques : cours de la 12e École d'été de didactique des mathématiques. Corps (Isère) . Du 20 au 29 août 2003, 107-122. Grenoble : La Pensée

Sauvage.

Brousseau, G. (1998). Théorie des situations didactiques. Grenoble : La Pensée Sauvage.

Brousseau, G. (1988). Le contrat didactique : le milieu. Recherches en didactique de mathématiques, 19(3), 303-336.

Bodin A. (2006) Les mathématiques face aux évaluations nationales et internationales. De la première étude menée en 1960 aux études TIMSS et PISA... en passant par les études de la DEP et d'EVAPM. Communication séminaire de l'EHESS. Repères IREM 65.

Bodin A. (2007) Dissonances et convergences évaluatives - De l'évaluation dans la classe aux évaluations internationales : quelle cohérence ? Bulletin de l'APMEP 474 ,47-79.

Bodin A. (2008) Lecture et utilisation de PISA pour les enseignants. Petit x 78, 53-78.

Bodin, A., (2005) Ce qui est vraiment évalué par PISA en mathématiques. Ce qui ne l'est pas. Un point de vue français. Bulletin de l'APMEP 463, p. 240-257.

Castela C., Consigliere L., Guzman I., Houdment C., Kuzniaz A., RAUSCHER J-C. (2006), Paradigmes géométriques et géométrie enseignée au Chili et en France. Une étude comparative de l'enseignement de la géométrie dans les systèmes scolaires chilien et français. Cahier de Didirem Spécial n°6, IREM Paris 7

Castela C. (2008), Travailler avec, travailler sur la notion de praxéologie mathématique pour décrire les besoins d'apprentissage ignorés par les institutions d'enseignement. Recherches en Didactique des Mathématiques, 28(2).

Chevallard, Y. (1992). Concepts fondamentaux de la didactique : perspectives apportées par une approche anthropologique. Recherches en didactique des mathématiques, 12(1), 73-111.

Chevallard, Y. (2003). Les praxéologies didactiques. Cours 3 - Ecologie & Régulation. In J.-L. Dorier, M. Artaud, M. Artigue, R. Berthelot, & R. Floris (Eds.), Actes de la 11e École d'été de didactique des mathématiques, Corps (Isère), du 21 au 30 août 2001 (p. 41-56). Grenoble : La Pensée Sauvage.

Chevallard, Y. (1999) La recherche en didactique et la formation des professeurs: problématiques, concepts, problèmes. Actes de la X Ecole d'été de Didactique, pp.98-112. Académie de Caen, France.

Chevallard, Y. (2011). La notion d'ingénierie didactique, un concept à refonder. Questionnements et éléments de réponse à partir de la TAD. In C. Margolinas et al. (Eds.), En amont et en aval des ingénieries didactiques (p. 81-108). Grenoble : La Pensée Sauvage.

Chevallard Y. (2003), Organiser l'étude 1. Structures et Fonctions. In J-L. Dorier & al. (eds) Actes de la 11e Ecole d'été de didactique des mathématiques -Corps- 21-30 Août 2001 (pp. 3-22). Grenoble : La Pensée Sauvage.

Clarke, D. (2003). International comparative research in mathematics education. In A. J. Bishop, M. A. Clements, C. Kei- tel, J. Kilpatrick & F.K.S. Leung (Eds.), Second international handbook of mathematics education, (Pt. 1, pp. 143−184). Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic.

Cox C. (2003) "Políticas educacionales en el cambio de siglo"- La reforma del sistema escolar de Chile, Editorial Universitaria. Chap.1, 19-104

Duval, R. (1993), Registres de représentation sémiotique et fonctionnement cognitif de la Pensée, Annales de Didactique et de Sciences Cognitives, Vol. 5.

de Lange J. (2007) Large-scale assessment and mathematics education. Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning, Volumes 2. (p. 1111-1139)

García-Huidobro, J-E. (2002) Usos y abusos del SIMCE. Article. Université Alberto Hurtado.

Houdement, C. et Kuzniak, A. (2002) Entre géométrie et mesure : le jeu de l'approximation. Actes de la XIème école d'été de didactique des mathémaiques, Dorier et al ; La pensée sauvage, Grenoble ; version électronique.

Kuzniak, A. (2011). L’espace de travail mathématiques et ses genèses. In Actes du symposium franco-chipriote de didactique espace de travail mathématique. Paris.

Mons N. (2009) Les effets théoriques et réels de l'évaluation standardisée. Les évaluations standardisées des élèves en Europe: objectifs, organisation et utilisation des résultats EACEA; Eurydice-Version digitale

Mons N. (2007) L'évaluation des politiques éducatives. Apports, limites et nécessaire renouvellement des enquêtes internationales sur les acquis des élèves. Version digitale

OCDE (2004) “Revisión de políticas nacionales de educación”. Centro para la cooperación con los países no miembros de la OCDE, Paris.

Perrin, Daniel ; (2005) ; Mathématiques d'école : nombres, mesures et géométrie ; Cassini

Perrin-Glorian, M-J (2002) Problèmes didactiques liés à l’enseignement des grandeurs. Le cas des aires. ; Actes de la XIème école d’été de didactique des mathématiques, Dorier et al ; La pensée sauvage, Grenoble ; version électronique

Roditti E. (2001) L’enseignement de la multiplication des décimaux en sixième. Étude de parctiques ordinaries. Thèse doctorat, Université Paris-Diderot Paris 7, Paris.

Robert A, (2008), Une méthodologie pour analyser les activités(possibles) des élèves en classes. La Classes de mathématiques: activités des élèves et pratiques des enseignants. Collection Formation. Octares Editions. P.45-54

Ruminot, C. (2009) SIMCE: Analyses à niveau micro et macro institutionnelle - Outil méthodologique d’analyses, pour déterminer l'incidence des relations institutionnelles en la qualité de l'éducation chilienne. Mémoire de master, Université Paris-Diderot Paris 7, Paris.

Schoenfeld A. (2007), Assessing Mathematical Proficiency. MSRI Publication 53.

Cambridge University Press.

Vergnaud G, Rouchier A., Des-moulières S., Landré C., Marthe P, Ricco G., Samurçay R., Rogalski J., Viala A. Rouchier A. (1983) Didactique et acquisition du concept de volume. Recherches en didactique de mathématiques, 4(1).

Manuales Escolaires

Barrientos, S., Dittborn, M-T., Goldenberg, M. (2006) Éducation Mathématique 8ème année scolaire. Version pour le Ministère de Éducation, République du Chili. Édition Arrayán.

Département de Recherche Éducative (2005) Futuro Santillana 8ème année scolaire. Édition Arrayán, Santiago du Chili

Documentos

Programme d'étude 8ème année scolaire (2002). Unité de Curriculum et évaluation. Ministère de Éducation, République du Chili. Seconde Edition 2004.

OCDE (2003) Assement Framework - PISA 2003. Mathematic, Reading, Science and Problem solving, Knowledge and Skills. OCDE, Paris

OCDE, (2006) Compétences en sciences, lecture et mathématiques : Le cadre d'évaluation - PISA 2006. Éditions OCDE. http://www.sourceocde.org/926402641x

OCDE (2009) Assessment Framework – PISA 2009. Key Competencies in reading, mathematics and science.

OCDE (2013) Cadre d'évaluation et d'analyse du cycle - PISA 2012. Compétences en mathématiques, en compréhension de l'écrit, en sciences, en résolution de problèmes et en matières financières. Éditions OCDE. http://dx.doi.org/10.1787/9789264190559-fr

OCDE (2009) Take Thes Test – PISA. Samples questions from OECD's PISA assessments. Éditions OCDE. http://www.sourceocde.org/9789264050808

TIMSS, (2011) Assessment Frameworks. TIMSS & PIRLS International Study Center Lynch School of Education, Boston College. The International Association for the Evaluation of Educational Achievement (IEA), Amsterdam, the Netherlands.

LLECE (2008) Los aprendizajes de los estudiantes de América Latina y el Caribe. Primer reporte de los resultados del Segundo Estudio Regional Comparativo y Explicativo. UNESCO

LLECE (2009) Aportes para la enseñanzade la Matemática. Segundo Estudio Regional Comparativo y Explicativo. UNESCO

MINEDUC (2007) Mapas de progreso- Números et operatoria, Geometría, Algebre, Datos y azar. Unidad de currículo. Ministerio de educación, Republica de Chile.

MINEDUC (2010) Niveles de logros. Para 8avo. año básico de Matemáticas – SIMCE. Unidad de currículo y evaluación. Ministerio de educación, Republica de Chile.

MINEDUC (2010) Orientaciones para Docentes Educación Básica - SIMCE 2013. Agencia de Calidad de la Educación. Ministerio de educación, Republica de Chile.

SIMCE - www.simce.cl

9 ANEXO A – TAREAS DE EVALUACIONES ESTANDARIZADAS

9.1 TAREAS DE EVALUACIÓN PISA

Document: ReleasedPISAItems_Maths.doc

PISA RELEASED ITEMS - MATHEMATICS

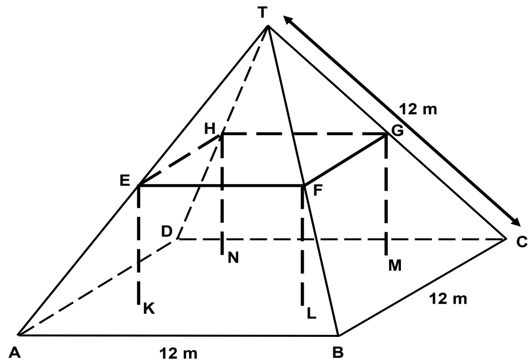
December 2006

Project Consortium:
Australian Council *for* Educational Research (ACER)
Netherlands National Institute for Educational Measurement (CITO)
National Institute for Educational Policy Research (NIER, Japan)
Westat

M037: Farms

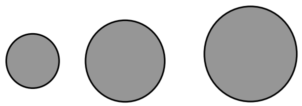
Here you see a photograph of a farmhouse with a roof in the shape of a pyramid.

Below is a student's mathematical model of the farmhouse **roof** with measurements added.



M143: Coins

You are asked to design a new set of coins. All coins will be circular and coloured silver, but of different diameters.



Researchers have found out that an ideal coin system meets the following requirements:

- diameters of coins should not be smaller than 15 mm and not be larger than 45 mm.
- given a coin, the diameter of the next coin must be at least 30% larger.
- the minting machinery can only produce coins with diameters of a whole number of millimetres (e.g. 17 mm is allowed, 17.3 mm is not).

Question 1: COINS

M143Q01-0 1 8 9

You are asked to design a set of coins that satisfy the above requirements.
You should start with a 15 mm coin and your set should contain as many coins as possible. What would be the diameters of the coins in your set?

COINS SCORING 1

QUESTION INTENT: Understanding and use of complicated information to do calculations.

Code 1: 15 – 20 – 26 – 34 – 45. It is possible that the response could be presented as actual drawings of the coins of the correct diameters. This should be coded as 1 as well.

Code 8: Gives a set of coins that satisfy the three criteria, but not the set that contains as many coins as possible, eg., 15 – 21 – 29 – 39, or 15 – 30 – 45
OR
The first three diameters correct, the last two incorrect (15 – 20 – 26 -)
OR
The first four diameters correct, the last one incorrect (15 – 20 – 26 – 34 -)

Code 0: Other responses.

Code 9 : Missing.

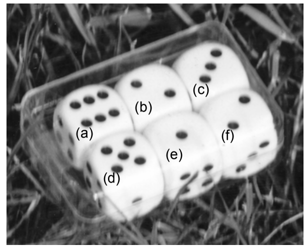
M143: Cubes

Question 1: CUBES

M145Q01

In this photograph you see six dice, labelled (a) to (f). For all dice there is a rule:

The total number of dots on two opposite faces of each die is always seven.



Write in each box the number of dots on the **bottom** face of the dice corresponding to the photograph.

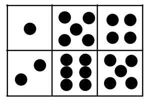
(a)	(b)	(c)
(d)	(e)	(f)

CUBES SCORING 1

Full credit

Code 1: Top row (1 5 4) Bottom Row (2 6 5). Equivalent answer shown as dice faces is also acceptable.

1	5	4
2	6	5



No credit

Code 0: Other responses.

Code 9: Missing.

M148: Continent Area

Below is a map of Antarctica.

Question 2: CONTINENT AREA

P01480

Estimate the area of Antarctica using the map scale.

Show your working out and explain how you made your estimate. (You can draw over the map if it helps you with your estimation)

CONTINENT AREA SCORING 2

Full credit

[These codes are for responses using the correct method AND getting the correct answer. The second digit indicates the different approaches]

Code 21: Estimated by drawing a square or rectangle - between 12 000 000 sq kms and 18 000 000 sq kms (units not required)

Code 22: Estimated by drawing a circle - between 12 000 000 sq kms and 18 000 000 sq kms

Code 23: Estimated by adding areas of several regular geometric figures - between 12 000 000 and 18 000 000 sq kms

Code 24: Estimated by other correct method – between 12 000 000 sq kms and 18 000 000 sq kms

Code 25: Correct answer (between 12 000 000 sq kms and 18 000 000 sq kms) but no working out is shown.

Partial credit

[These codes are for responses using the correct method BUT getting incorrect or incomplete answer. The second digit indicates the different approaches, matching the second digit of the Full credit codes.]

Code 11: Estimated by drawing a square or rectangle – correct method but incorrect answer or incomplete answer
- Draws a rectangle and multiplies width by length, but the answer is an over estimation or an under estimation (e.g., 18 200 000)
- Draws a rectangle and multiplies width by length, but the number of zeros are incorrect (e.g., 4000 X 3500 = 140 000)
- Draws a rectangle and multiplies width by length, but forgets to use the scale to convert to square kilometres (e.g., 12cm X 15cm = 180)
- Draws a rectangle and states the area is 4000km x 3500km. No further working out.

Code 12: Estimated by drawing a circle – correct method but incorrect answer or incomplete answer

Code 13: Estimated by adding areas of several regular geometric figures – correct method but incorrect answer or incomplete answer

Code 14: Estimated by other correct method –but incorrect answer or incomplete answer

No credit

Code 01: Calculated the perimeter instead of area.
- E.g., 16 000 km as the scale of 1000km would go around the map 16 times.

Code 02: Other responses.
- E.g., 16 000 km (no working out is shown, and the answer is incorrect)

Code 99: Missing

Summary table

A summary table below shows the relationship between the codes:

Estimation method	Code		
	FULL CREDIT – Correct answer: between 12 000 000 and 18 000 000 sq kms	***PARTIAL CREDIT*** – Correct method but incorrect or incomplete answer.	***No credit***
Drawing a rectangle	21	11	—
Drawing a circle	22	12	—
Adding regular shapes	23	13	—
Other correct methods	24	14	—
No working shown	25	—	—
Perimeter	—	—	01
Other incorrect responses	—	—	02
Missing	—	—	99

NOTE:

While coding this question, apart from reading what the student wrote in words in the space provided, make sure that you also look at the actual map to see what drawings/markings that the student has made on the map. Very often, the student does not explain very well in words exactly what he/she did, but you can get more clues from looking at the markings on the map itself. The aim is not to see if students can express well in words. The aim is to try to work out how the student arrived at his/her answer. Therefore, even if no explanation is given, but you can tell from the sketches on the map itself what the student did, or from the formulae the student used, please regard it as explanations given.

M154: Pizzas

A pizzeria serves two round pizzas of the same thickness in different sizes. The smaller one has a diameter of 30 cm and costs 30 zeds. The larger one has a diameter of 40 cm and costs 40 zeds.

Question 1: PIZZAS

M154Q01- 0 1 2 8 9

Which pizza is better value for money? Show your reasoning.

PIZZAS SCORING 1

QUESTION INTENT: Applies understanding of area to solving a value for money comparison

Code 2: Gives general reasoning that the surface area of pizza increases more rapidly than the price of pizza to conclude that the larger pizza is better value.

- The diameter of the pizzas is the same number as their price, but the amount of pizza you get is found using diameter^2 , so you will get more pizza per zeds from the larger one

Code 1: Calculates the area and amount per zed for each pizza to conclude that the larger pizza is better value.

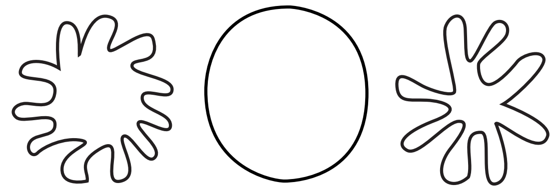
- Area of smaller pizza is 0.25 x π x 30 x 30 = 225π; amount per zed is 23.6 cm^2 area of larger pizza is 0.25 x π x 40 x 40 = 400π; amount per zed is 31.4 cm^2 so larger pizza is better value

Code 8: They are the same value for money. (This incorrect answer is coded separately, because we would like to keep track of how many students have this misconception).

Code 0: Other incorrect responses OR a correct answer without correct reasoning.

Code 9: Missing.

M158: Shapes



Question 1: SHAPES

M158Q01- 0 1 8 9

Which of the figures has the largest area? Explain your reasoning.

SHAPES SCORING 1

QUESTION INTENT: Comparison of areas of irregular shapes

Code 1: Shape B, supported with plausible reasoning.

- It's the largest area because the others will fit inside it.

Code 8: Shape B, without plausible support.

Code 0: Other responses.

Code 9: Missing.

Example responses

Code 1:

- B. It doesn't have indents in it which decreases the area. A and C have gaps.
- B, because it's a full circle, and the others are like circles with bits taken out.
- B, because it has no open areas:

Code 8:

- B. because it has the largest surface area
- The circle. It's pretty obvious.
- B, because it is bigger.

Code 0:

- They are all the same.

Question 2: SHAPES

M158Q02- 0 1 8 9

Describe a method for estimating the area of figure C.

SHAPES SCORING 2

QUESTION INTENT: To assess students' strategies for measuring areas of irregular shapes.

Code 1: Reasonable method:

- Draw a grid of squares over the shape and count the squares that are more than half filled by the shape.
- Cut the arms off the shape and rearrange the pieces so that they fill a square then measure the side of the square.
- Build a 3D model based on the shape and fill it with water. Measure the amount of water used and the depth of the water in the model. Derive the area from the information.

Code 8: Partial answers:

- The student suggests to find the area of the circle and subtract the area of the cut out pieces. However, the student does not mention about how to find out the area of the cut out pieces.
- Add up the area of each individual arm of the shape

Code 0: Other responses.

Code 9: Missing.

NOTE:

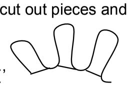
The key point for this question is whether the student offers a METHOD for determining the area. The coding schemes (1, 8, 0) is a hierarchy of the extent to which the student describes a METHOD.

Example responses

Code 1:

- You could fill the shape with lots of circles, squares and other basic shapes so there is not a gap. Work out the area of all of the shapes and add together.
- Redraw the shape onto graph paper and count all of the squares it takes up.
- Drawing and counting equal size boxes. Smaller boxes = better accuracy *(Here the student's description is brief, but we will be lenient about student's writing skills and regard the method offered by the student as correct)*
- Make it into a 3D model and filling it with exactly 1cm of water and then measure the volume of water required to fill it up.

Code 8:

- Find the area of B then find the areas of the cut out pieces and subtract them from the main area.
- Minus the shape from the circle
- Add up the area of each individual piece e.g., 
- Use a shape like that and pour a liquid into it.
- Use graph
- Half of the area of shape B
- Figure out how many mm^2 are in one little leg things and times it by 8.

Code 0:

- Use a string and measure the perimeter of the shape. Stretch the string out to a circle and measure the area of the circle using πr^2. *(Here the method described by the student is wrong)*

Question 3: SHAPES

M158Q03- 0 1 8 9

Describe a method for estimating the perimeter of figure C.

SHAPES SCORING 3

QUESTION INTENT: To assess students' strategies for measuring perimeters of irregular shapes

Code 1: Reasonable method:

- Lay a piece of string over the outline of the shape then measure the length of string used.
- Cut the shape up into short, nearly straight pieces and join them together in a line, then measure the length of the line.
- Measure the length of some of the arms to find an average arm length then multiply by 8 (number of arms) X 2.

Code 0: Other responses.

Code 9: Missing.

Example responses

Code 1:

- Wool or string!!! *(Here although the answer is brief, the student did offer a METHOD for measuring the perimeter)*
- Cut the side of the shape into sections. Measure each then add them together. *(Here the student did not explicitly say that each section needs to be approximately straight, but we will give the benefit of the doubt, that is, by offering the METHOD of cutting the shape into pieces, each piece is assumed to be easily measurable)*

Code 0:

- Measure around the outside. *(Here the student did not suggest any METHOD of measuring. Simply saying "measure it" is not offering any method of how to go about measuring it)*
- Stretch out the shape to make it a circle. *(Here although a method is offered by the student, the method is wrong)*

M161: Triangles

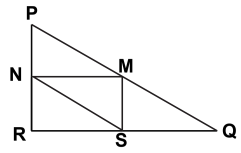
Question 1: TRIANGLES

M161Q01

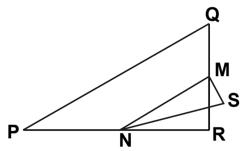
Circle the one figure below that fits the following description.

Triangle PQR is a right triangle with right angle at R. The line RQ is less than the line PR. M is the midpoint of the line PQ and N is the midpoint of the line QR. S is a point inside the triangle. The line MN is greater than the line MS.

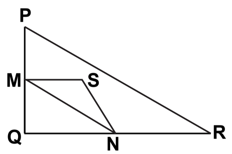
A



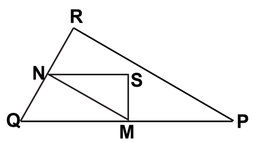
B



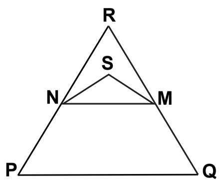
C



D



E



TRIANGLES SCORING 1

Full credit

Code 1: Answer D.

No credit

Code 0: Other responses.

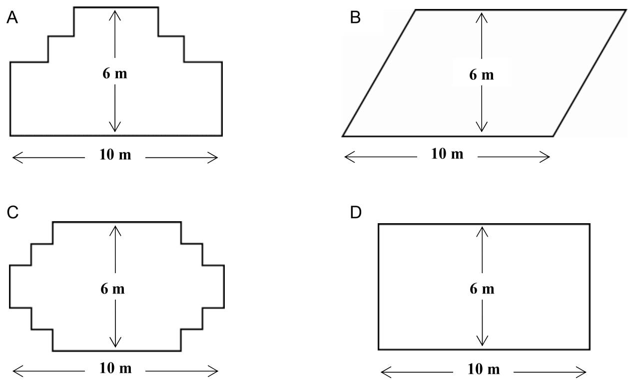
Code 9: Missing.

M266: Carpenter

Question 1: CARPENTER

M266Q01

A carpenter has 32 metres of timber and wants to make a border around a garden bed. He is considering the following designs for the garden bed.



Circle either "Yes" or "No" for each design to indicate whether the garden bed can be made with 32 metres of timber.

Garden bed design	**Using this design, can the garden bed be made with 32 metres of timber?**
Design A	Yes / No
Design B	Yes / No
Design C	Yes / No
Design D	Yes / No

CARPENTER SCORING 1

Full credit

Code 2: Exactly four correct

Design A Yes

Design B No

Design C Yes

Design D Yes

Partial credit

Code 1: Exactly three correct.

No credit

Code 0: Two or fewer correct.

Code 9: Missing.

M267: Patio

Question 1: PATIO

M267Q01- 0 1 2 8 9

Nick wants to pave the rectangular patio of his new house. The patio has length 5.25 metres and width 3.00 metres. He needs 81 bricks per square metre.

Calculate how many bricks Nick needs for the whole patio.

PATIO SCORING 1

Full credit

Code 2: 1275, 1276 or 1275.75 (unit not required).

Partial credit

Code 1: 15.75 (units not required)
OR
1215 bricks for 5m X 3m
(This score is used for students who are able to calculate the number of bricks for an integer number of square metres, but not for fractions of square metres. See example response.)
OR
Error in calculating the area, but multiplied by 81 correctly
OR
Rounded off the area and then multiplied by 81 correctly

No credit

Code 0: Other responses.

Code 9: Missing.

Example responses

Code 2:

- 5.25 X 3 = 15.75 X 81 = 1276

Code 1:

- 5.25 X 3 = 15.75
- 15.75 X 81 = 9000
- 81 X 15 = 1215; 1215 + 21 = 1236
- 5.25 X 3.0 = 15.75 m2; so 15.75 X 1275.75 = 1376 bricks.
(Here the student got the first part right, but the second part wrong. Give credit for the first part and ignore the second part. So score as 1)

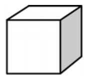
5m

	81	81	81	81	81
	81	81	81	81	81
	81	81	81	81	81

3m

M309: Building Blocks

Susan likes to build blocks from small cubes like the one shown in the following diagram:



Small cube

Susan has lots of small cubes like this one. She uses glue to join cubes together to make other blocks.

First, Susan glues eight of the cubes together to make the block shown in Diagram A:

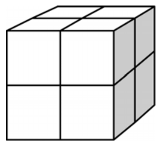


Diagram A

Then Susan makes the solid blocks shown in Diagram B and Diagram C below:

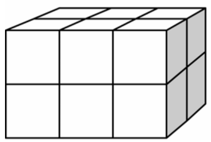


Diagram B

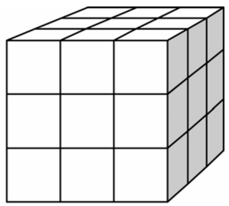


Diagram C

Question 1: BUILDING BLOCKS

M309Q01

How many small cubes will Susan need to make the block shown in Diagram B?

Answer: ....cubes.

BUILDING BLOCKS SCORING 1

Full credit

Code 1: 12 cubes.

No credit

Code 0: Other responses.

Code 9: Missing.

Question 2: BUILDING BLOCKS

M309Q02

How many small cubes will Susan need to make the solid block shown in Diagram C?

Answer: ....cubes.

BUILDING BLOCKS SCORING 2

Full credit

Code 1: 27 cubes.

No credit

Code 0: Other responses.

Code 9: Missing.

Question 3: BUILDING BLOCKS

M309Q03

Susan realises that she used more small cubes than she really needed to make a block like the one shown in Diagram C. She realises that she could have glued small cubes together to look like Diagram C, but the block could have been hollow on the inside.

What is the minimum number of cubes she needs to make a block that looks like the one shown in Diagram C, but is hollow?

Answer: ....cubes.

BUILDING BLOCKS SCORING 3

Full credit

Code 1: 26 cubes.

No credit

Code 0: Other responses.

Code 9: Missing.

Question 4: BUILDING BLOCKS

M309Q04

Now Susan wants to make a block that looks like a solid block that is 6 small cubes long, 5 small cubes wide and 4 small cubes high. She wants to use the smallest number of cubes possible, by leaving the largest possible hollow space inside the block.

What is the minimum number of cubes Susan will need to make this block?

Answer: ....cubes.

BUILDING BLOCKS SCORING 4

Full credit

Code 1: 96 cubes.

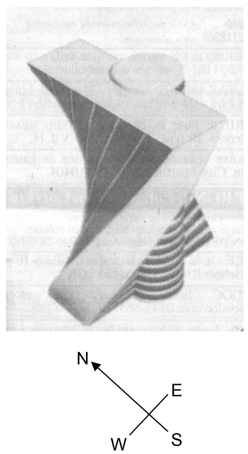
No credit

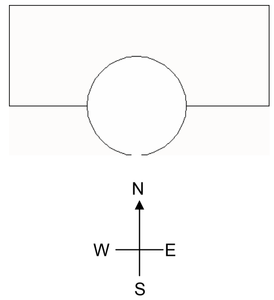
Code 0: Other responses.

Code 9: Missing.

M535: Twisted Building

In modern architecture, buildings often have unusual shapes. The picture below shows a computer model of a 'twisted building' and a plan of the ground floor. The compass points show the orientation of the building.





The ground floor of the building contains the main entrance and has room for shops. Above the ground floor there are 20 storeys containing apartments.

The plan of each storey is similar to the plan of the ground floor, but each has a slightly different orientation from the storey below. The cylinder contains the elevator shaft and a landing on each floor.

Question 1: TWISTED BUILDING

M535Q01 - 0 1 2 9

Estimate the total height of the building, in metres. Explain how you found your answer.

TWISTED BUILDING SCORING 1

Full credit

Code 2: Accept answers from 50 to 90 metres if a correct explanation is given.

- One floor of the building has a height of about 2.5 meters. There is some extra room between floors. Therefore an estimate is 21 x 3 = 63 metres.
- Allow 4 m for each story, so 20 of these gives 80 m, plus 10 m for the ground floor, so a total of 90 m.

Partial credit

Code 1: Correct calculation method and explanation, but using 20 stories instead of 21.

- Each apartment could be 3.5 metres high, 20 stories of 3.5 metres gives a total height of 70 m.

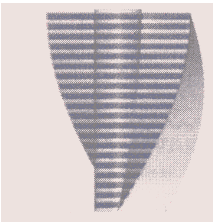
No credit

Code 0: Other responses, including answer without any explanation, answers with other incorrect number of floors, and answers with unreasonable estimates of the height of each floor (4 m would be the upper limit).

- Each floor is around 5 m high, so 5 × 21 equals 105 metres.
- 60 m.

Code 9: Missing.

The following pictures are sideviews of the twisted building.



Sideview **1**

Sideview **2**

Question 2: TWISTED BUILDING *M535Q02*

From which direction has Sideview **1** been drawn?

A From the North.
B From the West.
C From the East.
D From the South.

TWISTED BUILDING SCORING 2

Full credit

Code 1: C. From the East.

No credit

Code 0: Other responses.

Code 9: Missing.

Question 3: TWISTED BUILDING *M535Q03*

From which direction has Sideview **2** been drawn?

A From the North West.
B From the North East.
C From the South West.
D From the South East.

TWISTED BUILDING SCORING 3

Full credit

Code 1: D. From the South East.

No credit

Code 0: Other responses.

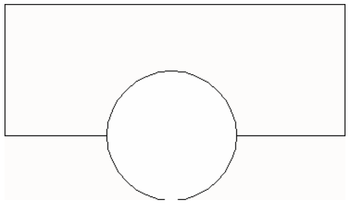
Code 9: Missing.

Question 4: TWISTED BUILDING

M535Q04 - 0 1 2 9

Each storey containing apartments has a certain 'twist' compared to the ground floor. The top floor (the 20th floor above the ground floor) is at right angles to the ground floor.

The drawing below represents the ground floor.

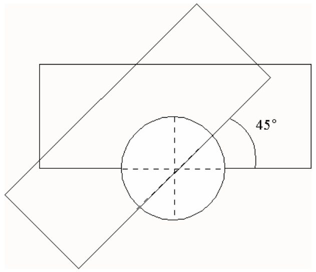


Draw in this diagram the plan of the 10th floor above the ground floor, showing how this floor is situated compared to the ground floor.

TWISTED BUILDING SCORING 4

Full credit

Code 2: A correct drawing, meaning correct rotation point and anti-clockwise rotation. Accept angles from 40° to 50°.



Partial credit

Code 1: One of the rotation angle, the rotation point, or the rotation direction incorrect.

No credit

Code 0: Other responses.

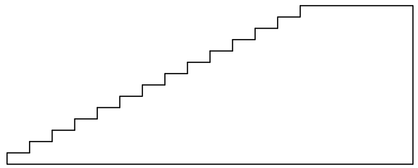
Code 9: Missing.

M547: Staircase

Question 1: STAIRCASE

M547Q01

The diagram below illustrates a staircase with 14 steps and a total height of 252 cm:



What is the height of each of the 14 steps?

Height: ....cm.

STAIRCASE SCORING 1

Full credit

Code 1: 18.

No credit

Code 0: Other responses.

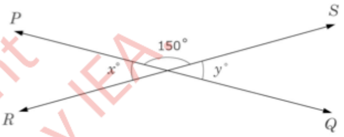
Code 9: Missing.

9.2 TAREAS DE EVALUACIÓN TIMSS

UniqueID **M012039**	Subject **M** Grade **8**	MSBlock **M01**	MSBlockSeq **09**

TIMSS 2003

In the figure, PQ and RS are intersecting straight lines.



What is the value of $x + y$?

Ⓐ 15
Ⓑ 30
Ⓒ 60
Ⓓ 180
Ⓔ 300

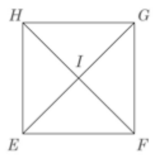
Content Domain: **Geometry**
Main Topic: **Lines and angles**
Cognitive Domain: **Solving Routine Problems**
Key: **C**

UniqueID **M012005**	Subject **M** Grade **8**	MSBlock **M01**	MSBlockSeq **05**

TIMSS 2003

In square $EFGH$, which of these is FALSE?

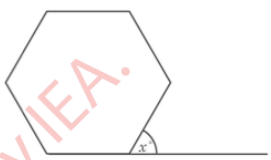
Ⓐ ΔEIF and ΔEIH are congruent.
Ⓑ ΔGHI and ΔGHF are congruent.
Ⓒ ΔEFH and ΔEGH are congruent.
Ⓓ ΔEIF and ΔGIH are congruent.



Content Domain: **Geometry**
Main Topic: **Congruence and similarity**
Cognitive Domain: **Using Concepts**
Key: **B**

UniqueID **M032693**	Subject **M** Grade **8**	MSBlock **M01**	MSBlockSeq **15**

TIMSS 2003



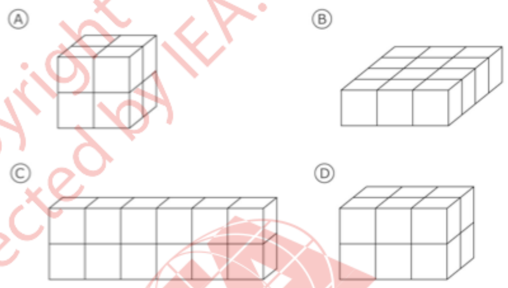
The figure above is a regular hexagon. What is the value of x?

Answer: ____________

Content Domain: **Geometry**
Main Topic: **Two- and three-dimensional shapes**
Cognitive Domain: **Solving Routine Problems**
Key: **See scoring guide**

UniqueID **M012013**	Subject **M**	Grade **8**	MSBlock **M02**	MSBlockSeq **01**

All the small blocks are the same size. Which stack of blocks has a different volume from the others?



TIMSS 2003

Content Domain
Measurement

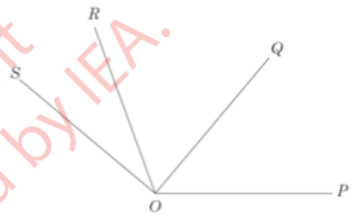
Main Topic
Tools, techniques, and formulas

Cognitive Domain
Using Concepts

Key
A

UniqueID **M022202**	Subject **M**	Grade **8**	MSBlock **M02**	MSBlockSeq **15**

In the figure, the measure of $\angle POR$ is 110°, the measure of $\angle QOS$ is 90°, and the measure of $\angle POS$ is 140°.



What is the measure of $\angle QOR$?

Answer: ____________

TIMSS 2003

Content Domain
Geometry

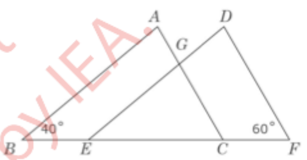
Main Topic
Lines and angles

Cognitive Domain
Reasoning

Key
See scoring guide

UniqueID **M012026**	Subject **M**	Grade **8**	MSBlock **M03**	MSBlockSeq **02**

In this figure, triangles ABC and DEF are congruent with $BC = EF$.



What is the measure of angle EGC?

Ⓐ 20°
Ⓑ 40°
Ⓒ 60°
Ⓓ 80°
Ⓔ 100°

TIMSS 2003

Content Domain
Geometry

Main Topic
Two- and three-dimensional shapes

Cognitive Domain
Solving Routine Problems

Key
D

UniqueID **M012030**	Subject **M**	Grade **8**	MSBlock **M03**	MSBlockSeq **06**

TIMSS 2003

A thin wire 20 centimeters long is formed into a rectangle. If the width of this rectangle is 4 centimeters, what is its length?

Ⓐ 5 centimeters
Ⓑ 6 centimeters
Ⓒ 12 centimeters
Ⓓ 16 centimeters

Content Domain: **Measurement**

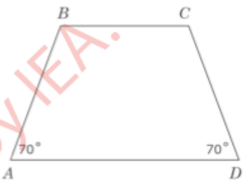
Main Topic: **Tools, techniques, and formulas**

Cognitive Domain: **Solving Routine Problems**

UniqueID **M012015**	Subject **M**	Grade **8**	MSBlock **M02**	MSBlockSeq **03**

TIMSS 2003

ABCD is a trapezoid.



Another trapezoid, *GHIJ* (not shown), is congruent (the same size and shape) to *ABCD*. Angles *G* and *J* each measure 70°. Which of these could be true?

Ⓐ $GH = AB$
Ⓑ Angle *H* is a right angle.
Ⓒ All sides of *GHIJ* are the same length.
Ⓓ The perimeter of *GHIJ* is 3 times the perimeter of *ABCD*.
Ⓔ The area of *GHIJ* is less than the area of *ABCD*.

Content Domain: **Geometry**

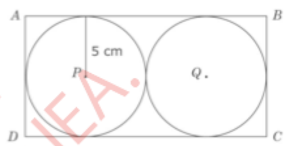
Main Topic: **Congruence and similarity**

Cognitive Domain: **Reasoning**

Key: **A**

UniqueID **M032678**	Subject **M**	Grade **8**	MSBlock **M09**	MSBlockSeq **09**

TIMSS 2003



In the figure above, *ABCD* is a rectangle, and circles *P* and *Q* each have a radius of 5 cm. What is the area of the rectangle?

Ⓐ 50 cm^2
Ⓑ 60 cm^2
Ⓒ 100 cm^2
Ⓓ 200 cm^2

Content Domain: **Measurement**

Main Topic: **Tools, techniques, and formulas**

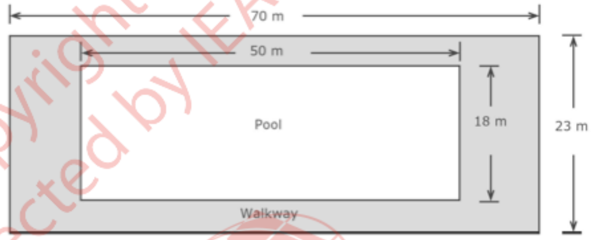
Cognitive Domain: **Using Concepts**

Key: **D**

UniqueID **M022021**	Subject **M**	Grade **8**	MSBlock **M04**	MSBlockSeq **07**

TIMSS 2003

A rectangular shaped swimming pool has a paved walkway around it as shown.



What is the area of the paved walkway?

Ⓐ 100 m^2
Ⓑ 161 m^2
Ⓒ 710 m^2
Ⓓ 1610 m^2

Content Domain: **Measurement**

Main Topic: **Tools, techniques, and formulas**

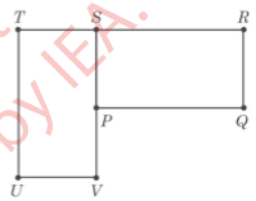
Cognitive Domain: **Knowing Facts and Procedures**

Key: **C**

UniqueID **M022154**	Subject **M**	Grade **8**	MSBlock **M03**	MSBlockSeq **14**

TIMSS 2003

Rectangle *PQRS* can be rotated (turned) onto rectangle *UVST*.



What point is the center of rotation?

Ⓐ *P*
Ⓑ *R*
Ⓒ *S*
Ⓓ *T*
Ⓔ *V*

Content Domain: **Geometry**

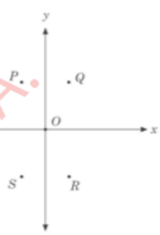
Main Topic: **Symmetry and transformations**

Cognitive Domain: **Reasoning**

Key: **C**

UniqueID **M032588**	Subject **M**	Grade **8**	MSBlock **M09**	MSBlockSeq **13**

TIMSS 2003



In the coordinate plane above, which point could have coordinates (2,–4)?

Ⓐ *P*
Ⓑ *Q*
Ⓒ *R*
Ⓓ *S*

Content Domain: **Geometry**

Main Topic: **Locations and spatial relationships**

Cognitive Domain: **Knowing Facts and Procedures**

Key: **C**

UniqueID **M022227A** | Subject **M** | Grade **8** | MSBlock **M04** | MSBlockSeq **11 A**

TIMSS 2003

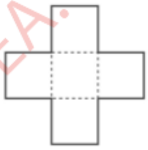
Content Domain
Measurement

Main Topic
Tools, techniques, and formulas

Cognitive Domain
Solving Routine Problems

Key
See scoring guide

The figure consists of 5 squares of equal area. The area of the whole figure is 245 cm^2.



A. Find the area of one square.

Answer: ______________ cm^2

B. Find the length of one side of one square.

Answer: ______________ cm

C. Find the perimeter of the whole figure in centimeters.

UniqueID **M022016** | Subject **M** | Grade **8** | MSBlock **M04** | MSBlockSeq **08**

TIMSS 2003

Content Domain
Geometry

Main Topic
Locations and spatial relationships

Cognitive Domain
Knowing Facts and Procedures

Key
D

A straight line passes through the points (2,3) and (4,7). Which of these points is also on the line?

Ⓐ (0,2)
Ⓑ (1,2)
Ⓒ (2,4)
Ⓓ (3,5)
Ⓔ (4,5)

M022016

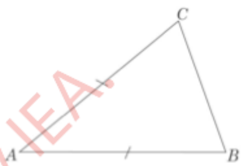
UniqueID **M032403** | Subject **M** | Grade **8** | MSBlock **M09** | MSBlockSeq **10**

TIMSS 2003

Content Domain
Geometry

Main Topic
Congruence and similarity

Cognitive Domain
Knowing Facts and Procedures



The triangle ABC has $AB = AC$.

Draw a line to divide triangle ABC into two congruent triangles.

M032403

UniqueID **M032489**	Subject **M**	Grade **8**	MSBlock **M09**	MSBlockSeq **12**

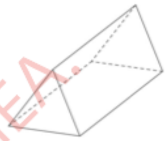
TIMSS 2003

Content Domain
Geometry

Main Topic
Locations and spatial relationships

Cognitive Domain
Using Concepts

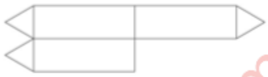
Key
D



Which of these could be folded to make a shape like the 3-D figure above?

Ⓐ 

Ⓑ 

Ⓒ 

Ⓓ 

UniqueID **M032647**	Subject **M**	Grade **8**	MSBlock **M10**	MSBlockSeq **10**

TIMSS 2003

Content Domain
Measurement

Main Topic
Tools, techniques, and formulas

Cognitive Domain
Reasoning

Oranges are packed in boxes. The average diameter of the oranges is 6 cm, and the boxes are 60 cm long, 36 cm wide, and 24 cm deep.

Which of these is the BEST approximation of the number of oranges that can be packed in a box?

Ⓐ 30
Ⓑ 240
Ⓒ 360
Ⓓ 1920

UniqueID **M032732**	Subject **M**	Grade **8**	MSBlock **M13**	MSBlockSeq **12**

TIMSS 2003

Content Domain
Measurement

Main Topic
Attributes and units

Cognitive Domain
Knowing Facts and Procedures

Which of these could be the measure of the area of a triangle?

Ⓐ 2 cm
Ⓑ 3 m
Ⓒ 5 cm^2
Ⓓ 8 m^3

UniqueID **M022142** | Subject **M** | Grade **8** | MSBlock **M03** | MSBlockSeq **09**

TIMSS 2003

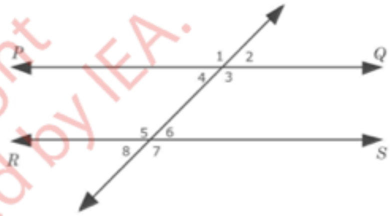
Content Domain: **Geometry**

Main Topic: **Lines and angles**

Cognitive Domain: **Knowing Facts and Procedures**

Key: **B**

In this figure, PQ and RS are parallel.



Of the following, which pair of angles has the sum of 180°?

(A) $\angle 5$ and $\angle 7$

(B) $\angle 3$ and $\angle 6$

(C) $\angle 1$ and $\angle 5$

(D) $\angle 1$ and $\angle 7$

(E) $\angle 2$ and $\angle 8$

UniqueID **M032743** | Subject **M** | Grade **8** | MSBlock **M13** | MSBlockSeq **04**

TIMSS 2003

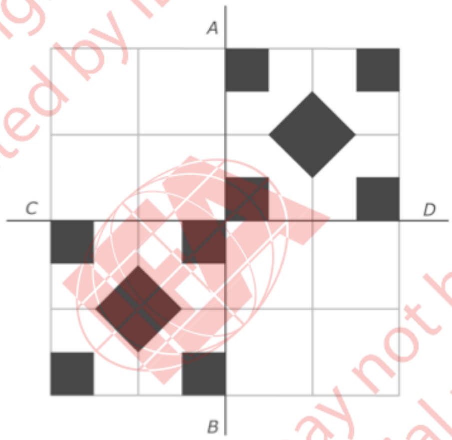
Content Domain: **Geometry**

Main Topic: **Symmetry and transformations**

Cognitive Domain: **Using Concepts**

Key: **See scoring guide**

There are several ways of arranging the tiles so that they form patterns. The grid below has been shaded to show how tiles can be placed on some of the squares. The pattern can be continued so that AB and CD are lines of symmetry.



Shade in all the remaining squares on the grid so that the resulting pattern is symmetrical about line AB, and also is symmetrical about line CD.

UniqueID **M032689**	Subject **M**	Grade **8**	MSBlock **M10**	MSBlockSeq **11**

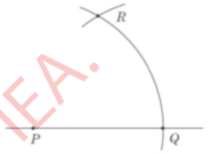
TIMSS 2003

Content Domain
Geometry

Main Topic
Two- and three-dimension shapes

Cognitive Domain
Using Concepts

Key
C



In the figure above, an arc of a circle with center P has been drawn to cut the line at Q. Then an arc with the same radius and center Q was drawn to cut the first arc at R. What would be the size of angle PRQ?

Ⓐ 30°
Ⓑ 45°
Ⓒ 60°
Ⓓ 75°

UniqueID **M032261**	Subject **M**	Grade **8**	MSBlock **M09**	MSBlockSeq **11**

TIMSS 2003

Content Domain
Geometry

Main Topic
Congruence and similarity

Cognitive Domain
Using Concepts

Key
D

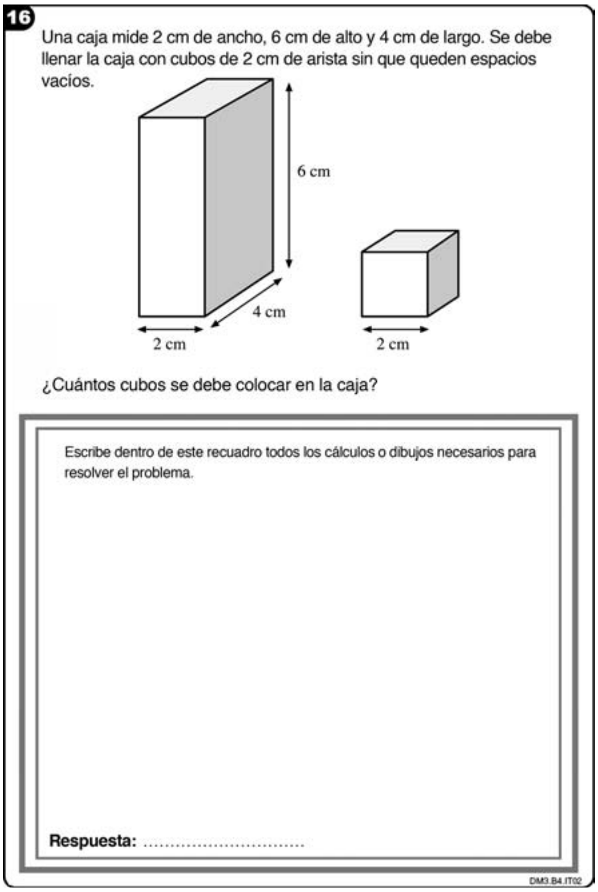
Which of the following triangles is similar to the triangle shown above?

9.3 TAREAS DE EVALUACIÓN SERCE

Cajas	
Grado	Sexto grado de básica o primaria
Acción o tarea a realizar	Resolver un problema que involucra el concepto de volumen
Respuesta correcta	6 cubos

Resultados SERCE	
Porcentaje de respuestas correctas	15,46%
Porcentaje de respuestas parcialmente correctas	1,03%
Porcentaje de respuestas incorrectas	66,18%
Porcentaje de omisiones	17,33%

PROBLEMA 1
CAJAS


16

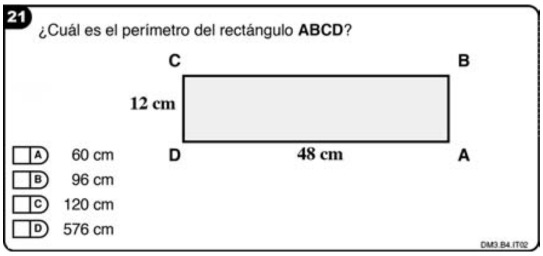
Una caja mide 2 cm de ancho, 6 cm de alto y 4 cm de largo. Se debe llenar la caja con cubos de 2 cm de arista sin que queden espacios vacíos.

¿Cuántos cubos se debe colocar en la caja?

Escribe dentro de este recuadro todos los cálculos o dibujos necesarios para resolver el problema.

Respuesta: ....

DM3.B4.IT02


21

¿Cuál es el perímetro del rectángulo **ABCD**?

- A 60 cm
- B 96 cm
- C 120 cm
- D 576 cm

DM3.B4.IT02

Los alumnos evaluados podrían sumar los lados mayor y menor, que son datos, y luego multiplicar por 2 (Procedimiento A), o multiplicar cada uno por 2 y luego sumar (Procedimiento B); o sumar los cuatro lados (Procedimiento C) y obtener 120 cm.

Las demás alternativas son posibles de obtener al sumar los datos y no multiplicar por 2 (60 cm) lo que podría implicar el desconocimiento de la noción de perímetro; sumar sólo las medidas de los lados más largos (96 cm); o multiplicar ambas medidas por confusión con el área (576 cm).

Averiguar el perímetro de esta figura	
Grado	Sexto grado de básica o primaria
Acción o tarea a realizar	Resolver un problema que requiere el concepto de perímetro
Respuesta correcta	C : 120 cm

Resultados SERCE	
Porcentaje de respuestas correctas	39,79%
Porcentaje de respuestas de los distractores	A : 37,10 % B : 8,42% D : 12,41 %
Porcentaje de respuestas omitidas o inválidas	2,28 %

PROBLEMA 2
PATIO

16 El piso de una habitación que tiene forma rectangular mide 2,4 m de largo y 1,6 m de ancho. Si para cubrir el piso se utilizan baldosas de forma cuadrada de 20 cm por lado, ¿cuántas beldosas se necesitan para cubrir todo el piso?

Escribe dentro de este recuadro todos los cálculos necesarios para resolver el problema.

Respuesta: ....

DM3.B4.IT02

Patio

Grado	Sexto de básica o primaria
Acción o tarea a realizar	Resolver un problema que involucra el concepto de área
Respuesta correcta	96 baldosas

Resultados SERCE

Porcentaje de respuestas correctas	1,97%
Porcentaje de respuestas parcialmente correctas	10,32%
Porcentaje de respuestas incorrectas	67,66%
Porcentaje de omisiones	20,04%

Círculo y rectángulo

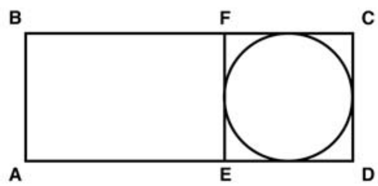
Grado	Sexto grado de básica o primaria
Acción o tarea a realizar	Resolver un problema geométrico que requiere usar propiedades del rectángulo y del círculo.
Respuesta correcta	C : 6 cm

Resultados SERCE

Porcentaje de respuestas correctas	39,26 %
Porcentaje de respuestas de los distractores	A : 12,73 % B : 16,64% D : 26,70 %
Porcentaje de respuestas omitidas o inválidas	4,68 %

PROBLEMA 2
CÍRCULO Y RECTÁNGULO

14 En el rectángulo **ABCD**, **AD** mide 10 cm y el radio del círculo es de 2 cm.



¿Cuánto mide el segmento **AE**?

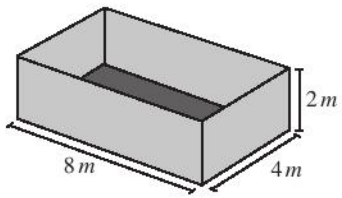
- A 4 cm
- B 5 cm
- C 6 cm
- D 8 cm

DM3.B4.IT02

Este ítem pone en juego las relaciones entre el radio del círculo, su diámetro y la longitud de los lados de dos rectángulos.

9.4 TAREAS DE EVALUACIÓN SIMCE

Pregunta 1



En una empresa necesitan embalar cajas cúbicas, cuyas aristas miden 1 m, en unos contenedores como el que se muestra en la figura.
¿Cuál es la cantidad máxima de cajas que se puede guardar en el contenedor?

A. 24
B. 64
C. 28
D. 32

Pregunta 2

¿Cuál es el área de una región rectangular si su largo es 60 cm y su ancho un tercio de la medida anterior?

A $3600\ cm^2$

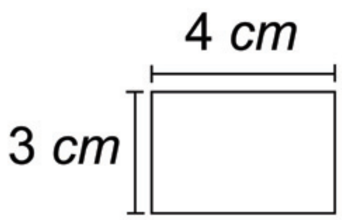
B $1200\ cm^2$

C $180\ cm^2$

D $80\ cm^2$

Pregunta 3

Un rectángulo mide 4 *cm* de largo y 3 *cm* de ancho, como se muestra en la figura.



Si se duplican las medidas del largo y del ancho de este rectángulo, se obtiene un nuevo rectángulo. ¿Cuál es la diferencia entre las áreas de ambos rectángulos?

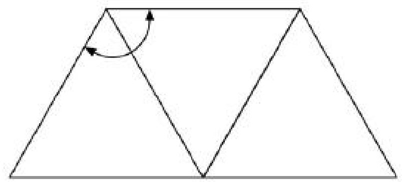
A
36 cm^2

B
14 cm^2

C
7 cm^2

D
12 cm^2

Pregunta 4

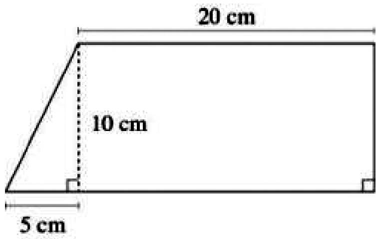


Observa la figura que está formada por tres triángulos equiláteros.
¿Cuánto mide el ángulo marcado?

A. 60º
B. 90º
C. 180º
D. 120º

Pregunta 5

¿Cuánto mide el área del siguiente trapecio?



A
200 cm^2

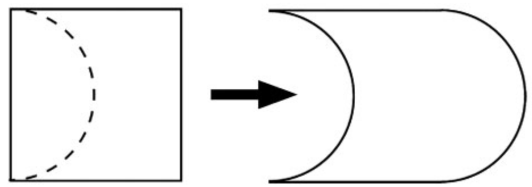
B
125 cm^2

C
225 cm^2

D
250 cm^2

Pregunta 6

En un cuadrado de lado 2 cm, se recortó un semicírculo que es agregado en el lado opuesto del cuadrado, como se muestra en la siguiente figura.



¿Cuánto mide el perímetro de la figura que se obtuvo?

A
$(6 + 2\pi)$ cm

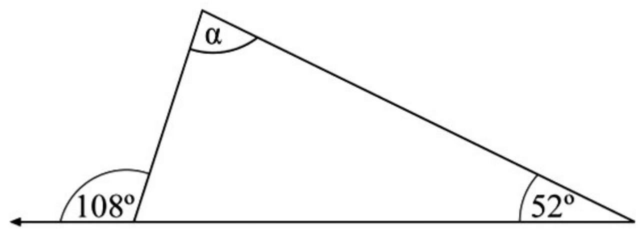
B
$(4 + 2\pi)$ cm

C
$(6 + 4\pi)$ cm

D
$(4 + 4\pi)$ cm

Pregunta 7

Observa el siguiente triángulo.



¿Cuál es la medida del ángulo α?

A. 72º

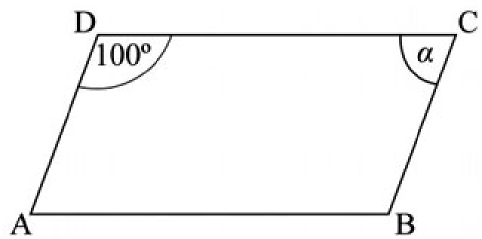
B. 52º

C. 64º

D. 56º

Pregunta 8

En la figura siguiente, ABCD es un paralelogramo.



¿Cuánto mide el ángulo α?

A. 80º

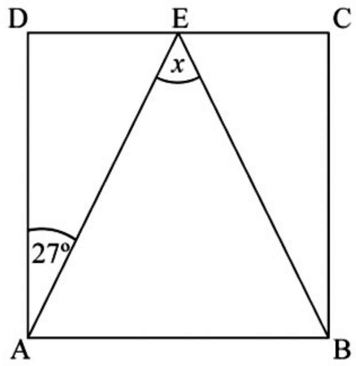
B. 60º

C. 100º

D. 30º

Pregunta 9

En la siguiente figura, ABCD es un cuadrado y E es punto medio del segmento CD.

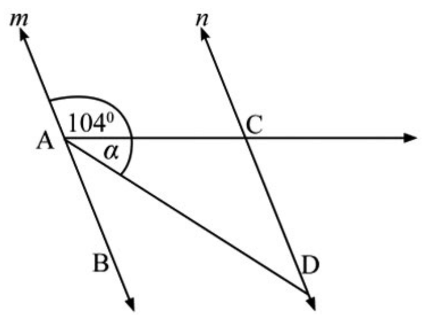


¿Cuál es la medida del ángulo x?

A. 60º
B. 54º
C. 63º
D. 27º

Pregunta 10

En la siguiente figura, las rectas m y n son paralelas y el segmento AD es bisectriz del ángulo BAC.

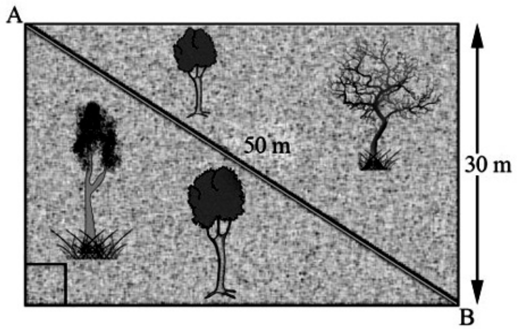


¿Cuál es la medida del ángulo α?

A. 104º
B. 38º
C. 76º
D. 72º

Pregunta 11

Para ir a su trabajo una persona debe cruzar un parque rectangular desde el punto A hasta el B, tal como se muestra en la figura.



Un día se clausuró el parque y tuvo que caminar rodeando el parque por su costado.

¿Cuántos metros **más** caminó?

A. 20 m

B. 90 m

C. 120 m

D. 70 m

Pregunta 12

La insignia de un colegio está confeccionada en base a un rectángulo. A sus puntas se le ha quitado **un cuarto** de circunferencia, tal como se muestra en el dibujo.

Para el próximo año se ha decidido colocar un hilo dorado por todo el contorno de la insignia. Para este cambio, ¿cuántos cm de hilo dorado se necesitan por insignia?

A
$10 + 2\pi$

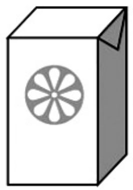
B
$12 + 2\pi$

C
$10 + 4\pi$

D
$12 + 4\pi$

Pregunta 13

El envase de la figura, cuando está completamente lleno, contiene 200 cm^3 de jugo de frutas.



Otro envase con el doble de ancho, largo y alto que el de la figura, ¿cuánto jugo de frutas puede contener como máximo?

A
1.200 cm^3

B
1.600 cm^3

C
400 cm^3

D
800 cm^3

10 ANEXO B – SIMCE: RESULTADOS PARA DOCENTES Y DIRECTIVOS, 2009 – 8VO AÑO BASICO

GOBIERNO DE CHILE
MINISTERIO DE EDUCACIÓN

Resultados para
Docentes y Directivos

SIMCE

8°
Educación Básica
2009

SIMCE
8º Básico 2009

Síntesis de Resultados

A continuación se presentan dos Fichas Resumen, con el objetivo de proporcionar una síntesis de los resultados que se describen a lo largo del informe. Estas fichas pueden ser fotocopiadas para ser revisadas por los docentes y el equipo directivo.

En la primera ficha se presenta un resumen de los puntajes promedio nacionales y el porcentaje nacional de estudiantes según Niveles de Logro en las pruebas SIMCE 8º Básico 2009. La segunda ficha incluye el puntaje promedio obtenido por el establecimiento en cada una de las pruebas, algunas comparaciones y el porcentaje de estudiantes según Niveles de Logro para Lectura y Educación Matemática.

Resultados Nacionales

Antecedentes generales

Estudiantes evaluados: 239.745, que corresponden a 92% de la matrícula en 8º Básico.
Establecimientos evaluados: 5.814, que corresponden a 98% de la matrícula en 8º Básico.

Puntajes promedio

→ En todas las pruebas referidas a los distintos subsectores de aprendizaje, se observa estabilidad al comparar los puntajes promedio nacionales SIMCE 2009 con los del 2007.

Para conocer en mayor detalle los resultados nacionales de las pruebas SIMCE 2009, consulte el informe "Resultados Nacionales SIMCE 2009", disponible en www.simce.cl.

Tabla 1 Puntajes promedio nacionales 8º Básico 2009, 2007 y variaciones 2009-2007.

Prueba	Puntaje Promedio 2009	Puntaje Promedio 2007	Variación 2009-2007
Lectura	252	253	• -1
Educación Matemática	260	256	• 4
Estudio y Comprensión de la Naturaleza	259	258	• 1
Estudio y Comprensión de la Sociedad	251	250	• 1

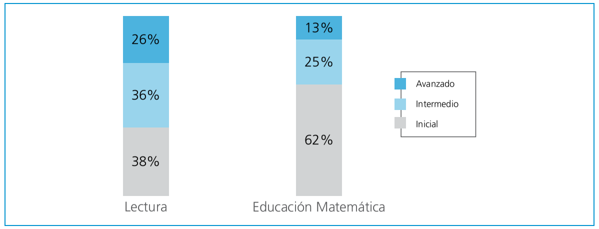
• : Indica que no hubo variación significativa del puntaje promedio, en relación con la evaluación anterior.[2]

Niveles de Logro

→ En Lectura, 26% de los estudiantes del país alcanza los aprendizajes descritos en el Nivel Avanzado, mientras que 36% demuestra los aprendizajes descritos en el Nivel Intermedio.

→ En Educación Matemática, 13% de los estudiantes del país alcanza los aprendizajes descritos en el Nivel Avanzado, mientras que 25% demuestra los del Nivel Intermedio.

Gráfico 1 Porcentaje nacional de estudiantes según Niveles de Logro en Lectura y Educación Matemática 8º Básico 2009.



2 Una diferencia es estadísticamente significativa cuando la probabilidad de que esta sea producto del azar es muy baja. Para mayor detalle, ver documento "Cálculo de significancia estadística", disponible en www.simce.cl.

Resultados del Establecimiento

Puntajes promedio

→ Es importante que, al revisar los puntajes promedio obtenidos en las pruebas, se tengan presentes las variaciones que han experimentado los puntajes en relación con los resultados obtenidos por el establecimiento el año 2007, y las diferencias que se observan en relación con los establecimientos del mismo Grupo Socioeconómico.

Tabla 2 Puntajes promedio del establecimiento 8º Básico 2009, comparación con puntajes promedio 2007 y con puntajes promedio de establecimientos del mismo GSE.

Prueba	Puntaje Promedio 2009	Comparación 2009-2007	Comparación con establecimientos del mismo GSE
Lectura	306	↑ 20	↑ 54
Educación Matemática	280	↑ 21	↑ 21
Estudio y Comprensión de la Naturaleza	312	↑ 34	↑ 53
Estudio y Comprensión de la Sociedad	287	↑ 14	↑ 36

↑ : Indica que el puntaje promedio del establecimiento es significativamente más alto en relación con la evaluación anterior o con establecimientos del mismo GSE.
↓ : Indica que el puntaje promedio del establecimiento es significativamente más bajo en relación con la evaluación anterior o con establecimientos del mismo GSE.
• : Indica que el puntaje promedio del establecimiento es similar al de la evaluación anterior o al de establecimientos del mismo GSE.

Niveles de Logro

→ Este año, SIMCE entrega por primera vez resultados según Niveles de Logro para las pruebas de Lectura y Educación Matemática en 8º Básico, por lo que es muy importante analizar esta información y utilizarla para retroalimentar las prácticas pedagógicas.

Tabla 3 Porcentaje de estudiantes del establecimiento según Niveles de Logro en Lectura y Educación Matemática 8º Básico 2009.

Nivel de Logro	Lectura	Educación Matemática
Nivel Avanzado	71%	7%
Nivel Intermedio	26%	50%
Nivel Inicial	3%	43%

Los siguientes símbolos pueden aparecer en los resultados SIMCE 2009 obtenidos por el establecimiento.

- : No es posible reportar resultados porque el número de estudiantes con puntaje en el establecimiento es insuficiente.
* : Por causas ajenas al Ministerio de Educación, los resultados no son representativos del establecimiento.
/ : Por causas ajenas al Ministerio de Educación, no es posible reportar resultados del establecimiento.
** : Por causas ajenas al establecimiento, no es posible reportar sus resultados.

Educación Matemática

• Habilidades y conocimientos evaluados

A través de la prueba, se evaluaron los siguientes ejes temáticos:

a. Números. En este eje se evaluó el conocimiento conceptual acerca de los números enteros, decimales positivos, fracciones positivas y sus operaciones, los conocimientos conceptuales de la proporcionalidad y los porcentajes. Además, se evaluó la aplicación de estos conceptos para establecer equivalencias entre fracciones y su representación como número decimal positivo, y para calcular proporciones y porcentajes en diversos contextos. Conjuntamente, se evaluó la capacidad de los estudiantes para resolver problemas numéricos en los que debían idear una estrategia de resolución.

b. Geometría. En este eje se evaluó el conocimiento conceptual acerca del perímetro, área y volumen de figuras y cuerpos geométricos, de los ángulos interiores de triángulos y cuadriláteros, y de los ángulos formados entre rectas paralelas cortadas por una transversal y sus propiedades. Además, se evaluó la aplicación de estos conceptos para calcular área y perímetro de figuras; volumen de cuerpos geométricos, y para anticipar los efectos que se producen al variar la medida de elementos geométricos (lados, ángulos, radio, etc.). Finalmente, se evaluó la capacidad de los estudiantes para resolver problemas geométricos en los que debían aplicar una estrategia conocida, y problemas geométricos en los que debían idear una estrategia de resolución.

c. Álgebra. En este eje se evaluó el conocimiento conceptual acerca de las expresiones algebraicas no fraccionarias simples, además de la aplicación de estos conceptos para representar diversas situaciones, relaciones y regularidades. Finalmente, se evaluó la capacidad de los estudiantes para resolver ecuaciones de primer grado con una incógnita.

d. Datos y azar. En este eje se evaluó el conocimiento conceptual acerca de tablas y gráficos (por ejemplo, gráfico de líneas, circulares o barras comparadas) y de las medidas de tendencia central de una colección de datos. Además, se evaluó la aplicación de estos conceptos para organizar y elaborar nueva información presentada en diversos contextos. Por último, se evaluó la capacidad de los estudiantes para resolver problemas en los cuales debían elaborar información a partir de datos entregados en tablas o gráficos, y problemas que involucran el uso de medidas de tendencia central.

Junto con lo anterior, en la prueba SIMCE 8º Básico 2009 se incluyeron preguntas referidas a distintos tipos de contextos: personales, sociales, científicos y matemáticos.

• Resultados del establecimiento

A continuación, se presentan los resultados obtenidos por los estudiantes del establecimiento en Educación Matemática. En la tabla 11 se presenta el puntaje promedio y la variación en relación con la evaluación anterior. Posteriormente, se da a conocer el porcentaje de estudiantes según Niveles de Logro.

Tabla 11 Puntaje promedio del establecimiento en Educación Matemática 8º Básico 2009 y comparación con el puntaje 2007.

Prueba	Puntaje Promedio 2009	Comparación 2009-2007
Educación Matemática	280	↑ 21

↑ : Indica que el puntaje promedio del establecimiento es significativamente más alto en relación con la evaluación anterior o con establecimientos del mismo GSE.
↓ : Indica que el puntaje promedio del establecimiento es significativamente más bajo en relación con la evaluación anterior o con establecimientos del mismo GSE.
• : Indica que el puntaje promedio del establecimiento es similar al de la evaluación anterior o al de establecimientos del mismo GSE.

Es importante que, al revisar los resultados en Educación Matemática, se tenga en cuenta el puntaje promedio del establecimiento en conjunto con los resultados según Niveles de Logro, ya que estos últimos permiten conocer la diversidad de aprendizajes demostrados por los estudiantes.

Niveles de Logro de Educación Matemática

Descripción y porcentaje de estudiantes en cada categoría de Nivel de Logro

7% de los estudiantes demuestra los aprendizajes del **NIVEL AVANZADO**.

Los alumnos y alumnas que alcanzan este nivel relacionan sus conocimientos de los números enteros, decimales y fracciones, y resuelven problemas rutinarios[1] que involucran el uso de estos números. También resuelven problemas rutinarios de proporcionalidad directa que involucran porcentajes, establecen relaciones sencillas entre el lenguaje algebraico y situaciones cotidianas, y resuelven ecuaciones de primer grado con una incógnita. Además, establecen relaciones entre conocimientos de la geometría plana, usándolas para resolver problemas relativos al cálculo de medida de ángulos, áreas y perímetros, y calculan volúmenes de cuerpos geométricos. Asimismo, analizan información presentada en variados formatos[2] y resuelven problemas no rutinarios[3] que involucran medidas de tendencia central.

Los estudiantes que alcanzan este nivel son capaces, entre otras cosas, de:

- Transformar fracciones a decimales.
- Resolver problemas rutinarios en los que se requiere realizar adiciones y sustracciones con números enteros.
- Resolver problemas rutinarios de proporcionalidad que involucran el uso de porcentajes.
- Identificar lo que representa la incógnita dentro de una ecuación que modela una situación sencilla.
- Resolver ecuaciones de primer grado con una incógnita, en las cuales los coeficientes y las soluciones son números naturales.
- Resolver problemas rutinarios en los que se requiere calcular medidas de ángulos en cuadriláteros, usando propiedades geométricas.
- Resolver problemas no rutinarios que involucran usar el área y el perímetro de un rectángulo.
- Fundamentar una afirmación utilizando los datos presentados en un gráfico de barras múltiples.
- Resolver problemas no rutinarios en los que se aplica el concepto de media aritmética.

50% de los estudiantes demuestra los aprendizajes del **NIVEL INTERMEDIO**.

Los alumnos y alumnas que alcanzan este nivel poseen conocimientos básicos de los números enteros, decimales y fracciones, y resuelven problemas rutinarios[1] que requieren cálculos con números decimales. También resuelven problemas rutinarios de proporcionalidad directa. Además, demuestran tener conocimientos de la geometría plana, los que aplican para calcular medidas de ángulos, áreas y perímetros. Asimismo, elaboran información a partir de datos presentados en variados formatos[2] y calculan medidas de tendencia central.

Los estudiantes que alcanzan este nivel son capaces, entre otras cosas, de:

- Interpretar el significado de un número entero de acuerdo al contexto en el que se encuentra.
- Comparar y ordenar números decimales que tienen la misma cantidad de cifras decimales.
- Resolver problemas rutinarios en los que se requiere sumar y multiplicar números decimales.
- Resolver problemas rutinarios de proporcionalidad directa en los que se requiere realizar cálculos con números naturales.
- Calcular la medida de un ángulo de un triángulo aplicando el teorema de la suma de ángulos interiores.
- Calcular áreas de rectángulos, dadas las medidas de sus lados.
- Leer y comparar información presentada en gráficos de barras múltiples.
- Calcular la media aritmética de un conjunto de datos.

43% de los estudiantes se encuentra en el **NIVEL INICIAL**.

Estos alumnos y alumnas aún no han consolidado los aprendizajes del Nivel Intermedio, ya que en ocasiones demuestran logros en algunos de los aprendizajes descritos en ese nivel, pero con una menor frecuencia y de manera poco consistente.

1 Los problemas rutinarios son aquellos en los cuales la estrategia de resolución es conocida por el estudiante, lo que le permite resolverlos en forma inmediata.

2 Estos formatos son tablas, gráficos de barras múltiples, gráficos circulares y gráficos de línea.

3 Los problemas no rutinarios son aquellos en los cuales la estrategia de resolución no es conocida por el estudiante, lo que implica que éste debe idearla.

11 ANEXO C – PROGRAMA DE ESTUDIO – UNIDAD 1 & 5

Unidad 1

Polígonos, circunferencias, áreas y perímetros

TIEMPO ESTIMADO: 6-8 SEMANAS

Contenidos

- Construcción de polígonos por combinación de otros. (Composición y descomposición). Interpretación y uso de fórmulas para el cálculo de perímetro y área de polígonos.
- Investigación sobre la suma de los ángulos interiores de polígonos y el número de lados de éstos. Resolución de problemas.
- Investigación de las relaciones entre los ángulos que se forman al intersectar dos rectas por una tercera.
- Análisis de los elementos de una circunferencia (radio, diámetro) en la reproducción y creación de circunferencias con regla y compás.
- Experimentación de diversos procedimientos (gráficos y concretos) para medir el perímetro y el área de circunferencias.
- Significado geométrico y numérico del número π
- Interpretación y uso de fórmulas para el cálculo de perímetro y área de circunferencia.
- Uso de aproximaciones convenientes para números decimales infinitos.
- Uso de ecuaciones para resolver problemas e interpretar fórmulas.

Aprendizajes esperados

Los alumnos y alumnas:

1. Caracterizan los polígonos regulares en función de sus elementos, de la relación entre estos elementos y entre polígonos.
2. En situaciones problema utilizan las relaciones entre los ángulos obtenidos entre dos rectas que se intersectan y entre rectas paralelas cortadas por una transversal.
3. Caracterizan el número π desde el punto de vista geométrico y numérico.
4. Utilizan de manera pertinente fórmulas para calcular el perímetro y el área de figuras compuestas por circunferencias y polígonos.
5. En problemas geométricos fundamentan sus respuestas basándose en las relaciones entre los ángulos o entre las figuras y explican sus procedimientos utilizando las ecuaciones u otros métodos de resolución.

Orientaciones didácticas

En esta unidad se reúnen aspectos de la geometría referidos a polígonos, ángulos entre rectas paralelas cortadas por una transversal, circunferencias; medición y cálculo de perímetros y áreas de estas figuras y combinaciones de ellas.

Es a partir de las relaciones entre ángulos que se forman entre rectas paralelas que se vuelve a mirar las características de figuras poligonales. Es decir, no se propone una mirada aislada de contextos de dichas relaciones sino que se ponen al servicio de un mayor conocimiento y comprensión de características fundamentales de diversos tipos de polígonos.

Por otra parte, se proponen situaciones problema en las cuales se hace necesario el uso de ecuaciones para formular y fundamentar tanto un procedimiento de resolución como las soluciones encontradas. Como en programas anteriores, se pone un marcado énfasis en la fundamentación y en el desarrollo de razonamientos sistemáticos y ordenados frente a situaciones diversas.

Con respecto a las circunferencias, que fueron observadas, manipuladas, combinadas, dibujadas, etc. ya en el primer ciclo, en este nivel se estudian en particular sobre la base de los conocimientos ya adquiridos sobre polígonos regulares. De este modo se propone a los alumnos y alumnas un procedimiento que eventualmente lleve a la construcción de un polígono regular con infinito número de lados, lo que resultaría en la construcción de una circunferencia.

Por otra parte, a partir de las relaciones entre diámetro y perímetro de una circunferencia se visualiza el número pi (π). Es decir, se puede visualizar este número irracional particular a partir de experiencias geométricas y numéricas. Y, en este contexto, se abordan los números decimales infinitos, llamados, también, números irracionales.

A partir de las eventuales dificultades prácticas para medir el perímetro y el área de circunferencias se trabaja el cálculo de ellas incorporando el uso de fórmulas. Por otra parte, dada la experiencia de niveles anteriores respecto del cálculo de perímetro y áreas de polígonos, en este nivel se proponen problemas que implican estos cálculos en cualquier tipo de figura, resultantes de combinaciones de otras conocidas.

Como en niveles anteriores, se vuelve sobre la observación y análisis del efecto que produce sobre el perímetro y/o el área de figuras la variación sistemática de alguno o algunos de sus elementos. En este nivel, a la observación y análisis se agregan nociones y herramientas tales como la relación entre ángulos formados por rectas paralelas cortadas por una transversal.

Como ya se ha dicho, siguiendo con el enfoque desarrollado durante el transcurso de la enseñanza básica, se presta especial atención al desarrollo de argumentos, procesos sistemáticos de observación, análisis y resolución de situaciones, a la fundamentación, obtención y justificación de conclusiones.

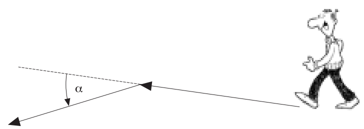
Actividades

Actividad 1

Analizan situaciones que involucran ángulos y, a partir de figuras que se forman entre rectas, investigan y modifican estas rectas para observar el efecto sobre los ángulos de las figuras. Establecen conclusiones sobre los ángulos que se forman entre rectas paralelas cortadas por una transversal y entre rectas que se intersectan.

Ejemplos

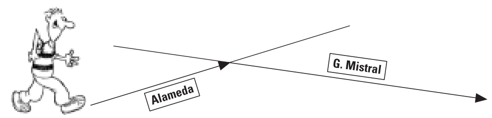
1. Realizan las siguientes actividades bajo el supuesto que el cambio de dirección en una trayectoria se puede asociar a un giro en un cierto ángulo, como puede apreciarse en el siguiente dibujo.



$\measuredangle\ \alpha$ indica el ángulo de giro

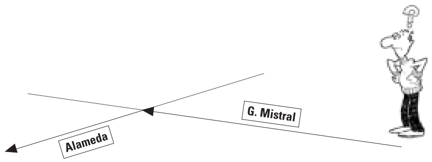
a) Simulan trayectorias realizando giros en distintos ángulos (45°, 90°, 180°, 360°). Identifican "la calle" en donde se inicia el trayecto y el ángulo de giro necesario para llegar a "la calle" de destino.

b) Una persona camina por la calle Alameda y luego gira a la calle G. Mistral, como se muestra en el siguiente dibujo:



- ¿Cuál es el ángulo de giro que permite realizar esa trayectoria? Marcan con lápiz de color el ángulo y lo miden con transportador.

- El ángulo que permite realizar la trayectoria mide 40˚. ¿De qué medida es el ángulo de giro que permite realizar el trayecto de vuelta, es decir, desde la calle G. Mistral hacia la calle Alameda, en dirección contraria a la flecha? (sin utilizar transportador).



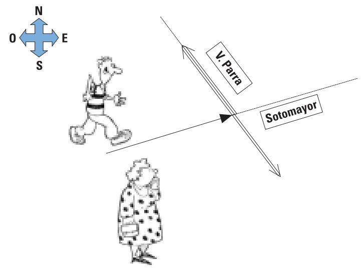
- Responden preguntas como las siguientes:

  Si consideras la ubicación de estos dos ángulos, ¿qué relación tienen?

  ¿Qué relación tienen las dos medidas de los ángulos anteriores?, ¿por qué?, ¿esta relación se mantiene si se varía la medida del ángulo? Por ejemplo, si el ángulo de giro desde Alameda hacia G. Mistral mide 50˚ ó 45˚ ó 60˚.

  Establecen conclusiones generales en relación con las medidas de los ángulos opuestos por el vértice.

c) Las calles V. Parra y Sotomayor se interceptan como muestra el siguiente dibujo. El Sr. Rojas y la Sra. Domínguez caminan por la calle Sotomayor. Él dobla a la calle V. Parra, en dirección al noroeste. En cambio, la señora Domínguez dobla por la misma calle hacia el sudeste.



La primera parte de la actividad pretende introducir los ángulos que se generan al interceptar dos rectas: suplementarios adyacentes y ángulos opuestos por el vértice. Sólo después que los estudiantes determinen las relaciones entre estos ángulos, se sugiere que el docente señale sus nombres. Realizan lo mismo con los ángulos que se generan al interceptar dos rectas paralelas entre sí con una tercera recta: ángulos correspondientes, alternos externos e internos. En ambos casos el énfasis está dado por las relaciones de posición y de medida que se establecen entre ellos, más que en los nombres.

Es importante que los estudiantes verifiquen que las conclusiones que se establecen en relación con las medidas de los ángulos que se forman entre un par de rectas paralelas cortadas por una transversal no se cumplen cuando las rectas **no son paralelas.**

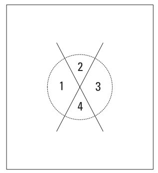
2. Observan las figuras que se forman entre las rectas dadas, presentadas en la hoja A y B. Responden las preguntas que se presentan a continuación y anticipan los efectos de mover las rectas.

a) Miden los ángulos de las figuras formadas en cada hoja, destacan con color los ángulos congruentes.

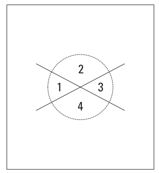
   Tanto en las figuras de la hoja A como B ¿cuánto suman los 2 ángulos que están sobre la misma recta, por ejemplo ∡ 1 y ∡ 2? (buscar las diferentes parejas de ángulos que están sobre una recta).

- Si se movieran las rectas, ¿qué pasaría con los ángulos que antes eran congruentes?, ¿qué pasaría con los ángulos que antes sumaban 180˚?
- Hacen un dibujo en el cual se intersecten 2 rectas cualesquiera y comprueban si sucede lo mismo que en los casos presentados.

  Explican por qué la relación entre los ángulos se mantiene, aunque las rectas se muevan y, por lo tanto, las medidas cambien.



Hoja A

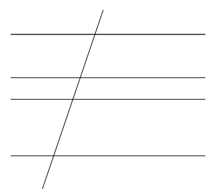


Hoja B

COMENTARIO

En esta primera parte se busca focalizar sobre los ángulos opuestos por el vértice y los adyacentes. El interés es que los estudiantes establezcan las relaciones de medidas entre ellos: es decir, que no importando las medidas, los primeros siempre van a ser congruentes y los otros siempre sumarán 180°. Este es un momento adecuado para mencionar a sus alumnos y alumnas el nombre que reciben estos ángulos, con el objetivo de facilitar la comunicación y evitar ambigüedades.

b) Describen el siguiente dibujo, considerando las rectas y los ángulos que se forman. Miden lo que sea necesario (longitud de segmentos o medida de ángulos) de manera de responder fundadamente.



- Marcan de color los ángulos congruentes y tratan de explicar la relación entre ellos. Para la explicación recurren al desplazamiento de las figuras y a la medida de los ángulos.

COMENTARIO

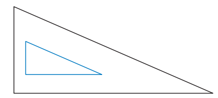
Las conclusiones que se obtienen respecto a la relación entre los ángulos, a través de las mediciones realizadas, también se pueden verificar por medio de desplazamiento de rectas y rotaciones de ángulos. Es importante destacar que cuando el razonamiento permite establecer claramente la relación entre ángulos no es necesario medir.

Una vez realizadas estas constataciones se sugiere presentar el teorema acerca de las paralelas.

- Predicen lo que puede suceder si mueven las figuras realizadas anteriormente. El movimiento puede ser de dos tipos: en el primer caso, mueven en bloque las paralelas, pero no así la recta transversal.

  En el segundo caso sólo modifican una de las rectas paralelas y predicen qué sucederá con las figuras y sus ángulos. Comprueban las predicciones simulando el movimiento deseado, ya sea en la computadora o usando varillas articuladas.

- ¿Qué pasaría si el procedimiento utilizado fuese sólo trazando las paralelas a cada lado sin importar la distancia a la cual quedan del lado original?
- ¿El triángulo interior tendría los ángulos interiores de la misma medida? Ver dibujo.



Se sugiere confirmar estas respuestas a través de construcciones y centrar el análisis sobre los segmentos paralelos y su relación con la congruencia de ángulos.

- Dibujan un segundo triángulo por fuera del triángulo inicial y establecen una forma general de dibujar una figura más pequeña o más grande cuyos ángulos sean congruentes.

COMENTARIO

En este punto se sugiere presentar en forma más explícita las relaciones de congruencia y de suplementariedad entre los ángulos que se generan entre las rectas paralelas cortadas por una transversal.

b) Toman el mismo triángulo anterior y se les propone dibujar con lápiz y regla o bien con la computadora una hoja en la cual sólo aparezcan triángulos congruentes a éste de manera que los triángulos compartan un lado y/o un vértice y así no exista espacio entre cada figura.

   Cada alumna o alumno debe decidir cómo los dibujará y los pasos a seguir.

COMENTARIO

El programa computacional Cabri geométrico permite realizar este tipo de actividades. También con el programa Word, usando la barra de herramientas de dibujo, se pueden dibujar una infinidad de formas, ya sea partiendo de segmentos que al intersectarlos formen polígonos (figura 1) o a partir de las "autoformas" (figura 2), las cuales al girarlas convenientemente pueden tapizar el plano. Poner atención en que en este punto el centro de la actividad son las paralelas: por lo tanto, es importante destacarlas con color en ambos casos de construcción.

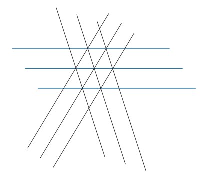


Figura 1

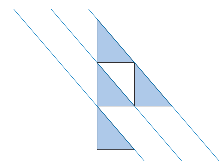


Figura 2

- Comparten algunos procedimientos usados en el dibujo. Miden los ángulos interiores del triángulo e identifican con color dónde se ubican los congruentes a ellos.
- Observan las rectas paralelas que se forman. Al medir los ángulos y observar las rectas paralelas confirman que se cumplen las relaciones angulares en los ángulos que se generan entre las rectas paralelas cortadas por una transversal. Establecen como un procedimiento útil y fácil para lograr la repetición de los triángulos el trazado de las rectas paralelas a partir de los puntos de intersección de los vértices.
- Al observar las medidas de los ángulos, establecen que siempre en las intersecciones de rectas hay sólo dos medidas que se repiten. Llaman a estos ángulos: opuestos por el vértice.

  Además observan que la suma de los ángulos que se ubican sobre una misma recta es 180° y los llaman ángulos adyacentes suplementarios.

COMENTARIO

Una vez caracterizados los ángulos opuestos por el vértice y los adyacentes suplementarios, se sugiere que los estudiantes los observen en otros rompecabezas o en cualquier dibujo con intersección de segmentos y confirmen la relación entre la medida de estos ángulos (congruentes o suplementarios, según corresponda).

Actividad 2

Resuelven variados problemas relacionados con ángulos en figuras formadas entre rectas de manera de:

- **explicar y justificar cómo se conoce el valor de determinados ángulos basándose en las relaciones entre las rectas;**
- **establecer relaciones entre los ángulos interiores de paralelogramos y trapecios.**

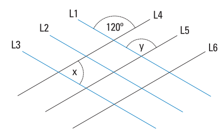
Ejemplos

1. Resuelven la situación planteada en cada caso. Algunas alumnas o alumnos presentan sus soluciones al curso. Las analizan y discuten.

a) Encuentran el valor de los ángulos pedidos. Explican en cuáles relaciones entre los ángulos basan su razonamiento para justificar su respuesta.

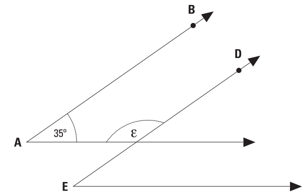
- ¿Cuál es la medida de los ángulos *x* e *y*? Fundamentan.

  Datos: L1//L2//L3 y L4//L5//L6



- ¿Cuánto mide el ∢ ε ? Fundamentan. ¿Cuáles otras medidas de ángulos puedes encontrar con la información dada?

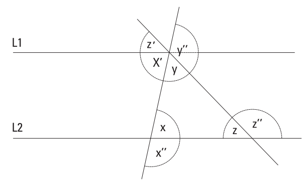
  Datos: AB // ED



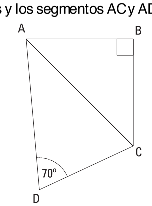
b) Explican:

- Por qué ∢ x con ∢ x' son congruentes y por qué ∢ z con ∢ z' también lo son entre sí.
- Por qué x + y + z = 180°
- Por qué x´´ + y´´ +z´´ = 360°
- ¿Cómo se relacionan los resultados anteriores con la suma de ángulos interiores y exteriores de un triángulo?

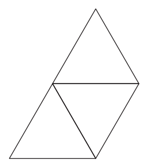
Dato: L1 // L2



La figura está formada por dos triángulos isósceles, de manera que los segmentos AB y BC son congruentes y los segmentos AC y AD también lo son.



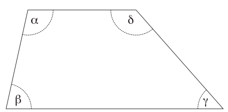
La figura está formada por tres triángulos equiláteros.

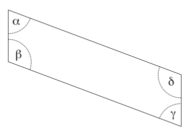


COMENTARIO

Es importante que los estudiantes establezcan que conociendo las medidas en un dibujo también es posible determinar la presencia o ausencia de segmentos y/o rectas paralelas. En el primer caso logran saber que no hay y en el segundo que sí los hay y cuáles son.

c) Utilizando los conocimientos sobre los ángulos entre paralelas (sin medir los ángulos) fundamentan las relaciones entre las medidas de los ángulos interiores de los paralelogramos y trapecios.





En el paralelogramo:

- ¿Qué relación existe entre las medidas de los ángulos α y β?, ¿y entre las medidas de los ángulos δ y γ?, ¿se cumplen estas relaciones en el trapecio?
- ¿Qué relación existe entre las medidas de los ángulos α y δ?, ¿y entre las medidas de los ángulos β y γ?, ¿se cumplen estas relaciones en el trapecio?

Actividad 3

Investigan sobre la suma de ángulos interiores de polígonos y establecen una fórmula que les permita conocer la suma de los ángulos interiores de cualquier polígono. Caracterizan los polígonos regulares.

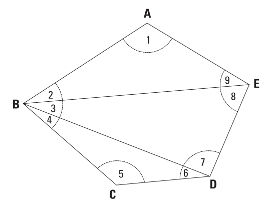
Ejemplo

a) Dibujan un polígono convexo cualquiera y trazan desde un vértice cualquiera todas las diagonales posibles de obtener, de manera que el polígono quede subdividido en varios triángulos.

Marcan los ángulos interiores de cada triángulo y confirman que con todos estos ángulos se pueden obtener los ángulos interiores del polígono.

COMENTARIO

Esta es una forma de subdividir un pentágono. Preguntar a los alumnos y alumnas si existen otras maneras de subdividirlo bajo las mismas condiciones, de modo de concluir que no importando el vértice del cual puedan trazar las diagonales, de todas maneras se forman triángulos.



Para confirmar que los ángulos interiores de todos los triángulos corresponden a la suma de los ángulos interiores del polígono, basta con observar el polígono: en el dibujo, $\measuredangle$ 2 más $\measuredangle$ 3 más $\measuredangle$ 4 obviamente forman el $\measuredangle$ ABC y, así, con cada uno de los ángulos del polígono.

b) Repiten lo anterior partiendo de un polígono de 3 lados y aumentando sucesivamente 1 lado del polígono hasta que se tengan suficientes casos como para establecer conclusiones.

Completan una tabla ordenadamente, de manera de relacionar la cantidad de triángulos en los que se divide cada polígono con la suma de las medidas de los ángulos interiores del polígono.

Polígono	N° de lados	N° de triángulos en los que se subdividió	Suma de los ángulos interiores del polígono
Triángulo	3	1	
Cuadrilátero	4	2	
Pentágono	5	3	

- Orientados por algunas preguntas respecto de la tabla, establecen conclusiones respecto de la suma de los ángulos interiores de un polígono.
- Si observan las columnas referidas al N° de lados del polígono y el N° de triángulos obtenidos al trazar las diagonales desde un mismo vértice:
  - ¿Qué relación numérica existe entre los números de ambas columnas?
  - Si el polígono tiene un número cualquiera de lados, que lo podemos expresar con la letra "n", ¿qué expresión representaría el número de triángulos que se forman en ese polígono de *n* lados?, ¿por qué?

COMENTARIO

La suma total de la medida de los ángulos interiores de cada polígono se establece claramente al relacionar la suma de los ángulos interiores de un triángulo (180°) con los ángulos interiores del polígono. Se espera que con ayuda del docente se vaya concluyendo una "fórmula" para obtener de modo general la suma de los ángulos interiores de un polígono cualquiera. En el primer momento se concluye que el número de triángulos formados corresponde a "n-2" si n es el número de lados del polígono. Además, deben buscar la explicación de por qué se restan 2. Si los estudiantes observan que no se pueden obtener diagonales uniendo los vértices contiguos, entonces comprenderán por qué cada vez que se trazan las diagonales de un vértice "se pierden" 2 vértices. Otras preguntas que se pueden plantear respecto a los datos de la tabla son:

Si observan las columnas referidas al número de triángulos del polígono y la suma total de los ángulos interiores del polígono:

- ¿Cómo se puede escribir la relación numérica que existe entre los números de ambas columnas?
- Si el polígono de "n" lados, se ha subdividido en "n-2" triángulos, ¿qué expresión representaría la suma de los ángulos interiores del polígono?

En este punto, se espera que observen que si el número obtenido anteriormente (que corresponde al número de triángulos) se multiplica por 180 se obtiene la suma de los ángulos interiores de cada polígono. Es decir, la suma de las medidas de los ángulos interiores de un polígono es: **$(n-2) \cdot 180°$**, donde n representa el número de lados del polígono.

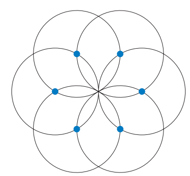
Actividad 4

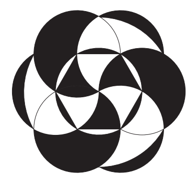
Construyen circunferencias con determinadas condiciones iniciales. Analizan sus procedimientos e identifican el centro y radio como los elementos esenciales que las determinan.

Ejemplos

1. Realizan diferentes procedimientos para reproducir figuras compuestas por circunferencias, utilizando instrumentos geométricos. Comparten los procedimientos con sus compañeras y compañeros.

a) Copian en forma exacta cada uno de los siguientes dibujos sin calcarlos y sólo utilizando regla y compás.





COMENTARIO

A través de la copia de cada dibujo surge la importancia del centro de la circunferencia; se sugiere introducir el radio y el diámetro como elementos caracterizadores de ella.

Dibujar ayuda a detenerse y reflexionar sobre las propiedades de las figuras geométricas y permite corregir el trabajo realizado.

b) Se desea marcar con tiza la circunferencia que va al centro de la cancha de básquetbol. ¿Cómo lo puede realizar la persona que marca la cancha si no tiene un compás gigante?

Explican el procedimiento y lo fundamentan en las características de la circunferencia que permiten tener plena seguridad que lo dibujado será lo requerido.

COMENTARIO

La idea es que determinen el centro de la circunferencia y luego la marquen utilizando una cuerda.

2. Confeccionan en papel figuras compuestas por círculos.

a) Planean cómo hacer un reloj, teniendo como base un plato. Determinan el centro para ubicar el minutero y segundero.

b) Investigan con adultos, por ejemplo, un carpintero o un marcador de canchas o artesanos, para qué utilizan el diseño de circunferencias. ¿Cómo las dibujan? ¿Cómo determinan el centro de ellas, si no lo tienen? ¿Cómo habrían solucionado ellos, por ejemplo, el trazado de una pieza redonda o el diseño de una mesa redonda?

COMENTARIO

El trabajo con papel es muy interesante pues permite establecer por plegado el centro de la circunferencia y queda claramente establecido que el diámetro es eje de simetría de la misma, además de comprobar que todos los pliegues que coinciden con el diámetro son de igual longitud.

Actividad 5

A partir de situaciones asocian el perímetro de una circunferencia a la medida del contorno y del área como medida de la superficie de la misma. Hacen estimaciones. Analizan la dificultad que involucra la medición.

Ejemplo

Reflexionan sobre situaciones referidas a perímetros y áreas.

a) Se están confeccionando manteles y centros de mesa en forma de círculo. Cada uno lleva cinta en el borde.

Se desea saber en la forma más precisa posible cuántos metros de cinta y género se requieren para cada uno.

Los diámetros son: centro de mesa 40 cm y mantel 1,20 m

b) Trazan modelos de posa vasos de forma circular que tengan de diámetro 10 cm y 11 cm. Buscan formas de calcular la superficie que cubre cada uno. Se pueden apoyar en cuadriculados de 1 cm de lado o en papel milimetrado.

c) Distribuidos en grupos, hacen un molde en papel para posa vasos y buscan formas de medir el contorno y la superficie de cada uno.

- Asocian la medida del contorno con el perímetro de la circunferencia y la de superficie con el área de la misma.

- Presentan algunos procedimientos usados en esta medición y comparan las medidas. Comentan la dificultad para obtenerla, las diferencias entre las medidas presentadas y reflexionan sobre las posibles causas. Ubican el valor de la medida entre ciertos rangos.

d) Buscan otras situaciones en las cuales es útil o necesario conocer el perímetro y el área de circunferencias.

- Investigan sobre el significado de los números referidos a las medidas de los cuellos de las camisas de hombres, los anillos para los dedos, las llantas y neumáticos. Conversan sobre su relación con lo que saben de la circunferencia.

COMENTARIO

En la primera parte de la actividad la idea es que los estudiantes recurran a procedimientos de medición como ubicar una cuerda por el contorno de la circunferencia y, en el caso del área, cuadricular la superficie con cuadrados de distintas medida para ajustar el cálculo. En este segundo caso es importante que se den cuenta que cuanto más pequeño es el cuadriculado, más exacta es la medición. Esto ayuda a afianzar la asociación del perímetro como una sola dimensión y del área como el cálculo con dos dimensiones.

La reflexión en torno a la dificultad para encontrar un valor exacto de la medida está centrada en darse cuenta que es una medida con cifras decimales infinitas y aunque se visualiza perfectamente (se ve en el trozo de cuerda) no se puede expresar a través de un número decimal, sino que representa un número irracional.

Actividad 6

Investigan la relación entre el perímetro, el radio y el diámetro de una circunferencia a través del cuociente. Definen el número pi (π).

Ejemplo

Conversan sobre el uso de las ruedas métricas para medir distancias, cómo funcionan, cuál es su utilidad. Luego cada grupo construye con cartón ruedas que pueden ser de 20 cm de diámetro, de 30 cm y 40 cm.

a) Determinan cuánto alcanza a recorrer cada una de las ruedas métricas en 1 vuelta, presentan la información al curso y completan una tabla con la información. Redondean el valor obtenido en cada medición.

b) Analizan la tabla buscando un patrón numérico entre los números de cada columna y fila. Luego se centran en las filas, calculan en cada caso el cuociente entre el perímetro y el diámetro.

c) Realizan el mismo procedimiento para circunferencias de diámetro 10 cm; 5 cm, 1 cm. Antes de hacer las mediciones hacen conjeturas respecto de los valores que obtendrán. Luego comprueban sus conjeturas haciendo las mediciones y analizan los aciertos y los errores. Completan la tabla con esta nueva información.

d) Investigan en diferentes fuentes disponibles en la escuela sobre el origen del número π, su historia e importancia. Ponen en común esta información.

e) Retoman la tabla anterior y agregan otras columnas: en una expresan el perímetro de la circunferencia sin realizar el cálculo y usando la notación π y en las otras rehacen el cálculo con calculadora estableciendo un valor para π. Conversan sobre la conveniencia de usar una u otra forma.

f) Establecen una forma general de obtener el perímetro de cualquier circunferencia si se conoce su diámetro o radio. Se orientan con preguntas como:

- ¿Qué elemento de la circunferencia se multiplica por π para establecer el perímetro de la circunferencia?
- Escribir una fórmula general para obtenerlo, escribiendo el símbolo de π.
- ¿Qué sucede si no se conoce el radio? Escribir la fórmula en este caso.

COMENTARIO

A continuación se presenta un ejemplo de una tabla y los posibles valores obtenidos después del redondeo.

Ruedas	Distancia que recorre en 1 vuelta	Diámetro de la rueda	Cuociente
1º	62	20 cm	3,1
2º	93	30 cm	3,1
3º	124	40 cm	3,1

Si analizan las filas se darán cuenta que la relación entre el diámetro de la rueda y lo que ella recorre es aproximadamente 3 veces mayor.

La presencia de este número surge después de este análisis y de la experiencia obtenida en la actividad anterior en cuanto a su inexactitud.

Es interesante que los alumnos y alumnas investiguen y analicen las diferentes aproximaciones útiles para hacer cálculos con el número π, como son: 3; 3,14; $3\frac{1}{7}$; 3,1416; 3,14159265358979. Obviamente, en muchas ocasiones lo más exacto y conveniente es expresar los resultados en función de π, en otras es usar una aproximación adecuada a la situación.

Existen direcciones en internet dedicadas a este número como www.pi.com y otras. En algunas se podrá encontrar la historia respecto a este número y cómo se llegó a darle un nombre específico. De especial interés en la información histórica son los métodos utilizados a través del tiempo para constatar su existencia y para encontrar aproximaciones de él.

Probablemente la fórmula que se obtenga para calcular el prímetro sea: $\mathbf{d}\pi$ (diámetro por π); presentar, entonces, la otra en torno al radio ($2\ \pi\ \mathbf{r}$) y pedir que expliquen y verifiquen la validez de la igualdad.

g) Modificando la fórmula obtenida responden: ¿Qué diámetro tendría la circunferencia si se quiere que una vuelta de la rueda avance un metro? ¿De qué radio escogerías construir una rueda métrica de manera que sea eficiente para medir distancias en una parcela y sea de fácil lectura la cantidad de metros que vas midiendo?

Actividad 7

Establecen la relación entre el área de la circunferencia y el área de polígonos regulares inscritos o circunscritos en ella. Establecen la relación entre el área y los elementos básicos de la circunferencia.

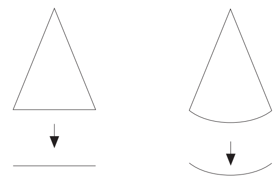
Ejemplos

1. La pregunta que orienta la actividad es: ¿Cómo se puede obtener el área de una circunferencia?

- ¿Es posible relacionarla con el área de alguna figura conocida? ¿Es posible relacionarla con el área de un polígono regular de muchos lados? ¿Cómo? Hacen un dibujo esquemático de la circunferencia y en su interior un polígono de muchos lados.

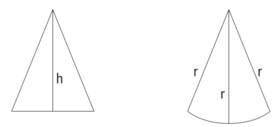
  Para orientar esta pequeña investigación se sugiere partir con los siguientes supuestos básicos, que se desprenden de imaginar la circunferencia como un polígono de infinitos lados:

Al descomponer la circunferencia en triángulos muy pequeños con un vértice común, es posible obtener las siguientes igualdades:



Ambas figuras tendrían igual área (imaginarse triángulos muy pequeños).

Ambas líneas tendrían igual longitud.



Ambas figuras tendrían la altura de igual longitud, entonces h=r.

- ¿Cómo se obtiene el área de un polígono regular?, ¿cómo obtener el área de una circunferencia? Se orientan por una secuencia como la siguiente para abordar la respuesta de la pregunta:

a) Descomponen cualquier polígono regular en triángulos de igual forma y medida, y establecen una fórmula general que permita con este procedimiento calcular el área de polígonos de este tipo. Descomponen en triángulos, partiendo del centro del polígono regular. Indican los datos que deben conocer para calcular y confirman en cada una de las figuras que sean los mismos datos que necesitan conocer de cada polígono. Establecen una fórmula general en función del perímetro de cada polígono.

b) Relacionan la fórmula general obtenida para un polígono regular con el círculo. Orientados por preguntas como las siguientes, deducen una fórmula general para obtener el área de una circunferencia:

- Si la circunferencia, como ya se había visto, puede ser un polígono de infinitos lados, imaginen y tracen un dibujo esquemático de una circunferencia descompuesta a partir de su centro en triángulos muy pequeños, todos de igual forma y tamaño.

- ¿Qué datos respecto de la circunferencia es necesario conocer para obtener su área? Aplican la fórmula que ya conocen del área de un polígono regular, tomando como referencia los supuestos iniciales, respecto a la igualdad de las figuras cuando el polígono tiene infinitos lados.
- ¿Cuál elemento de la circunferencia se puede asociar a la altura de cada uno de estos infinitos triángulos?
- ¿Cuál es el perímetro de la circunferencia?

c) Aplican la fórmula para el cálculo del área de diferentes círculos si conocen el radio o el diámetro.

COMENTARIO

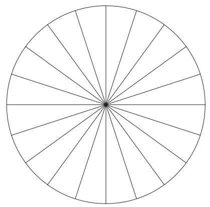
En la actividad 3 de esta misma unidad han descompuesto en triángulos congruentes cada polígono regular. Es conveniente que puedan asumir en grupo el desafío y si en un principio no se obtiene la fórmula, a través del análisis de lo que ellos admiten como pasos necesarios para obtener el área, se oriente con preguntas convenientes. La verbalización puede ayudar: Por ejemplo: "el área del pentágono regular se obtiene de la suma de las áreas de los cinco triángulos".

Si conocemos la fórmula para el área de 1 triángulo, entonces es posible conocer el área de cinco triángulos equivalentes, y si los 5 lados que son bases de los triángulos es lo mismo que el perímetro, entonces es posible obtener el perímetro del pentágono.

Una tabla como la siguiente puede ayudar a ordenar y resumir la información para así obtener una fórmula general.

Polígono regular	Datos necesarios	Fórmula
	b y h del triángulo	$\frac{b \cdot h}{2}$
	b y h del cuadrado	$b \cdot h$
	lado o base del polígono y h del triángulo	$5\left(\frac{b \cdot h}{2}\right) = \frac{P \cdot h}{2}$

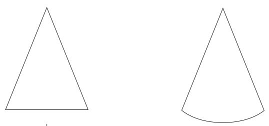
En la segunda parte de la actividad, en la cual se relaciona el área del círculo con la de cualquier polígono regular, es muy importante que realicen el dibujo esquemático que se pide y visualicen que el radio de la circunferencia corresponde a la altura de estos infinitos y angostos triángulos.



Luego es fácil establecer que si aplican la fórmula tendrían: $\frac{P \bullet h}{2} = \frac{2\pi r \bullet r}{2}$, P corresponde al perímetro de la circunferencia y h es el radio de ésta. Al simplificar se obtiene: $\pi \bullet r^2$ que corresponde al área de la circunferencia.

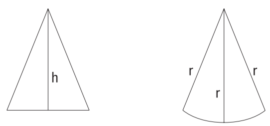
2. Descomponen una circunferencia en triángulos, parten del centro de la circunferencia, marcan el radio y luego otros radios de manera que se obtengan figuras que se asocien a triángulos isósceles de igual forma y tamaño. Para orientar esta pequeña investigación, partir de los siguientes supuestos básicos, que se desprenden de la circunferencia como un polígono de infinitos lados:

   Al descomponer la cicunferencia en triángulos muy pequeños con un vértice común, es posible obtener las siguientes igualdades:



Ambas figuras tendrían igual área.

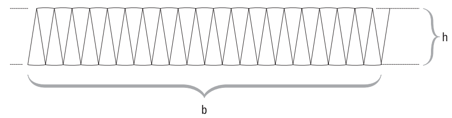
Ambas líneas tendrían igual longitud.



Ambas figuras tendrían la altura de igual longitud, entonces h=r.

- A partir de dobleces desde el centro obtener un número par de figuras, recortarlas y disponerlas tratando de formar un paralelógramo, como se indica en la figura.

  Si el área de un paralelógramo es b • h, y lo relacionan con los elementos de la circunferencia, entonces:



- ¿A qué corresponde la base? ¿A qué parte del perímetro de la circunferencia?
- ¿A qué elemento de la circunferencia corresponde la altura?
- Escriben la fórmula en función de los elementos de la circunferencia.

COMENTARIO

Se espera que, al igual que en el ejemplo anterior, reemplacen los elementos de la fórmula del paralelógramo por los de la circunferencia. Pedir a sus alumnas y alumnos que lo expresen con palabras y luego realicen la traducción a símbolos.

b • h es lo mismo que la mitad del perímetro de la circunferencia por el radio de la misma, entonces

$b \bullet h = \frac{2\pi r \bullet r}{2}$

Se sugiere pedir que comparen esta fórmula con la tradicional (πr^2) y establecer conclusiones respecto a la veracidad de la igualdad.

- Aplican la fórmula para el cálculo del área de diferentes círculos si conocen el radio o el diámetro.

Unidad 5

Volumen

TIEMPO ESTIMADO: 8- 10 SEMANAS

Contenidos

- Estimación y cálculo del volumen de cuerpos geométricos regulares expresándolos en unidades pertinentes.
- Interpretación y uso de fórmulas para el cálculo del volumen de prismas rectos.
- Construcciones de redes para armar cilindros y conos.
- Experimentación de procedimientos concretos para medir el volumen de conos y cilindros.
- Interpretación y uso de fórmulas para el cálculo del volumen de cilindros y conos.
- Relaciones de equivalencia entre unidades de volumen de uso corriente.
- Uso de ecuaciones para resolver problemas e interpretar fórmulas.
- Uso de aproximaciones convenientes de números decimales infinitos.

Aprendizajes esperados

1. Caracterizan los poliedros regulares en función de sus elementos y de la relevancia que han tenido en algunos períodos de la historia.
2. Utilizan de manera pertinente fórmulas para calcular el volumen de cuerpos geométricos y para analizar, predecir y/o justificar las eventuales variaciones en éste al variar algunos de los elementos del cuerpo (longitud de aristas, altura, área total).
3. Reconocen elementos de los cilindros y los conos, y los proyectan para el dibujo de redes correspondientes.
4. Comprenden la relación entre las fórmulas para calcular el volumen de diversos poliedros, el cilindro y el cono.
5. Evalúan y justifican estrategias (o procedimientos) para medir y/o calcular el volumen de cuerpos geométricos.

Orientaciones didácticas

Los temas centrales desarrollados en esta unidad están referidos a poliedros regulares y a cuerpos geométricos redondos, en particular el cono y el cilindro, tanto en sus características esenciales como en la medición y cálculo de volumen.

El estudio de los poliedros regulares se hace a partir del análisis de los prismas y pirámides ya trabajados en el nivel anterior y de la información que han obtenido en la unidad de geometría plana, sobre los polígonos regulares. De este primer acercamiento surge el cubo y el tetraedro como poliedros regulares y a partir de ellos se estudian las características de los poliedros regulares, se determinan otros y se justifica la existencia de sólo cinco.

Respecto de los cuerpos redondos se hace énfasis, como en niveles anteriores, en el estudio de otros cuerpos, en las representaciones planas de cuerpos, redes de cuerpos y en la construcción de redes dados algunos datos. Aquí surge la dificultad de construir una red de un cono, en el cual la incidencia principal está en el ángulo del sector circular correspondiente al manto del cono. Esta dificultad es enfrentada a partir del análisis y construcción de múltiples conos, con diferentes medidas. En este nivel no se resuelve teóricamente sino que, más bien, intuitiva y prácticamente.

En cuanto al volumen de cuerpos geométricos se propone que los alumnos y alumnas busquen distintas formas de medir el volumen de un cuerpo con el fin de hacer visible, por una parte, las dificultades propias de estos procedimientos y, por otra, mostrar la necesidad de contar con instrumentos matemáticos que ayuden a calcular con cierto grado de precisión y certeza. En este contexto surge la determinación de una fórmula general que permita calcular, en primer lugar, el volumen de prismas y cilindros y, en segundo, el volumen de pirámides y conos.

Finalmente, y como una manera de relacionar diferentes temas que se han trabajado en niveles anteriores y en este mismo nivel en la unidad de polígonos y circunferencias (Unidad 1), se propone un conjunto de actividades sobre áreas laterales y volúmenes. Del mismo modo, se observan variaciones de elementos en conos y cilindros para determinar efectos en áreas laterales, totales, basales y volumen; y la variación del volumen de prismas y cilindros, según la forma de construcción, manteniendo fija el área lateral.

Como en los niveles anteriores, se propone enfatizar en las actividades el desarrollo de razonamientos sistemáticos, de argumentaciones y justificaciones, tanto de procedimientos como de resultados, en el contexto de la resolución de múltiples problemas más que la memorización y aplicación mecánica de fórmulas.

Actividades

Actividad 1

Investigan en diversas fuentes bibliográficas sobre los cuerpos regulares. Comprueban que sólo son cinco e investigan la incidencia que tienen los ángulos de las regiones poligonales que se interceptan en cada vértice.

Ejemplo

a) Analizan las características de los prismas y pirámides y de los cuerpos geométricos regulares, para determinar qué tipo de prismas y de pirámides son poliedros regulares. Analizan las características de los poliedros regulares y a partir de preguntas tratan de determinar si existen otros.

b) Construyen los cuerpos geométricos regulares dadas sus redes y realizan un análisis para determinar otras características, completando una tabla con los siguientes aspectos: número y forma de las caras, número de aristas que concurren en cada vértice, suma de los ángulos que concurren en un mismo vértice.

- Establecen conclusiones, en relación con:
  - la suma de los ángulos de los polígonos que concurren en un mismo vértice;
  - el número de aristas que concurren en cada vértice; y
  - la medida de cada ángulo.
- Analizan la posibilidad de construir otros cuerpos regulares, a partir de triángulos equiláteros, cuadrados, pentágonos regulares, hexágonos regulares etc. que concurren en un mismo vértice. Establecen conclusiones, en relación con la cantidad de cuerpos regulares que existen y, basándose en el trabajo exploratorio, argumentan por qué no existen más.

c) Trabajando en grupos, investigan en fuentes bibliográficas sobre los cuerpos geométricos regulares desde el punto de vista de su caracterización y de las asociaciones con los elementos de la naturaleza que se les han hecho en diversas culturas, especialmente en la antigua Grecia.

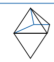
- Registran las informaciones recopiladas y elaboran un informe. Comparten en la clase las informaciones y hacen una síntesis.

COMENTARIO

Esta actividad apunta principalmente a que, en primer lugar, los estudiantes analicen los prismas y las pirámides estudiadas en el curso anterior, para determinar cuál es el único prisma regular (cubo) y cuál es la única

pirámide regular (tetraedro). Aquí es interesante que a partir de las características de los polígonos regulares estudiados en la unidad de geometría plana, conjeturen sobre las características de los cuerpos regulares, y luego el docente introduzca las características de estos cuerpos. Posteriormente, describen los poliedros regulares (número y formas de las caras, número de aristas que concurren en un mismo vértice), buscan otros y fundamentan por qué sólo existen 5 cuerpos regulares. Es posible que planteen conjeturas, las confronten con los resultados de la investigación realizada con material concreto.

Ejemplo del tipo de tabla:

Tipo de polígono	Medida de cada ángulo interior	Dibujo o nombre del cuerpo	Es posible construir un poliedro regular	Suma de los ángulos que concurren en un mismo vértice	Número de aristas que se intersectan en cada vértice
Triángulo equilátero	60º	Tetraedro 	sí	60º • 3 = 180º	3 aristas (dibujo)
	60º	Octaedro 	sí	60º • 4 = 240º	4 aristas

El cuadro puede ser utilizado tanto para concluir que la suma de los ángulos que convergen en cada vértice es menos de 360º, como también para observar las características de los poliedros regulares; es decir, aquellos cuerpos cuyas caras son un mismo polígono regular, y en los que además, en cada vértice concurre la misma cantidad de aristas.

Finalmente, pueden realizar una investigación que permita hacer una caracterización histórica de los cuerpos geométricos regulares.

Actividad 2

Construyen redes de cilindros y conos rectos, utilizando instrumentos geométricos. Caracterizan dichos cuerpos geométricos a partir de sus elementos. Relacionan cilindros con prismas y conos con pirámides, al aumentar infinitamente el número de lados de los poliedros. Investigan las condiciones necesarias para construir una red de cono o cilindro, dada área basal y generatriz, perímetro del área basal.

Ejemplos

1. Examinan cajas de forma de cilindro y de cono. Describen las características de los cilindros y conos. Nombran los elementos de estos cuerpos redondos.

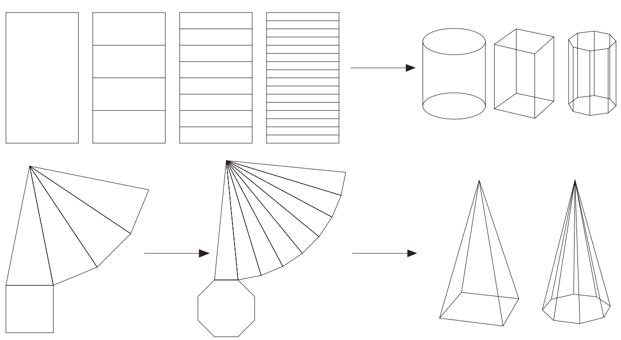
a) Caracterizan a partir de conjeturas las redes de estos cuerpos redondos. Desarman las cajas para verificar sus conjeturas. Establecen conclusiones determinando las características de las redes que permiten formar un cono o un cilindro.

b) Dado un set de hojas de papel de igual tamaño realizan dobleces para armar distintos prismas rectos de base regular. Aumentan el número de lados y ubican los prismas creados uno al lado del otro. Visualizan el cilindro como un prisma de infinitas caras. Establecen conclusiones.

c) A partir de una red de pirámide recta, analizan lo que ocurre con las caras laterales si se disminuye sucesivamente a la mitad la medida del lado de la cara basal de la pirámide recta. Visualizan el cono como una pirámide de infinitas caras. Establecen conclusiones.

COMENTARIO

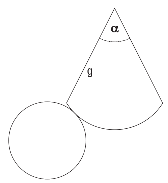
En esta parte lo que se pretende es que los alumnos y alumnas comprueben sus conjeturas sobre las redes de los cilindros y los conos y que establezcan conclusiones; en el caso del cono, que el perímetro de la circunferencia de la base debe coincidir con el perímetro del sector circular (manto), y en el caso del cilindro, el perímetro de la circunferencia de la base debe coincidir con la medida de un lado del manto. En segundo lugar, el foco de atención está en que los estudiantes visualicen el cilindro recto como un prisma recto de infinitas caras y el cono recto como una pirámide recta de infinitas caras. Los siguientes dibujos muestran los dobleces de los papeles para lograr la visualización del cilindro y la red de la pirámide, en la que se modifica la medida del lado de la cara basal:



d) Construyen, utilizando instrumentos geométricos, redes de conos rectos y cilindros rectos dadas algunas características, por ejemplo:
- Cilindro recto cuyo perímetro basal sea 3π.
- Cono recto cuyo perímetro basal sea 3π.
  Reflexionan sobre los cilindros y conos que resultan de la construcción, ayudados con preguntas como las siguientes:
- ¿Cuántos cilindros/conos se pueden construir con esas características? ¿Cuáles son las condiciones que se deben entregar para que el cilindro/cono sea único?

COMENTARIO

En esta actividad el foco está en utilizar lo aprendido sobre áreas y perímetros de rectángulos y circunferencia en la construcción de redes de cilindros y conos. Es muy importante que las alumnas y alumnos reflexionen sobre las condiciones para la construcción de estos cuerpos redondos. Es recomendable partir con construcciones de redes de cilindros y posteriormente con conos, debido a que estos últimos tienen la dificultad adicional de la determinación del ángulo del sector circular. En el caso del ejemplo (perímetro basal 3π), se debe realizar la siguiente proporción para determinar el ángulo del sector circular:



$$\frac{\alpha}{360} = \frac{\text{Arco del sector circular}}{\text{Perímetro de la circunferencia de radio g}}$$

$$\frac{\alpha}{360^\circ} = \frac{3\pi}{2\pi g}$$

$$\alpha = \frac{3\pi \bullet 360^\circ}{2\pi \bullet g} = \frac{3 \bullet 360^\circ}{2 \bullet g}$$

Si $g = 2cm$

$$\alpha = \frac{3 \bullet 360^\circ}{2 \bullet 2} = \frac{3 \bullet 180^\circ}{4} = 135^\circ$$

Otros ejemplos:
- Cono recto cuyo perímetro basal sea 3πcm y su generatriz 5 cm.
- Cono recto cuya área basal sea de $5\pi cm^2$ y su generatriz 4 cm.
- Cilindro recto cuyo perímetro basal sea 3πcm y su área lateral $6\pi + 8cm^2$.

2. Desarrollan las actividades (a) y (b) del ejemplo anterior y luego:

a) Visualizan con ayuda de un software geométrico cómo es posible aumentar sucesivamente el número de lados de un prisma recto de tal forma que éste se transforme, luego de infinitas veces, en un cilindro recto. Establecen conclusiones.

posible determinar la cantidad de cajas de leche que cabe en un metro cúbico sin contarlas todas de a una? Discuten sobre la invarianza del volumen si se redistribuyen las cajas de leche. Concluyen que un m^3 no necesariamente tiene una forma de cubo.

c) Discuten sobre las unidades de medición de volumen que conocen. Analizan el uso indistinto que se hace de 1 cc, 1 mL y de 1L o 1.000cc.

- Examinan distintos envases para determinar cómo se utilizan estas unidades de volumen. ¿En qué tipo de envase se privilegia el cc o mL o L? En el caso de los alimentos, ¿qué unidad se utiliza?, ¿varía según el tipo de alimento?, ¿qué ocurre en el caso de las bebidas gaseosas?
- Establecen conclusiones respecto de las formas en tres dimensiones y sobre la relación de su capacidad con el volumen.

Actividad 4

Investigan procedimientos para calcular el volumen de prismas rectos y cilindros rectos, relacionando la forma de obtenerlo en ambos tipos de cuerpos. Establecen fórmulas generales.

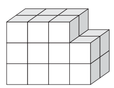
Ejemplo

a) Determinan, sin contar de uno en uno, la cantidad de cubitos de un cm de arista que conforman distintos prismas rectos de base cuadrada o rectangular dados, partiendo del cubo. Establecen procedimientos que permitan sintetizarse en una forma general aplicable a cualquier paralelepípedo simple o cuerpo compuesto por paralelepípedos.

b) Establecen conclusiones respecto a la forma sintética de determinar el volumen del cubo, prismas rectos de base cuadrada y rectangular.

COMENTARIO

Los cuerpos pueden ser como los siguientes:



Procedimientos:
En la base hay 4 • 2 = 8 cubitos y en la altura 2. Luego 8 • 2 más 6 cubitos, en total hay 22.
En la base hay 3 • 2 = 6 cubitos y en la altura 3. Luego 6 • 3 más 4 cubitos, en total hay 22.

c) Desarrollan las actividades (a) y (b) del ejemplo anterior. Luego:

Construyen con plasticina distintos prismas rectos, variando el número de lados de la cara basal, obteniendo también un cilindro recto. Realizan cortes paralelos a la cara basal a un cm de distancia uno de otro. Analizan la cantidad de cubitos de 1 cm de arista que es posible contenga cada franja obtenida por los cortes. Hacen una extensión de esa estimación al número total de cubitos que puede contener el prisma o el cilindro en cuestión.

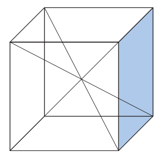
- Establecen conclusiones generales en relación con la fórmula que permite calcular el volumen de prismas y cilindros rectos.

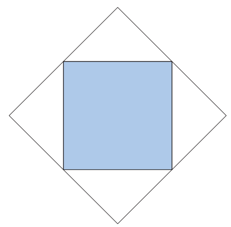
Actividad 5

Investigan procedimientos para calcular el volumen de pirámides rectas y conos rectos, relacionando la forma de obtenerlo en ambos tipos de cuerpos. Establecen fórmulas generales.

Ejemplo

a) Dada la red de una pirámide recta de base cuadrada, construyen seis iguales e intentan formar un cubo, como muestra el dibujo. A partir de ello analizan la forma de determinar el volumen de una pirámide de base cuadrada.





- Determinan qué parte del volumen del cubo es el volumen de la pirámide.

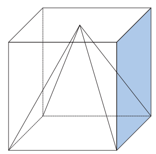
COMENTARIO

En este punto se pretende que los alumnos y alumnas relacionen el volumen del cubo y de la pirámide, el cual es la sexta parte del primero, para establecer la fórmula del volumen de la pirámide.

El área basal de la pirámide y del cubo es a^2 y la altura del cubo es a y de la pirámide es $\frac{a}{2}$, por lo tanto, el volumen de cada uno de estos cuerpos es:

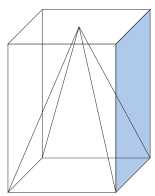
$$V(\text{cubo}) = a^3 = \underbrace{a^2}_{\text{Área basal}} \bullet \underbrace{a}_{\text{Altura}} \qquad V(\text{pirámide}) = \frac{a^3}{6} = \underbrace{a^2}_{\text{Área basal}} \bullet \underbrace{\frac{a}{2}}_{\text{Altura}} \bullet \frac{1}{3}$$

b) Dada la red de una pirámide de base cuadrada y altura igual a la arista basal, construir una red de un cubo de igual base y altura, de tal forma que la red de la pirámide calce exactamente en el interior del cubo, como muestra el dibujo siguiente:



- Arman el cubo y la pirámide, llenan con semillas la pirámide y tomando eso como medida, establecen una relación con el volumen del cubo.
- Establecen una relación entre el volumen de una pirámide recta y un cubo de igual base y altura.

c) Dadas redes de pirámides de base cuadrada, pentagonal y/o triangular, construir una red de un prisma de igual base y altura, de tal forma que la red de la pirámide calce exactamente en el interior del prisma, como muestra el dibujo siguiente:



- Arman los prismas y las pirámides, los llenan de semillas y comparan sus volúmenes.
- Establecen una relación entre el volumen de una pirámide recta y un paralelepípedo o prisma de igual base y altura.
- Establecen una fórmula que permita calcular el volumen de la pirámide recta.

COMENTARIO

En este caso, se pretende que a partir de la fórmula del volumen del cubo de área basal a^2 y altura a, determinen el volumen de la pirámide recta de igual área basal y altura, relacionándolo con la fórmula obtenida en el punto anterior.

$V(\text{cubo}) = a^3 = a^2 \bullet a$ (área basal por altura) $V(\text{pirámide}) = a^2 \bullet a \bullet \frac{1}{3}$

De la misma manera determinan una fórmula más general para el volumen de una pirámide recta. En el caso de una pirámide de base cuadrada y altura h, se obtendría:

$V(\text{prisma}) = a^2 \bullet h$ $V(\text{pirámide}) = a^2 \bullet h \bullet \frac{1}{3}$.

Con el fin de establecer una fórmula general para calcular el volumen de una pirámide ($V= \frac{1}{3} \bullet$ área de la base $\bullet$ altura de la pirámide), se sugiere partir con la construcción de redes de prismas, dadas las redes de las pirámides respectivas, teniendo especial cuidado en que la cúspide de la pirámide intercepte a la cara basal del prisma en sólo un punto. Luego, llenar con semillas la pirámide para determinar con cuántas de ellas se llena el prisma y establecer la relación entre los volúmenes de estos dos cuerpos de igual base y altura. Finalmente, establecen una fórmula para calcular el volumen de una pirámide.

d) Aumentan el número de lados de la pirámide recta. Generalizan la fórmula del cálculo de volumen a otras pirámides rectas de base otro polígono.

Reflexionan sobre la posibilidad de determinar el volumen de un cono recto utilizando la fórmula obtenida para las pirámides. Establecen una fórmula general que permita calcular el volumen, tanto de pirámides rectas como de conos rectos.

Actividad 6

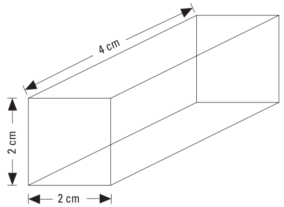
Resuelven diversos problemas en los cuales establecen el volumen de cuerpos geométricos u objetos asociados a ellos. Calculan los valores de elementos desconocidos, dados otros datos relacionados con las fórmulas del cálculo de volumen. Utilizan ecuaciones en su resolución.

Ejemplos

1. Resuelven problemas como los siguientes:

a) Se ha construido una caja en forma de paralelepípedo rectangular para contener cubitos de queso crema de cóctel de 1 cm de arista. El perímetro de la base del paralelepípedo es de 12 cm, ¿cuál es la altura de la caja que contiene estos quesitos?

b) ¿Cuántos quesitos (cubos de 1 cm de lado) se pueden introducir en esta caja?



- Y si se decide introducir cubos más pequeños, de $\frac{1}{2}$ cm de lado, ¿cuántos se podrían introducir en la caja?

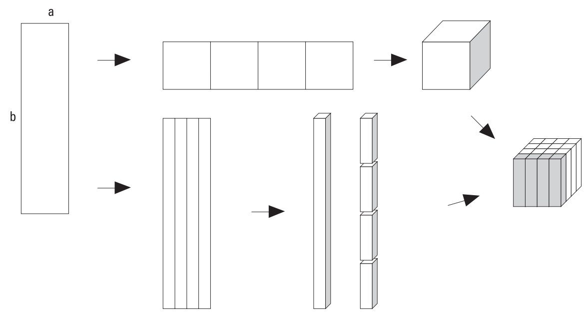
c) Analizan preguntas tales como las siguientes, buscan argumentaciones para fundamentar sus respuestas:

- Dos conos o dos cilindros que tienen igual volumen, ¿tienen las mismas dimensiones (altura y base)?, ¿por qué?
- ¿Es posible encontrar el número total de conos o de cilindros que teniendo el mismo volumen tienen diferentes dimensiones?
- ¿Un cono y un cilindro pueden tener igual volumen?, ¿por qué? ¿Es posible establecer alguna relación entre sus dimensiones?, ¿ en qué casos?

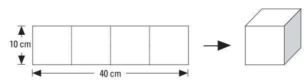
COMENTARIO

Con esta actividad se pretende que a través de situaciones puedan analizar y establecer conjeturas, ponerlas a prueba e integrar otros contenidos como, por ejemplo, razones entre cantidades. En el caso de los ejemplos de construcción de paralelepípedos con hojas de papel, el objetivo es que los alumnos y las alumnas relacionen que la razón que existe entre los lados de la hoja de papel es la misma que entre la de sus volúmenes.

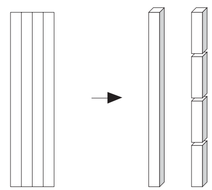
Es posible realizar una exploración empírica para poner a prueba las conjeturas y luego realizar los ejemplos más analíticamente, a través del uso de las fórmulas de volumen. La experimentación se puede realizar repitiendo los pasos indicados en el dibujo que sigue, pero variando las relaciones entre los lados de la hoja. En el dibujo se muestra la relación entre los volúmenes de los cuerpos cuando la relación escogida entre los lados de la hoja es b = 4a (el largo es el cuádruple del ancho).



En este caso es fácil visualizar que el volumen de un paralelepípedo es el cuádruple del otro, al igual que el largo de la hoja es el cuádruple del ancho, por lo tanto, es posible que los estudiantes establezcan conjeturas respecto a la relación entre los volúmenes de ambos paralelepípedos. En el caso del ejemplo en que las medidas son 10 y 40 cm, lo interesante es que el volumen de uno de los prismas es un litro, es decir, $(10 \text{ cm})^3$, y el del otro es $\frac{1}{4}$ de litro. Se sugiere realizar una verificación numérica de las conjeturas. Según sea el nivel de los alumnos y alumnas, es posible realizar una verificación algebraica. A continuación se presenta un ejemplo de verificación numérica:



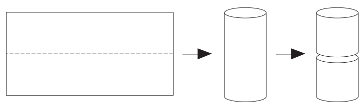
V(cubo) = 10 • 10 • 10 = 1000 cm^3 = 1 litro

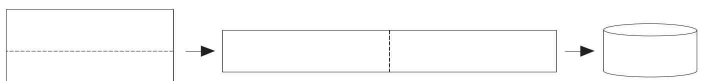


V(paralelepípedo) = $40 \bullet 2{,}5 \bullet 2{,}5 = 250 \text{ cm}^3 = \frac{1}{4}$ litro

Por lo tanto, el volumen del cubo es el cuádruple del volumen del paralelepípedo.

2. Dadas dos hojas de papel, cuyo largo sea el doble, el triple, el cuádruple, etc. del ancho, se cortan en un mismo sentido para formar cilindros. Con una hoja de papel se obtienen dos cilindros de igual altura, y con la otra se obtiene un cilindro cuyo perímetro basal es el doble del perímetro basal de cada uno de los cilindros que se generaron anteriormente, tal como muestra la figura siguiente:



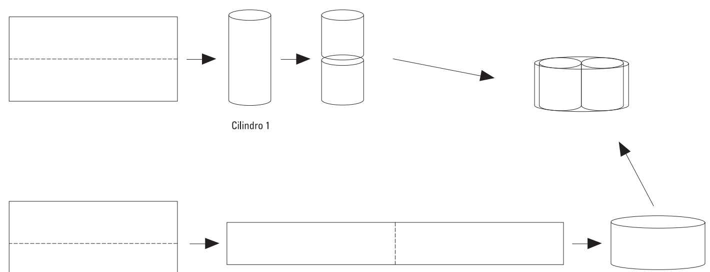


- Para cada cilindro obtenido determinan su área lateral, conjeturan sobre sus volúmenes y la relación entre ellos.
- Calculan el volumen de los cilindros y comprueban sus conjeturas.

- Establecen conclusiones que relacionan los volúmenes de los cilindros y sus áreas laterales.

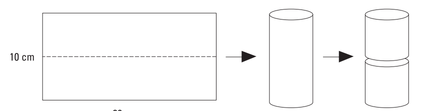
COMENTARIO

Lo que se pretende con este ejemplo es mostrar, al igual que en el Ejemplo 1, que dos cuerpos pueden tener igual área lateral, pero distinto volumen. Una forma de apoyar el establecimiento de conjeturas es realizando la actividad concreta como se muestra en el siguiente dibujo.



Es interesante también verificar la conjetura con un análisis numérico, utilizando las fórmulas de área, perímetro y volumen. Según sea el nivel de los estudiantes, es posible realizar una verificación algebraica. A continuación se presenta un ejemplo de verificación numérica y otra algebraica:

Verificación numérica:

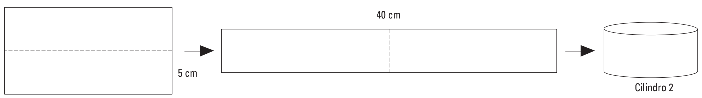


P(cara basal) = $20 = 2\,\pi \bullet r$, entonces $r = \frac{10}{\pi}$

A(cara basal) = $\pi \bullet r^2 = \frac{100}{\pi}$

V(un cilindro pequeño) = $h \bullet$ A(cara basal) = $5 \bullet \frac{100}{\pi} = \frac{500}{\pi}$

V(cilindro 1) = $\frac{1000}{\pi}$



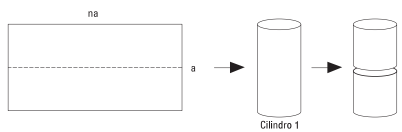
P(cara basal) = 40 = 2 $\pi \bullet r$, entonces r = $\frac{20}{\pi}$

A(cara basal) = $\pi \bullet r^2 = \frac{400}{\pi}$

V(cilindro 2) = h • A(cara basal) = 5 • $\frac{400}{\pi} = \frac{2000}{\pi}$

Por lo tanto, el volumen del cilindro 2 es el doble del volumen del cilindro 1.

Verificación algebraica:

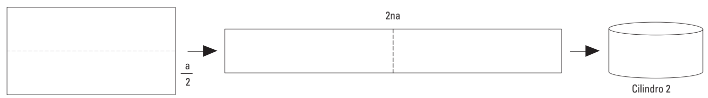


P(cara basal) = na = 2 $\pi \bullet r$, entonces r = $\frac{na}{2\pi}$

A(cara basal) = $\pi \bullet r^2 = \frac{\pi n^2a^2}{4\pi^2} = \frac{n^2a^2}{4\pi}$

V(un cilindro pequeño) = h • A(cara basal) = $\frac{n^2a^2}{4\pi} \bullet \frac{a}{2} = \frac{n^2a^3}{8\pi}$

V(cilindro 1) = $\frac{n^2a^2}{4\pi} \bullet \frac{a}{2} \bullet 2 = \frac{n^2a^3}{4\pi}$



P(cara basal) = 2na = 2 $\pi \bullet r$, entonces r = $\frac{2na}{2\pi} = \frac{na}{\pi}$

A(cara basal) = $\pi \bullet r^2 = \pi(\frac{na}{\pi})^2 = \frac{n^2a^2}{\pi}$

V(cilindro 2) = h • A(cara basal) = $\frac{n^2a^2}{\pi} \bullet \frac{a}{2} = \frac{n^2a^3}{2\pi}$

Por lo tanto, el volumen del cilindro 2 es el doble del volumen del cilindro 1.

Actividad 8

Investigan los efectos en el volumen y área lateral total de un prisma recto, pirámide recta, cono o cilindro al variar sus elementos; y, a la inversa, los efectos en la longitud de los elementos de estos cuerpos al variar el volumen.

Ejemplo

Resuelven los siguientes problemas:

a) Realizan una investigación sobre la modificación de redes o cajas que representan prismas rectos. Realizan distintas variaciones y establecen conclusiones. Algunas variaciones pueden ser en prismas, pirámides, cilindros y conos:

- Si la base se mantiene constante y la altura varía, ¿qué ocurre con el volumen?
- Si la base cambia de longitudes (en el caso de los prismas: rectángulos diferentes o triángulos diferentes), pero su área total es igual y la altura se mantiene, ¿qué ocurre con el volumen?, ¿qué ocurre con el volumen si disminuye el área de la base a la mitad, pero la altura aumenta al doble?, ¿qué condiciones se deben cumplir para que el volumen no varíe?, ¿se mantiene esta condición en el caso de los cilindros y los conos?

COMENTARIO

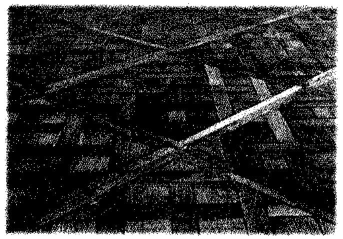
Se recomienda que en esta actividad se visualicen primero los efectos en las fórmulas y luego, de a poco, acercarse a un trabajo algebraico y al manejo de ecuaciones.

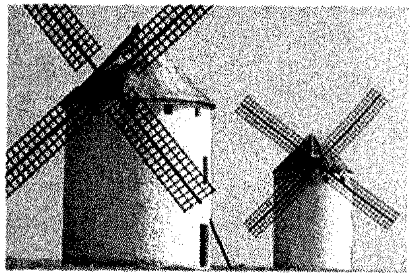
12 ANEXO D – MANUAL ESCOLAR: ARRAYAN

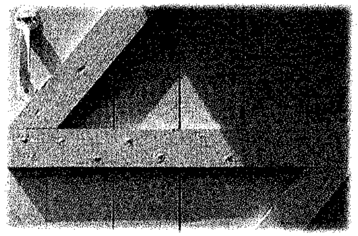
12.1 UNIDAD 1 – POLÍGONOS, CIRCUNFERENCIAS, ÁREAS Y PERÍMETROS

RECTAS Y ÁNGULOS

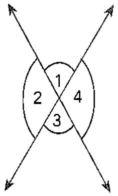
Si observas tu entorno, verás que hay objetos que asemejan a dos o más rectas que se intersectan formando ángulos.







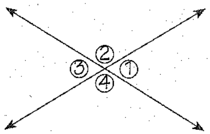
Amplía tus conocimientos



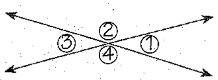
Los ángulos 1 y 2 de la figura se denominan adyacentes suplementarios.
Los ángulos 1 y 3 se llaman opuestos por el vértice.
Los ángulos opuestos por el vértice son congruentes, o sea, miden lo mismo.

Actividad individual

1. a) Dibuja en tu cuaderno dos rectas secantes (se intersectan en un punto) y mide con tu transportador los cuatro ángulos que se forman.
   b) Repite lo anterior para otro par de rectas secantes. Luego, observa los resultados y saca conclusiones.
2. a) De acuerdo con la figura, completa en tu cuaderno:
   m(∢①) + m(∢②) =
   m(∢②) + m(∢③) =
   m(∢③) + m(∢④) =
   m(∢④) + m(∢①) =



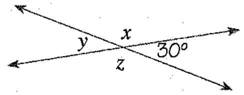
   b) En la siguiente figura se ha aumentado la medida del ángulo ④. ¿Qué sucede con la medida del ∢①? ¿Cuál es el valor de m(∢④) + m(∢①)?



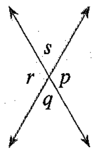
   c) Explica qué son los ángulos adyacentes suplementarios. ¿Cómo son sus medidas?
   d) Según la figura de la letra b), menciona pares de ángulos opuestos por el vértice.

Actividad grupal

1. a) Dibujen dos rectas que se intersecten en un punto.
   b) Marquen un par de ángulos opuestos por el vértice.
   c) Midan los ángulos opuestos por el vértice. ¿Qué pueden concluir?
2. Usen la información dada en la figura y determinen la medida del:
   a) $\sphericalangle x$ =
   b) $\sphericalangle y$ =
   c) $\sphericalangle z$ =



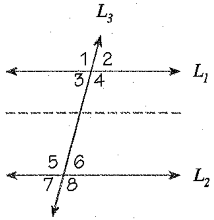
3. Si la medida del ángulo p es el doble de la medida del ángulo q, determinen la medida de:
   a) $\sphericalangle p$ =
   b) $\sphericalangle q$ =
   c) $\sphericalangle r$ =
   d) $\sphericalangle s$ =



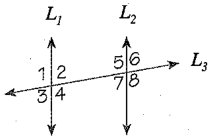
Rectas intersectadas por una tercera recta

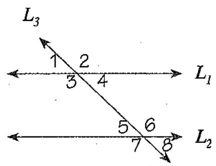
Para explorar

1. En una hoja, dibuja dos rectas paralelas y luego una recta que las intersecte, como muestra la figura:



   a) Corta con una tijera por la línea punteada, separando las rectas paralelas.
   b) Superpón las dos partes de manera que las rectas paralelas y los puntos de intersección coincidan.
   c) Observa mirando hacia la luz. ¿Hay ángulos congruentes? ¿Cuáles son?
   d) Si L_3 tuviera una inclinación distinta como muestran las figuras, ¿encontrarías las mismas congruencias?





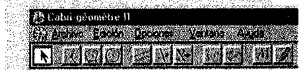
   e) Escribe tus conclusiones.

23.40. ∢ = op.

CONEXIONES... Con Computación

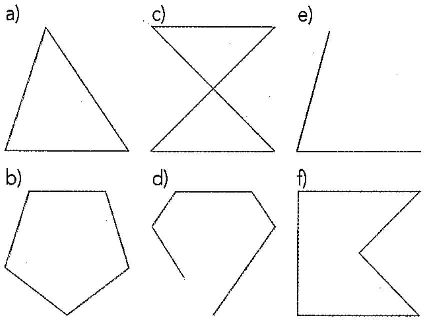
Existen diversos programas computacionales para construir figuras geométricas en la pantalla. Entre ellos, el **Cabri Géomètre** y el **Geómetra** (Schetch Pad). En ambos, usando el mouse y una barra de herramientas en pantalla, se pueden marcar puntos y construir líneas, tales como segmentos, rayos o rectas, circunferencias, simetrales de segmentos, etc.

Lo importante de estos programas es que pueden "arrastrar" algún punto de una figura para modificarla, sin necesidad de hacer otra figura similar. Por ello se dice que estos programas permiten hacer "geometría dinámica".



POLÍGONOS

Observa las siguientes figuras:



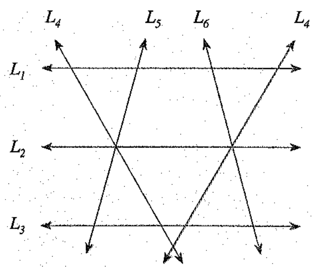
- ¿Cuáles de ellas corresponden a polígonos?
- Define con tus propias palabras lo que entiendes por polígono.
- Averigua cómo se llama un polígono de 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 y el de 15 lados.
- Averigua cuál es la diferencia entre un polígono convexo y uno cóncavo (o no convexo).

Recuerda

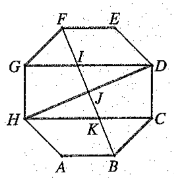
- Polígono es una figura plana cerrada delimitada por segmentos. Estos segmentos reciben el nombre de lados del polígono.

Actividad grupal

1. a) *Dibujen en sus cuadernos una figura similar a la de la derecha, pero más grande.*
   b) *Marquen con lápices de diferentes colores los polígonos convexos: triángulos, cuadriláteros, pentágonos y hexágonos.*



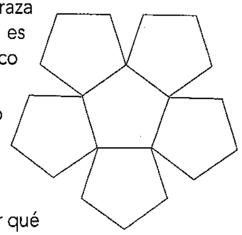
2. *Usando la información dada en la figura, nombra:*
   a) *Dos triángulos*
   b) *Dos cuadriláteros*
   c) *Dos pentágonos*
   d) *Dos hexágonos*
   e) *Un octágono*



Suma de las medidas de los ángulos exteriores de un polígono

Claudio quiso diseñar una terraza usando sólo pentágonos regulares, es decir, polígonos de cinco lados y cinco ángulos interiores de igual medida.

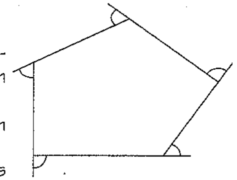
Su dibujo le resultó algo así, por lo que pronto se dio cuenta de que no era posible hacerla.



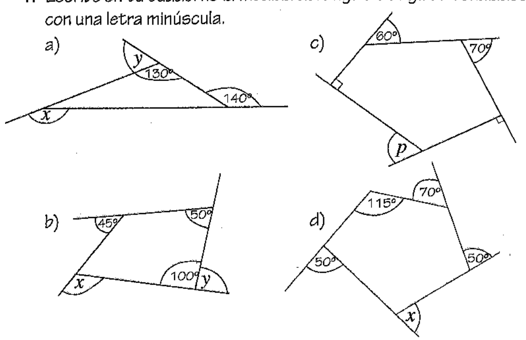
En esta Unidad podrás comprender cuál fue el error de Claudio y conocer qué debe tener en cuenta para hacer un diseño con polígonos regulares de manera que no queden espacios entre ellos.

Para explorar

1. *En el siguiente dibujo están marcados los ángulos exteriores de un polígono:*
   a) *Mide sus ángulos exteriores con un transportador.*
   b) *Calcula la suma de las medidas de los ángulos exteriores.*



2. *Dibuja un polígono cualquiera y sigue las indicaciones:*
   a) *Mide sus ángulos exteriores con un transportador.*
   b) *Calcula la suma de las medidas de los ángulos exteriores.*
   c) *Compara tu respuesta con la de tus compañeros y compañeras.*
   d) *Escribe una conclusión.*
3. *Dibuja un polígono cualquiera. Recorta los ángulos exteriores y ubícalos alrededor de un punto. ¿Qué puedes concluir?*
4. *Escribe en tu cuaderno la medida del ángulo o ángulos señalados con una letra minúscula.*



CONEXIONES...
Con Computación

Con la ayuda de un programa computacional se puede construir un polígono convexo cualquiera y medir sus ángulos exteriores.

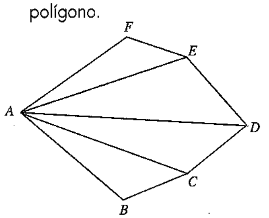
Amplía tus conocimientos

Ángulos exteriores de un polígono

- La suma de las medidas de los ángulos exteriores de cualquier polígono es siempre 360°.

Amplía tus conocimientos

- Las **diagonales** de un polígono son los segmentos que unen vértices no consecutivos de un polígono.



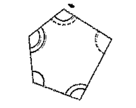
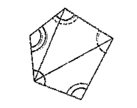
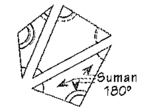
$\overline{AE}$, $\overline{AD}$, $\overline{AC}$ son diagonales desde el vértice A del polígono.

Suma de las medidas de los ángulos interiores de un polígono

La suma de las medidas de los ángulos interiores de un polígono varía según el número de lados que éste tenga.

Para explorar

1. *Observa:*

		
Un pentágono convexo tiene 5 lados y 5 ángulos interiores.	Mediante diagonales desde uno de los vértices, el pentágono se ha dividido en 3 triángulos y los 5 ángulos del pentágono quedan repartidos en los 3 triángulos.	En cada triángulo, los ángulos suman 180°. Por lo tanto, los ángulos interiores del pentágono suman 3 veces 180°.

¿Se pueden aplicar los pasos anteriores a otros polígonos?

2. Copia en tu cuaderno la siguiente tabla y complétala:

Polígono	Nº de lados	Nº de triángulos que se forman al trazar las diagonales desde un vértice	Suma de las medidas de los ángulos interiores
Cuadrilátero	4	2	$2 \cdot 180° = 360°$
Pentágono	5	3	$3 \cdot 180° = 540°$
Hexágono			
Heptágono			
Octágono			

a) Establece la relación que existe entre el número de lados del polígono y el número de triángulos que se forman al trazar las diagonales desde un vértice.

b) Si el polígono tuviese n lados, ¿cómo expresarías el número de triángulos que se forman al trazar las diagonales desde un vértice del polígono?

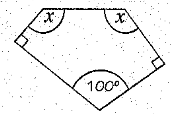
c) Escribe una fórmula que te permita calcular la suma de las medidas de los ángulos interiores de un polígono de n lados.

3. Cecilia y Juan calculan la suma de los ángulos interiores de un hexágono. Cecilia dibujó un hexágono, lo dividió en triángulos trazando sus diagonales desde un vértice y luego multiplicó el número de triángulos que le resultó por 180° obteniendo: $4 \cdot 180° = 720°$.
Juan aplicó la fórmula: $S = (n - 2) \cdot 180°$, con $n = 6$.
   a) ¿Obtienen ambos el mismo resultado?
   b) ¿Qué relación existe entre los procedimientos utilizados por Cecilia y Juan?

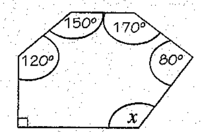
Actividad individual

1. Calcula la suma de las medidas de los ángulos interiores de un polígono de:
   a) 18 lados b) 20 lados c) 45 lados
2. En los siguientes dibujos, determina la medida del ángulo o los ángulos señalados con una letra minúscula:

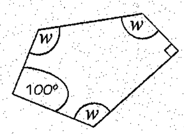
a)



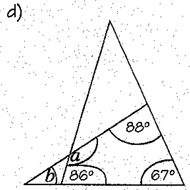
c)



b)



d)



CONEXIONES... Con Computación

Para construir un polígono en *Cabri* utiliza las siguientes instrucciones:

1) **Líneas.*Polígono***, se marca el primer vértice y se hace un clic por cada vértice deseado, terminando en el primer vértice marcado.
2) Con el puntero se puede seleccionar cualquier vértice y moverlo.
3) Con **Medir.*Distancia***, seleccionando dos vértices consecutivos se puede medir un lado cualquiera del polígono.
4) Con **Medir.*Angulo***, se puede medir cada ángulo del polígono.

Actividad grupal

1. Si conocen la suma de las medidas de los ángulos interiores de un polígono, ¿pueden averiguar el número de lados que tiene?
2. Averigüen cuántos lados tiene un polígono si la suma de las medidas de sus ángulos interiores es 1.980°.
3. Determinen el número de lados que tiene un polígono si la suma de las medidas de sus ángulos interiores es:
   a) 3.600° b) 2.520° c) 2.700°
4. ¿Es posible encontrar un polígono cuya suma de las medidas de los ángulos interiores sea 380°? Reflexionen acerca de la respuesta que obtuvieron al desarrollar este problema. Discútanlo y concluyan cuál es la condición que debe tener el valor asignado a la suma de las medidas de los ángulos interiores de un polígono.
5. Inventen un problema diferente a los anteriores en el que dada la suma de los ángulos interiores de un polígono deban determinar cuántos lados tiene el polígono.
6. Si aumenta el número de lados de un polígono:
   a) ¿Qué sucede con la suma de las medidas de sus ángulos interiores?
   b) ¿Qué sucede con la suma de las medidas de sus ángulos exteriores?
7. Si las medidas de tres de los ángulos interiores de un pentágono son congruentes y los otros dos ángulos miden 90° cada uno, ¿cuánto mide uno de sus ángulos interiores no rectos?
8. "Un cierto pentágono tiene tres ángulos interiores que son rectos". ¿Qué opinan acerca de esta afirmación? ¿Es posible que sea verdadera? ¿Por qué?

Medida de los ángulos interiores de un polígono regular

Nombra dos polígonos regulares que sean familiares para ti. ¿Cuánto mide cada uno de los ángulos interiores de estos polígonos regulares?

Para explorar

1. Completa en tu cuaderno la siguiente tabla y deduce una forma de determinar la medida de cada uno de los ángulos interiores de un polígono regular.

Nombre del polígono regular	N° de lados	Suma de las medidas de los ángulos interiores	Medida de cada ángulo interior
Triángulo equilátero	3	$1 \cdot 180° = 180°$	$\frac{180°}{3} = 60°$
Cuadrado	4	$2 \cdot 180° = 360°$	$\frac{360°}{4} = 90°$
Pentágono regular	5	$3 \cdot 180° =$	
Hexágono regular	6		
Heptágono regular			
Octágono regular			
Eneágono regular			
Decágono regular			

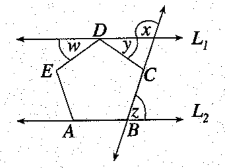
2. Escribe una fórmula que te permita calcular la medida de un ángulo interior de un polígono regular n de lados.
3. Andrés dice: "Yo uso la siguiente estrategia para determinar la medida de un ángulo interior de un polígono regular: calculo la medida del suplemento del ángulo exterior del polígono". Explica por qué el método de Andrés es válido.

Actividad individual

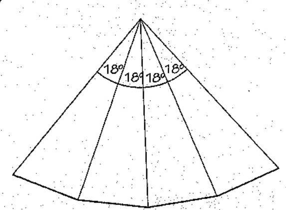
1. Calcula la medida de un ángulo interior de un polígono regular que tenga:
   a) 15 lados b) 18 lados c) 20 lados
2. Completa en tu cuaderno la siguiente tabla:

Número de lados del polígono regular	Suma de las medidas de los ángulos interiores	Medida de cada ángulo interior	Medida de cada ángulo exterior
13			
15			
	360°		
	1.440°		
		150°	

3. $ABCDE$ es un pentágono regular. $L_1 // L_2$.
   Determina las medidas de los ángulos x, y, z, w.

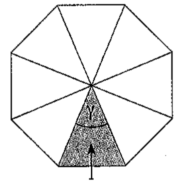


4. El dibujo muestra una parte de un polígono regular.
   Usando la información dada en la figura, determina el número de lados que tiene el polígono.



Amplía tus conocimientos

- Todo polígono regular de n lados se puede dividir en n triángulos isósceles congruentes.



Triángulo fundamental

- El vértice común a todos los triángulos isósceles es el centro del polígono y el ángulo en ese vértice, para cada triángulo isósceles, mide:

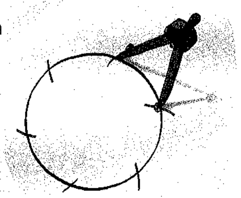
$$\gamma = \frac{360°}{n}$$

Construcción de algunos polígonos regulares

El compás, el transportador y la regla te ayudarán a construir diferentes polígonos.

Para explorar

1. Dibuja una circunferencia de radio 3 cm.
   a) Con la misma abertura del compás traza un arco, con centro en la circunferencia, que la intersecte en un nuevo punto. Repite esto hasta volver al punto de partida.
   b) Mediante segmentos, une los puntos obtenidos en a) de modo que formen un polígono.
   c) ¿Qué polígono se formó? ¿Qué relación existe entre la medida del radio de la circunferencia y la medida de los lados del polígono que te resulta?
   d) Repite esta actividad con una circunferencia de otro radio.
   e) ¿Qué conclusión puedes sacar? Compártela con tus compañeros y compañeras.
   f) ¿Cómo justificarías tu conclusión?



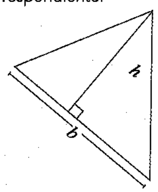
2. Construye con regla, compás y/o transportador un pentágono regular.
   Describe los pasos que seguiste para construir este polígono.
3. ¿Podrás construir un polígono regular de 7 lados con ayuda del transportador? Justifica tu respuesta.
4. Si aumentamos sucesivamente el número de lados del polígono regular, ¿a qué figura se asemeja el polígono que vas obteniendo?

CONEXIONES... Con Computación

El programa *Cabri* posee entre sus herramientas una que permite construir polígonos regulares de hasta 30 lados.

RECUERDA

Para calcular el área de un triángulo debes conocer la medida de un lado y la de la altura correspondiente:

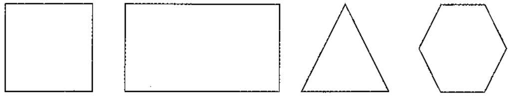


La altura la puedes dibujar con la ayuda de una escuadra.

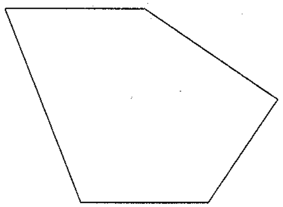
$$A = \frac{b \cdot h}{2}$$

ÁREA DE POLÍGONOS

- Usa tu regla para medir y calcula aproximadamente el área de los siguientes polígonos:



- ¿Qué estrategia usarías para calcular el área del siguiente polígono?

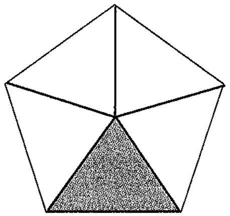


¿Pensaste que lo podías dividir en triángulos?

Usa una regla para medir y calcula aproximadamente su área.

Compara tu respuesta con las de tus compañeras y compañeros. ¿Coinciden?

- Calcula el área del siguiente pentágono regular. Descompónlo en triángulos partiendo desde el centro de él, como muestra la figura. ¿Qué medidas necesitas para calcular el área de este polígono? Usa una regla para medirlas.

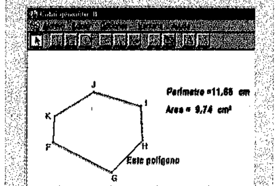


Compara tus resultados con los de tus compañeros y compañeras. ¿Obtuvieron valores cercanos? Si es que hubo diferencias, ¿a qué crees tú que podría deberse?

- El método que usaste para calcular el área del pentágono regular sirve para cualquier polígono regular.

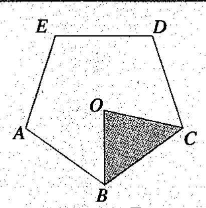
CONEXIONES... Con Computación

El programa Cabri permite medir el perímetro y el área de cualquier polígono construido con la herramienta "Polígono".

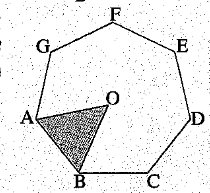


Actividad individual

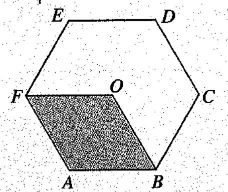
1. *ABCDE es un pentágono regular cuya área es 30 cm². Calcula el área de triángulo BOC.*



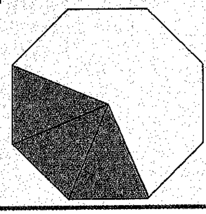
2. *ABCDEFG es un polígono regular de 7 lados (heptágono). Si el triángulo AOB tiene un área de 8,2 cm², ¿cuál es el área del polígono?*



3. *ABCDEF es un hexágono regular. Determina el área del hexágono si el área de la parte pintada es 400 cm².*



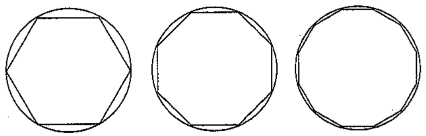
4. *El área del siguiente octágono regular es 112 m². Determina el área de la parte pintada.*



Amplía tus conocimientos

- Para calcular el área de polígonos no regulares puedes dividirlos en figuras cuyas áreas ya sabes calcular. Por ejemplo, en triángulos, cuadrados, rectángulos.

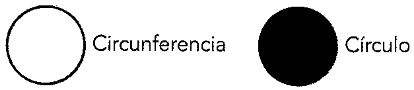
- Observa las figuras:



En la medida que aumentan los lados del polígono regular, ¿a qué figura se parece? ¿Al área de qué figura geométrica tiende el área del polígono regular?

CIRCUNFERENCIA, CÍRCULO Y ALGUNOS DE SUS ELEMENTOS

Observa las siguientes figuras:



¿En qué se diferencian un círculo y una circunferencia?

Si tuvieras que definir con tus propias palabras circunferencia y círculo, ¿cómo los definirías?

¿Te imaginas un mundo sin **círculos?**

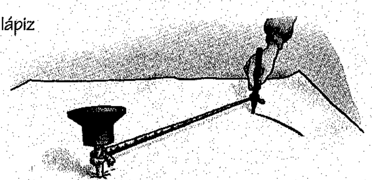
¿Qué elementos de uso diario que tengan esta forma crees que son importantes? Nombra tres que consideres relevantes.

¿Cumplirían estos elementos la misma función si tuvieran otra forma?

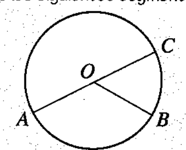
¿En qué elementos de la naturaleza distingues círculos? Comparte tus ideas con tus compañeros y compañeras.

Actividad individual

1. Dibuja una circunferencia de radio 6 cm utilizando un lápiz rojo, un chinche y un cordel.
   Pinta de azul la región obtenida. ¿A qué concepto corresponde lo pintado de azul?
   ¿A qué concepto corresponde la curva roja?



2. Usa una regla y escribe en tu cuaderno las medidas de los siguientes segmentos:



$m(\overline{OA}) =$

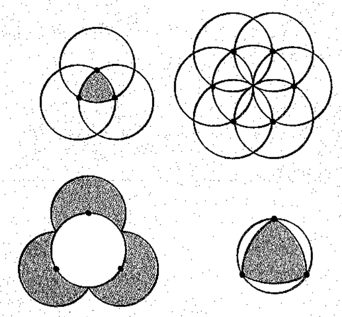
$m(\overline{OB}) =$

$m(\overline{OC}) =$

$m(\overline{AC}) =$

   a) ¿Qué pudiste observar a través de las mediciones que hiciste? Decimos que $\overline{OA}$, $\overline{OB}$ y $\overline{OC}$ son radios de la circunferencia, que O es el centro de la circunferencia y que $\overline{AC}$ es diámetro. ¿Cómo diferencias el radio y el diámetro de una circunferencia?
   b) ¿Cuántos radios puedes dibujar en una circunferencia?
   c) ¿Cuántos diámetros puedes dibujar en una circunferencia?
3. Raúl afirma que la medida del diámetro de una circunferencia es el doble de la medida del radio: $d = 2r$. ¿Estás de acuerdo? Justifica tu respuesta.
4. ¿Cuánto mide el radio de una circunferencia cuyo diámetro es 11 cm?
5. Si deseas marcar con una tiza la circunferencia que va al centro de una cancha de fútbol, ¿cómo lo haces si no tienes un compás gigante? Comenta con tus compañeras y compañeros la estrategia que usarías.

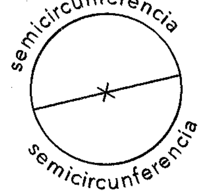
6. Reproduce, sin calcar, los siguientes dibujos usando un compás:

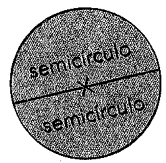


7. Si tienes un círculo de papel, ¿cómo podrías determinar su centro? ¿Y si tienes una mesa de cubierta circular?

Observa las figuras y luego responde las siguientes preguntas:

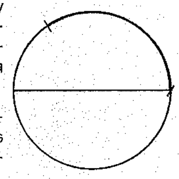
- ¿Cómo definirías una semicircunferencia?
- ¿Cómo definirías un semicírculo?





Actividad individual

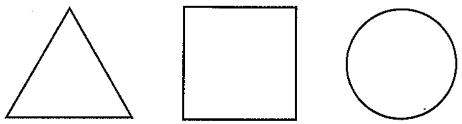
1. Dibuja en tu cuaderno, con un compás, una circunferencia.
   a) Traza su diámetro, y con lápices de diferentes colores marca cada una de las semicircunferencias.
   b) Pinta uno de los dos semicírculos que determinó el diámetro.
   c) ¿Podrías afirmar que la longitud de la semicircunferencia es siempre mayor que la medida del diámetro? ¿Por qué?
   d) Con un trozo de lana mide el diámetro y márcalo en la circunferencia como se muestra en la figura. ¿Cuántas veces está contenido aproximadamente el diámetro en la circunferencia?



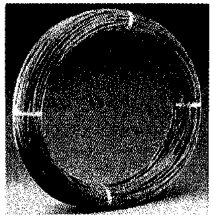
   e) Dibuja otra circunferencia y mide el diámetro con un trozo de lana. ¿Cuántas veces está contenido aproximadamente el diámetro en esta circunferencia?
   f) Compara los resultados obtenidos en d) y e). ¿Qué observas? ¿Sucederá esto en cualquier circunferencia?

LONGITUD DE UNA CIRCUNFERENCIA

- ¿Cómo calcularías el perímetro de las siguientes figuras?



Explica con tus palabras el significado del perímetro de una figura geométrica plana.



- Imagínate que vas a comprar alambre y éste se encuentra enrollado, como muestra la fotografía.

  ¿Qué estrategia usarías para calcular la cantidad de metros de alambre que contiene el rollo, sin desenrollarlo?
- Discute con tus compañeros y compañeras en qué otras situaciones creen que es necesario usar el concepto de perímetro de una circunferencia. Nombren al menos dos situaciones.

Amplía tus conocimientos

- La medida o longitud de la circunferencia recibe el nombre de perímetro de una circunferencia. Lo designaremos por la letra P.

Para explorar

1. *Elijan 4 tarros cilíndricos de diferentes tamaños. Midan en forma aproximada con una huincha el perímetro (contorno) y el diámetro de la base circular de cada tarro. Luego completen en sus cuadernos la siguiente tabla:*

Tarro de ...	Perímetro (P)	Diámetro (d)	$\frac{P}{d}$

¿Qué observan de la razón $\frac{P}{d}$ que obtuvieron entre el perímetro y el diámetro en los cuatro casos anteriores?

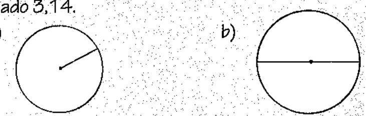
2. En una calculadora científica busquen el símbolo π (letra griega llamada Pi) y presionen la tecla correspondiente. Escriban el número que apareció en la pantalla.

   ¿Qué semejanza tiene ese número con los cocientes obtenidos en la actividad anterior?
3. *Considerando que $\pi = \frac{P}{d}$, expresen en palabras el significado de π.*

Actividad grupal

1. Para realizar la siguiente actividad necesitan un compás y un trozo de cordel.
   a) Discutan sobre la forma de utilizar el compás para obtener circunferencias de un radio determinado, y luego cada uno dibuje una circunferencia de distinto radio.
   b) Corten un cordel que tenga la longitud del diámetro de la circunferencia que dibujaron.
   c) Marque cada uno un punto en su circunferencia y a partir de él verifiquen cuántas veces está contenido el cordel en cada circunferencia.
   d) Comparen sus resultados con los de los demás compañeros y compañeras.
   e) Escriban la conclusión que observaron.
   f) ¿Cómo sugieren calcular la longitud de una circunferencia si conocen la medida de su diámetro?
   g) La conclusión que obtuvieron de esta actividad, ¿será válida para toda circunferencia, independientemente del tamaño que ésta tenga?
2. Considerando que el perímetro de una circunferencia equivale a π veces el diámetro:
   a) Expresa el perímetro (P) utilizando el número π y el diámetro (d).
   b) Expresa el perímetro (P) utilizando el número π y el radio (r).
3. Determinen la longitud de las siguientes circunferencias. Utilicen una regla para determinar las medidas que necesiten. Calcula usando para π primero la aproximación 3 y luego el valor aproximado 3,14.

   a) b)



4. Calculen la longitud de una circunferencia de radio 15 cm.
5. Calculen el diámetro de un círculo sabiendo que su perímetro es 40,82 m.
6. Si una circunferencia tiene 1 m de longitud, ¿cuál de los siguientes valores representa mejor su diámetro?
   a) 30 cm b) 10 cm c) 50 cm
7. Si una circunferencia tiene por radio 8 cm, ¿cuál de los siguientes valores representa mejor su longitud?
   a) 16 cm b) 25 cm c) 50 cm
8. a) Expresen el diámetro de un círculo en términos del número π y del perímetro (P).
   b) Expresen el radio de un círculo en términos del número π y del perímetro (P).
9. Averigüen qué significa que una bicicleta sea de aro 24. ¿De dónde viene esta medida? Coméntenlo con sus compañeros y compañeras.

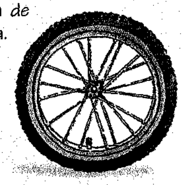
CONEXIONES...
Con la historia

- Los primeros valores aproximados del número π fueron calculados en el siglo XVII a. de C. en Egipto.
- Luego, Arquímedes de Siracusa, matemático griego que vivió en el siglo III a. de C., descubrió que la razón entre la longitud de una circunferencia y su diámetro estaba comprendida entre los números $3\frac{10}{71}$ y $3\frac{1}{7}$, que corresponden a los decimales 3,14084507... y 3,142857...

  Él llegó a esta aproximación considerando el perímetro de un polígono regular de 96 lados. Un polígono con esta cantidad de lados se parece bastante a una circunferencia.

10. Una rueda de bicicleta tiene un radio de 30 cm. Determinen el perímetro de la rueda.

11. Midan la distancia que recorre la rueda de una bicicleta al dar una vuelta completa. ¿Puedes relacionar esta distancia con el perímetro?

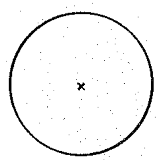


12. ¿Cuál es el diámetro de una rueda si en una vuelta se desplaza un metro?

13. Investiguen sobre el significado de los números referidos a:
   a) Los cuellos de las camisas de vestir para hombres.
   b) Los neumáticos de un auto.
   c) Los anillos para los dedos de las manos.
   ¿Tienen alguna relación con lo que saben de circunferencia?

Para explorar

1. Observa la circunferencia:
   a) Sin medir, ¿cuánto estimas que es su longitud?
   b) Comenta con tus compañeras y compañeros la estrategia que usaste para tu estimación.
   c) ¿Cómo verificarías si tu estimación fue adecuada?
   d) Calcula la longitud de la circunferencia dibujada.



2. Estima el perímetro del plato que tú usas habitualmente para comer. Luego verifica midiendo simplemente el contorno. ¿Cómo estuvo tu estimación?

3. Elige a cinco compañeros o compañeras para desarrollar las siguientes actividades:
   a) Mide la distancia que cubre cada uno de ellos con los brazos estirados (envergadura).
   b) ¿Cuál es la máxima longitud que pueden cubrir estos cinco compañeros o compañeras con sus manos tomadas?
   c) Estima el diámetro de la circunferencia que forman ellos con sus manos tomadas.
   d) Verifica tu estimación haciendo la circunferencia y midiendo el diámetro.

4. Sin medir dibuja con tu compás una circunferencia cuya longitud sea aproximadamente 14 cm. Luego, mide y verifica si la abertura del compás fue la adecuada.

5. Repite la actividad anterior pero para una circunferencia cuya longitud sea aproximadamente 20 cm. ¿Cómo estuvo esta vez tu estimación?

Actividad individual

1. Si para una circunferencia se ha obtenido:

$$P = 8\pi \text{ m}$$

   a) ¿Qué representa 8 m?
   b) ¿Cuánto mide el radio de esta circunferencia?

2. Completa en tu cuaderno la medida que falta, considerando que r = radio, P = perímetro y d = diámetro.
   a) $r = \frac{1}{2}$ cm
   $P =$
   c) $d = 11{,}2$ m
   $P =$
   b) $P = 8\pi$ m
   $d =$
   d) $P = 12\pi$ cm
   $r =$

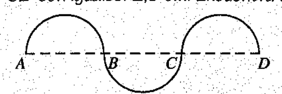
3. Si la longitud de una circunferencia es 28,26 metros, determina el diámetro de la circunferencia.

4. Si la longitud de una circunferencia es 37π metros, ¿cuál es el radio de la circunferencia?

5. Dibuja, usando el compás, una circunferencia cuya longitud sea igual a 50,24 cm. Explica en forma clara y coherente el proceso utilizado.

6. Una oveja está atada a un árbol con una cuerda que mide tres metros de longitud. ¿Cuántos metros recorre aproximadamente la oveja si da una vuelta completa alrededor del árbol con la cuerda estirada?

7. La siguiente curva está formada por tres semicircunferencias. Las medidas de $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ y $\overline{CD}$ son iguales: 2,5 cm. Encuentra la longitud de la curva.

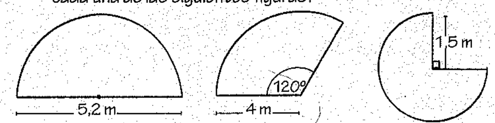


8. Un atleta debe correr 500 metros en una pista circular de radio 15 metros. ¿Cuál es el menor número de vueltas que debe dar a la pista para cumplir su meta?

9. ¿Qué distancia recorre una bicicleta cuya rueda tiene un diámetro de 50 cm si la rueda da una vuelta completa? ¿Cuántas vueltas debe dar la rueda de esta bicicleta para recorrer una distancia de 500 metros?

10. El diámetro de una rueda de los camiones que usan en la minería es 3.579 mm. Determina qué distancia recorre esa rueda en una vuelta completa. Expresa tu resultado en metros.

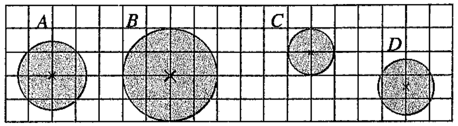
11. a) ¿Qué parte de la circunferencia es la línea curva de cada una de las siguientes figuras?



   b) Calcula el perímetro de cada figura.

ÁREA DE UN CÍRCULO

Observa las siguientes figuras y estima las áreas de cada círculo, considerando que $\square$ = 1 u²:



a) ¿Cuál crees que tiene menor área? ¿Y cuál mayor?

b) ¿Cuál te parece que es el valor más cercano al área del círculo C?

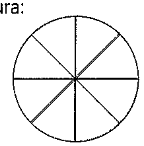
I) 1 u^2 II) 3 u^2 III) 4 u^2

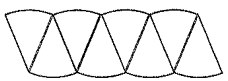
c) ¿Cuál es el área del círculo B aproximadamente?

d) ¿De qué manera podrías mejorar este método para obtener un valor más exacto para el área de un círculo?
¿Es posible relacionarla con el área de un polígono regular de muchos lados?

Para responder estas preguntas realiza la siguiente actividad:

En una hoja y con un lápiz rojo dibuja un círculo de 5 cm de radio. Con un lápiz azul, divídelo interiormente en ocho partes iguales, luego corta cada una de las ocho partes y cálzalas, como muestra la figura:

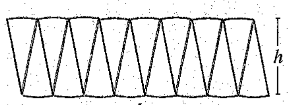




Imagínate que repites este proceso dividiendo el círculo en un mayor número de partes iguales (16, 32, 64, etc.). ¿A qué cuadrilátero se asemejaría la figura obtenida al calzar las piezas?

¿Qué dimensiones tendría el cuadrilátero considerando que el círculo original tiene 5 cm de radio? $2\pi r$ r 2 πr^2

Para explorar



Un círculo se ha dividido en 16 partes iguales, con las que se ha formado la figura de la derecha, que es casi igual a un paralelogramo.

a) ¿Cómo son entre sí el área del círculo y el área del paralelogramo?

b) ¿A qué elemento de la circunferencia corresponde la altura h del paralelogramo?

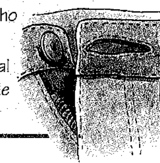
c) ¿A qué fracción de la longitud de la circunferencia corresponde la longitud b de la línea roja?

d) Si traduces esta área del paralelógramo usando los elementos de la circunferencia, ¿cómo escribirías la fórmula para calcular el área del círculo?

Actividad individual

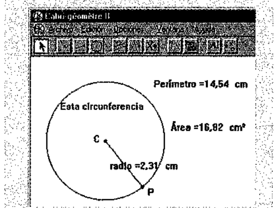
1. Calcula el área de un círculo de 12 cm de diámetro.
2. Si el área de un círculo es 36π m², ¿cuánto mide su radio?
3. Si el área de un círculo es 169π cm²:
   a) ¿Cuál es su radio?
   b) ¿Cuál es el diámetro?
   c) ¿Cuál es el perímetro?
4. ¿Cuál te parece que es el valor que mejor representa el área de un círculo de 2m de diámetro?
   a) 3 m² b) 8 m² c) 15 m²
5. Si un círculo tiene aproximadamente 13 cm² de área, ¿cuál de los siguientes valores representa mejor su radio?
   a) 6 cm b) 2 cm c) 10 cm
6. Si el área de un círculo es 100π m², ¿cuánto mide su diámetro?
7. Completa en tu cuaderno las medidas que faltan, considerando que r = radio, d = diámetro, P = perímetro, A = área.
   a) r = 6 cm
   d =
   P =
   A =
   b) r =
   d = 12 cm
   P =
   A =
8. ¿Qué distancia recorre el extremo del minutero de un reloj entre las tres y las nueve, sabiendo que este minutero mide 0,7 cm de largo?
9. Una pizza de 16 cm de radio alcanza para dos personas. ¿Qué diámetro aproximado debe tener una pizza para que alcance para 4 personas si las porciones son iguales a las anteriores?
10. Un cuadrado y un círculo tienen por perímetro 8 cm. ¿Cuál de ellos tiene mayor área? Justifica tu respuesta.

11. Si dispusieras de 20 m de reja y quieres cerrar un área para que juegue tu perro, ¿la harías cuadrada o circular? Considera que el objetivo es que tu perro disponga del máximo espacio.
12. Francisca hará un mantel para su mesa circular, que tiene un contorno de 5 m. Ella quiere que el mantel puesto en la mesa cuelgue 40 cm por cada lado. ¿Qué diámetro debe tener el mantel aproximadamente?
13. ¿Cuál es el área máxima que puede tener un espejo circular para que pase por una ventana de 70 cm de ancho por 1,5 m de alto?
14. ¿Cuál es el largo mínimo apropiado que debe tener un ojal para que pueda abrochar un botón circular de 3 cm² de área?



CONEXIONES... Con CABRI

La figura muestra cómo el programa Cabri permite obtener el perímetro y el área de un círculo.



Amplía tus conocimientos

Área de un círculo

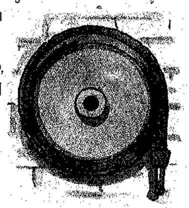
- Para calcular el área (A) de un círculo de radio r puedes utilizar la siguiente fórmula:
  $A = \pi r^2$

Para explorar

1. Renato es un gran carpintero y le han encargado fabricar una mesa circular en que cómodamente puedan comer ocho personas. Tiene definidos los materiales que usará y también el diseño. Lo que le falta por establecer es el tamaño que debe tener la mesa para que cumpla con los requisitos pedidos.
   a) Discute con tus compañeros y compañeras qué estrategia puede usar Renato para determinar el tamaño de la mesa.
   b) ¿Cuál es la medida adecuada que debe tener el diámetro de la mesa para sentar cómodamente a 8 personas?
   c) ¿Cuál es el área de la mesa?

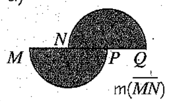
Actividad grupal

1. Renato quiere barnizar la cubierta de una mesa circular de 1 m de diámetro. Tiene un tarro de barniz al cual le queda sólo un cuarto de su contenido, y en el envase dice que el contenido del tarro rinde aproximadamente 12 m^2. ¿Será suficiente esta cantidad de barniz para hacer el trabajo, considerando que la cubierta debe ser barnizada con 2 capas de barniz por ambos lados? Justifiquen su respuesta con sus cálculos.



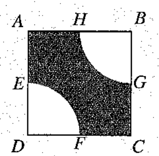
2. Una manguera de jardín se guarda enrollada alrededor de un objeto cilíndrico, como muestra la figura. Si la manguera mide 12 m, ¿qué diámetro debe tener el cilindro de modo que para guardar la manguera sólo deba dar 6 vueltas?
3. Calculen el área y perímetro de las partes pintadas de las figuras. Consideren $\pi = 3,14$.

a)



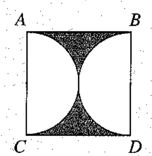
$m(\overline{MN}) = m(\overline{NP}) = m(\overline{PQ}) = 15$ cm

b)



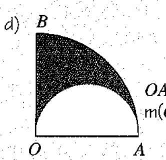
$ABCD$ es un cuadrado de lado 6,8 cm.
E, F, G, H son puntos medios de los lados.

c)



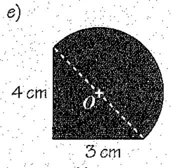
$ABCD$ es un cuadrado.
$m(\overline{AB}) = 6$ cm

d)

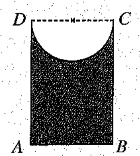


OA es diámetro de la circunferencia.
$m(OB) = m(OA) = 4$ cm

e)



f)



$ABCD$ rectángulo
$AB = \frac{2}{3} BC$
$AB = 4$ cm

4. Copien en sus cuadernos la siguiente tabla y complétenla:

Radio	Diámetro	Perímetro	Área
1	2	2π	1π
2	4	4π	4π
3	6	6π	9π
4	8		
5	10		
6			
			169π
		32π	
			289π
	48		

a) ¿Qué relación pueden establecer entre el perímetro del círculo y su radio? Usando esta relación, ¿cuál es el perímetro de un círculo cuyo radio mide 18 cm? ¿Y de uno cuyo radio mide 36 cm?

b) ¿Qué relación pueden establecer entre el área de un círculo y su radio? Usando esta relación, ¿cuál es el área de un círculo cuyo radio mide 15 m? ¿Y de uno cuyo radio mide 7 m?

c) Si duplican el radio de un círculo, ¿cómo aumenta el perímetro correspondiente? ¿Es posible afirmar que la relación entre el radio y el perímetro correspondiente es proporcional? ¿Por qué?
Si triplican el radio, ¿se dará la misma relación?

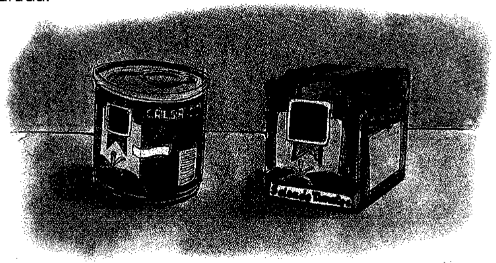
d) Si duplican el radio de un círculo, ¿cómo aumenta el área correspondiente? ¿Es posible afirmar que la relación entre el radio y el área correspondiente es proporcional? ¿Por qué?
Si triplican el radio, ¿se dará la misma relación?

5. El radio de una rueda mide 30 cm.
   a) ¿Qué distancia recorre la rueda al dar una vuelta completa?
   b) ¿Cuántas vueltas completas da la rueda si recorre un kilómetro?
   c) ¿Qué distancia recorre la rueda si ha dado 100 vueltas completas?
6. Si el área de un círculo M es 4 veces el área de un círculo N, y el diámetro del círculo M mide 15 cm, encuentren la medida del diámetro de N.
7. ¿Cuántos cuadrados cuyos lados midan 12 cm son necesarios para cubrir un área circular cuyo radio mide 6 m? Aproximen su respuesta a la unidad.
8. Calculen en cuántos metros cuadrados se diferencian las áreas de dos círculos sabiendo que la diferencia entre sus perímetros es de 2 cm y que el perímetro del menor de ellos es 58 cm.

12.2 UNIDAD 5 – VOLÚMENES

CUERPOS GEOMÉTRICOS

Rodrigo necesita envasar salsa de tomates. Debe decidir si la envasará en un tarro de forma cilíndrica o en una caja que tiene su base cuadrada.

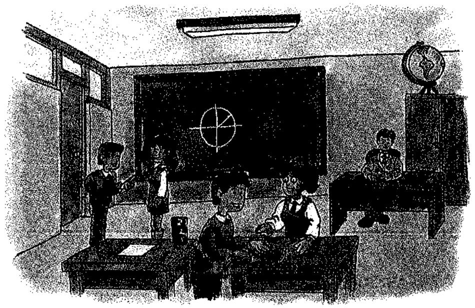


El diámetro del tarro y el ancho de la caja miden 6 cm y la altura de cada uno es de 7 cm. El precio de fabricación de los envases es el mismo. Luego, lo que tendrá que tomar en cuenta Rodrigo es cuál de los 2 envases tiene mayor capacidad.

Ayuda a Rodrigo a tomar su decisión. ¿Cuál crees tú que es el envase que tiene mayor capacidad? Fundamenta tu respuesta.

Como ves, en este tipo de situaciones es necesario recurrir a conceptos geométricos que aprenderás en esta Unidad.

- Si miramos a nuestro alrededor, vemos que todo está compuesto por cuerpos, algunos de formas muy complejas, como una planta, y otros de aspecto geométrico muy simple, como un envase de cartón o una pelota de tenis. Todos estos cuerpos ocupan parte del espacio se dice que son tridimensionales.



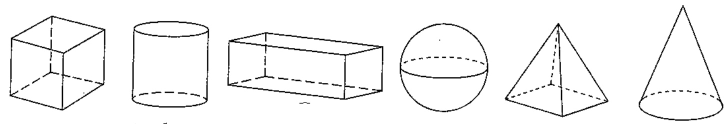
Mira el entorno de tu sala de clases y haz una lista de al menos 10 objetos tridimensionales. Compártela con tus compañeros y compañeras y escriban en el pizarrón los objetos mencionados.

Si tuvieras que agruparlos, ¿qué aspectos o características tomarías en cuenta?

Quizás te fijaste cómo eran sus caras. Te encontraste con objetos de caras planas y otros de caras curvas, como la tiza. Esto te da un criterio para clasificar los cuerpos geométricos.

CLASIFICACIÓN DE CUERPOS GEOMÉTRICOS

Observa los siguientes cuerpos geométricos:



a *b* *c* *d* *e* *f*

Si tuvieras que formar con ellos dos grupos, ¿qué criterio usarías?

¿Observaste que algunos de los cuerpos geométricos tienen sus caras planas y que otros tienen una de sus caras curvas? Este criterio permite clasificar a los cuerpos geométricos en **poliedros** y **cuerpos redondos.**

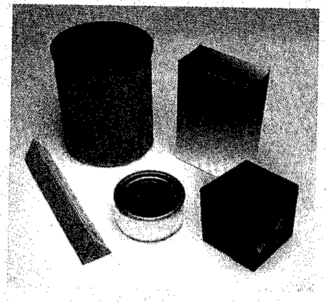
Escribe la letra correspondiente de aquellos cuerpos geométricos que son poliedros y de aquellos que son cuerpos redondos.

Amplía tus conocimientos

- La palabra **poliedro** deriva del griego:
  poli = muchas *edro* = caras

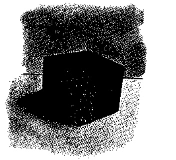
Actividad individual

1. Clasifica los siguientes objetos en **poliedros** y **cuerpos redondos.**

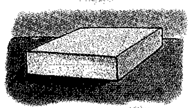


2. Nombra al menos tres objetos, de tu entorno, que correspondan a poliedros.
3. Nombra al menos tres objetos, de tu entorno, que correspondan a cuerpos redondos.
4. Clasifica en poliedros o cuerpos redondos los siguientes objetos:
   a) Caja de fósforos
   b) Pelota de pimpón
   c) Caja para guardar los discos compactos
   d) Lata de bebida
   e) Dado
5. Piensa y responde:
   a) ¿Qué diferencia hay entre un polígono y un poliedro?
   b) ¿Es un círculo un cuerpo redondo?

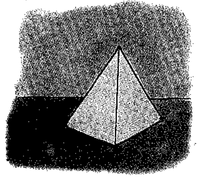
A.



B.



C.



Poliedros

En el poliedro A las **aristas** están marcadas de color rojo.
En el poliedro B las **caras** están pintadas de color amarillo.
En el poliedro C los **vértices** están marcados de color verde.
De acuerdo con esta información, ¿cómo definirías las aristas, las caras y los vértices de un poliedro?

Actividad individual

¿Cuál o cuáles de las siguientes afirmaciones son verdaderas?

a) *El poliedro A tiene 6 aristas, 6 caras y 6 vértices.*

b) *Vértice, arista y cara de un poliedro son punto, segmento y polígono, respectivamente.*

c) *A todo vértice de un poliedro concurren exactamente 3 aristas.*

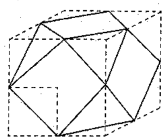
d) *Dos caras cualesquiera de un poliedro tienen una arista común.*

Poliedros regulares

Los poliedros podemos clasificarlos en poliedros **regulares** y poliedros **no regulares**.

Para explorar

1. *Recorta en cartulina 12 triángulos equiláteros cuyos lados midan 8 cm.*
   a) *Construye un poliedro usando 4 de estos triángulos equiláteros como caras (puedes hacerlo con cinta adhesiva). ¿Cuántas aristas tiene el poliedro que construiste? ¿Y cuántos vértices?*
      i) *Marca con un lápiz de color uno de sus vértices. ¿Cuántas aristas concurren a ese vértice? ¿Sucede lo mismo con los otros vértices? ¿Cuánto suman las medidas de los ángulos que concurren al vértice que elegiste? ¿Es la suma la misma en cada uno de los vértices del poliedro que construiste?*
      ii) *Dibuja la red que te permite construir este poliedro.*
      El poliedro que construiste se llama **tetraedro** *(del griego tetra = cuatro, edro = caras).*
   b) *Construye un poliedro usando 6 de los triángulos equiláteros.*
      ¿Cuántas aristas tiene el poliedro que construiste? ¿Y cuántos vértices?
      i) *Marca con un lápiz de color uno de sus vértices. ¿Cuántas aristas concurren a ese vértice? ¿Ocurre lo mismo en los vértices restantes? ¿Cuánto suman las medidas de los ángulos que concurren al vértice que elegiste? ¿Es la suma la misma en cada uno de los vértices del poliedro que construiste?*
      ii) *Dibuja la red que te permite construir este cuerpo geométrico.*
2. *Los* **poliedros regulares** *o* **sólidos platónicos** *son aquellos poliedros que cumplen con las siguientes condiciones:*
   1° Todas sus caras son polígonos regulares.
   2° Todas sus caras son congruentes entre sí.
   3° En cada vértice concurre el mismo número de aristas.
   ¿Cuáles de estas propiedades cumple el sólido dibujado en color rojo? ¿Es regular?



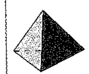
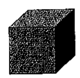
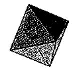
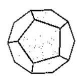
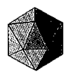
3. *Averigua si a partir de 8 triángulos equiláteros se puede construir un sólido platónico. Justifica tu respuesta.*
4. *Construye un cuerpo geométrico usando 6 cuadrados de lado 8 cm. ¿Cuál es el nombre que se usa comúnmente para denominar a este poliedro regular?*
   También se conoce como **hexaedro regular**. *¿Por qué crees tú que se llama así?*
   Explica por qué este poliedro es un sólido platónico.
5. *Pablo dice que a partir de pentágonos regulares se puede construir un poliedro que también es regular. ¿Estás de acuerdo con Pablo? ¿Por qué?*

CONEXIONES...
Con Internet

- Para investigar sobre los poliedros regulares visita el sitio web: www.peda.com/poly

Actividad individual

1. *Copia en tu cuaderno la siguiente tabla y complétala:*

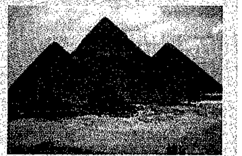
Poliedro regular	Dibujo	Número de Caras	Número de Aristas	Número de Vértices	N° de ángulos que concurren a un vértice	Medida de un ángulo que concurre a un vértice	Suma de las medidas de los ángulos que concurren a un vértice
Pirámide triangular o tetraedro regular							
Cubo o hexaedro regular							
Octaedro regular							
Dodecaedro regular							
Icosaedro regular							

Observando la tabla anterior, responde:
¿Qué condición debe cumplir la suma de las medidas de los ángulos que concurren a un vértice de un poliedro regular? Justifica tu respuesta.

2. *Jaime dice que es posible construir un poliedro regular a partir de hexágonos regulares. ¿Estás de acuerdo con Jaime? ¿Por qué?*
3. *Investiga si es posible construir algún otro poliedro regular.*

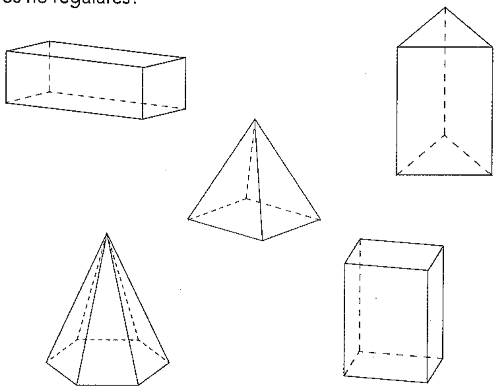
CONEXIONES...
Con la sociedad

- Diversas civilizaciones construyeron en el pasado monumentos en forma de pirámide, pero sin duda las más famosas son las que se encuentran en Gizeh, cerca de El Cairo en Egipto. Las de mayor tamaño son las de Keops, Kefrén y Micerinos.



Poliedros no regulares

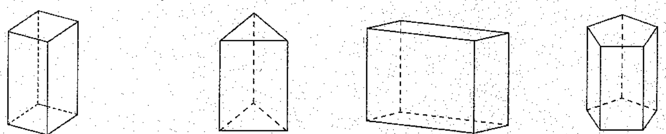
Observa los siguientes poliedros. ¿Por qué crees tú que son poliedros no regulares?



Entre los poliedros se distinguen dos grandes grupos: los **prismas** y las **pirámides**.

Actividad individual

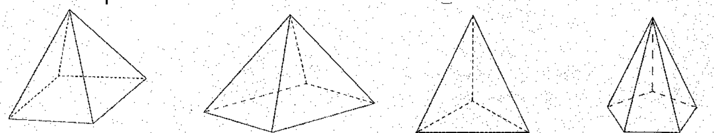
1. *Completa en tu cuaderno los nombres de los siguientes poliedros según la información dada y responde:*
   a) *Los siguientes poliedros son* ***prismas*** *y se nombran de acuerdo con sus caras basales:*



Prisma de base cuadrada ________ ________ ________

¿Cómo definirías un prisma?
¿Cómo son las caras laterales de los prismas dibujados?

   b) *Los poliedros a continuación son* ***pirámides*** *y se denominan según su base, el vértice que no está en la base se llama* ***cúspide****.*



Pirámide de base cuadrada ________ ________ ________

¿Cómo definirías una pirámide?
¿Cómo son las caras laterales de las pirámides dibujadas?

2. *Completa en tu cuaderno la siguiente tabla:*

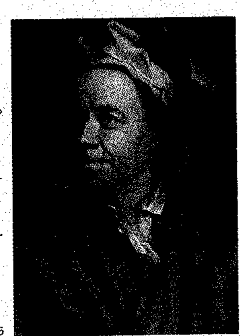
Cuerpo geométrico	Dibujo	N° de caras	N° de vértices	N° de aristas
Cubo		6	8	12
Prisma rectangular				
Prisma triangular				
Prisma pentagonal				
Pirámide triangular				
Pirámide cuadrada				
Pirámide rectangular				
Pirámide pentagonal				

Observa los tres valores numéricos en cada fila e intenta descubrir una igualdad que los relacione.
Esta relación la descubrió Leonhard Euler.

Amplía tus conocimientos

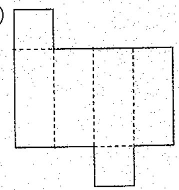
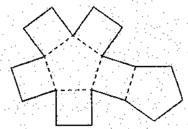
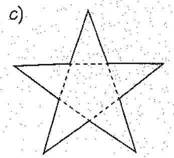
- Un prisma de base y caras rectangulares se llama **paralelepípedo recto** y cualquiera de sus caras puede considerarse como base.

3. *Escribe una pequeña biografía de Leonhard Euler.*
4. *¿Existe algún prisma que sea también poliedro regular? ¿Y alguna pirámide?*
5. *Dibuja un prisma y ubica en él sus bases y una cara lateral.*
6. *Dibuja una pirámide y ubica en ella su base, una cara lateral y su cúspide.*

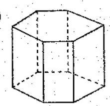
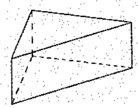
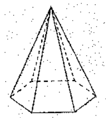


Leonhard Euler.

7. *Identifica a qué cuerpos geométricos pertenecen las siguientes redes:*

a)  b)  c) 

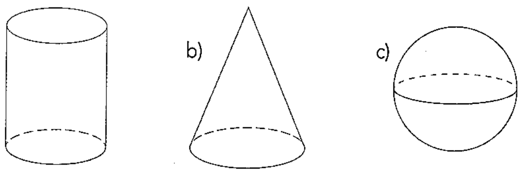
8. *Dibuja una red para cada uno de los siguientes poliedros:*

a)  b)  c) 

Cuerpos redondos

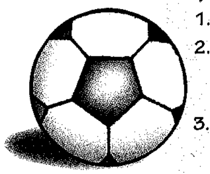
Observa los siguientes cuerpos redondos. ¿Qué nombre recibe cada uno de ellos?

a) b) c)

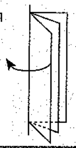


¿Por qué crees tú que se denominan cuerpos redondos?
¿Cuántas caras planas tiene cada uno?

Actividad individual

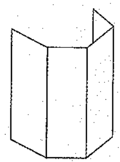


1. Nombra al menos 3 objetos de tu entorno que tengan forma de: cono, cilindro y esfera.
2. Observa una pelota de fútbol reglamentaria.
   a) ¿Está formada por polígonos? Explica.
   b) ¿Crees que una pelota de fútbol es un poliedro o una esfera? Justifica tu respuesta.
3. Cuando una región plana se hace rotar en torno a uno de sus lados, se genera un cuerpo de tipo redondo.
   a) Si rotaran un rectángulo en torno a uno de sus lados, ¿qué cuerpo se generaría?
   b) ¿A qué elementos de este cuerpo corresponden los lados del rectángulo?
   c) ¿Cómo pueden generar un cono y una esfera?

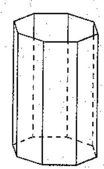


Para explorar

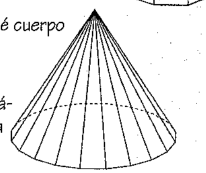
Para realizar la siguiente actividad necesitas una hoja tamaño carta.



1. Dobla la hoja de papel dos veces, como muestra la figura, e imagina que los rectángulos formados son las caras laterales de un prisma.
2. Repite esta acción todas las veces que puedas.
   En la medida que la acción de doblar el papel se repite, ¿qué puedes decir acerca del número de caras laterales del prisma que se va generando?

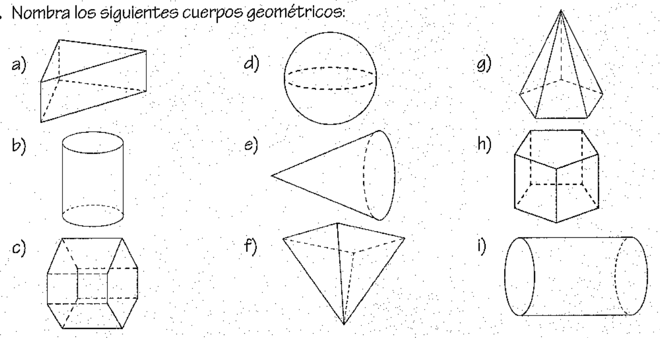


3. ¿Qué puedes decir de la base del prisma que se va generando en la medida que doblas muchas veces el papel?
   a) Si el número de dobleces aumenta cada vez más, ¿a qué cuerpo redondo se va asemejando el prisma?
   b) Explica la conclusión que obtuviste.
4. ¿A qué cuerpo geométrico crees tú que se parece una pirámide de base regular si dobláramos repetidamente cada cara lateral?



Actividad individual

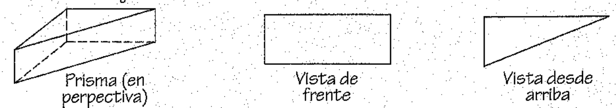
1. Nombra los siguientes cuerpos geométricos:



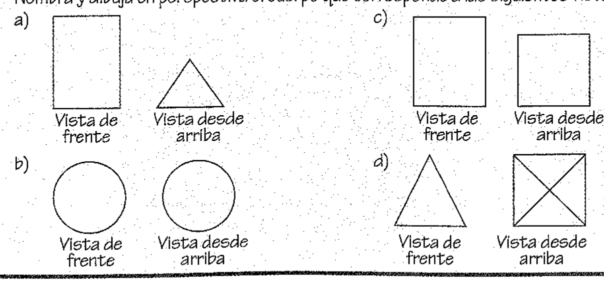
2. Indica a qué cuerpos geométricos se asemejan los siguientes objetos:

a) Televisor	f) Manguera	k) Flauta
b) Caja de fósforos	g) Barquillo de helado	l) Planetas
c) Cuchuflí	h) Máquina de lavar	m) Libro
d) Alfajor	i) Palo de fósforo	n) Refrigerador
e) Olla	j) Pino de navidad	

3. Nombra los diferentes cuerpos que componen los siguientes objetos:
   a) Alfiler
   b) Lápiz a mina con punta
   c) Instrumento musical llamado batería
   d) Barquillo con copo de helado
4. Piensa y responde:
   a) ¿Por qué un cilindro no se considera un poliedro?
   b) ¿Qué característica comparten conos y pirámides?
5. Además de los dibujos en perspectiva, una forma de visualizar un cuerpo consiste en hacer dibujos, llamados **vistas**, que muestran cómo se ve "de frente", desde arriba o desde un lado, por ejemplo desde el lado derecho.
   A continuación se muestra un prisma cuya base es un triángulo rectángulo, la vista de frente y la vista desde arriba:

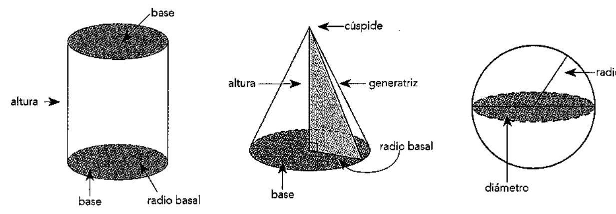


Nombra y dibuja en perspectiva el cuerpo que corresponde a las siguientes vistas:

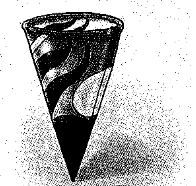


Elementos de los cuerpos redondos

Observa los elementos de los cuerpos redondos:



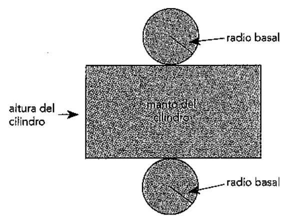
Para explorar



1. a) Saquen la etiqueta de algún tarro de conservas cilíndrico. ¿A qué polígono corresponde esta etiqueta? Comparen su respuesta con la de otros grupos.
   b) Saquen la etiqueta de un barquillo con helado como el de la figura. ¿Qué forma tiene al abrirla? ¿Puedes construir un cono agregando la tapa circular del envoltorio del helado?
2. Cada uno dibuje un círculo de 5 cm de radio, recórtenlo y luego construyan un cilindro usando este círculo como base.
   a) Comparen los cilindros construidos. ¿Son todos iguales?
   b) ¿Qué dato habría que agregar para que todos los cilindros construidos fuesen iguales?
   c) Si usaras el círculo anterior como base de un cono, ¿cuántos conos distintos podrías construir?
   d) ¿Cuáles son los datos necesarios para que al construir un cilindro o un cono éste sea único?

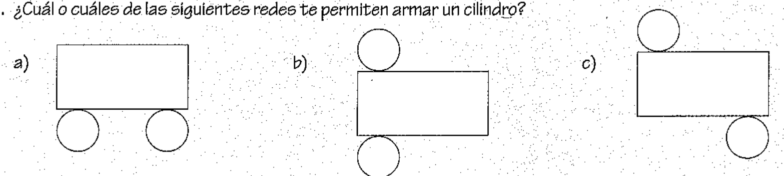
Cilindro

Observa la red del cilindro y sus elementos:



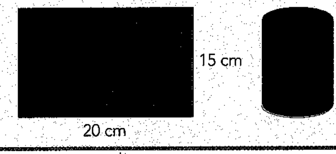
Actividad grupal

1. ¿Cuál o cuáles de las siguientes redes te permiten armar un cilindro?



2. Construyan un cilindro de 15 cm de altura cuya base tenga un diámetro de 10 cm. Describan los cálculos que deben realizar para construirlo.

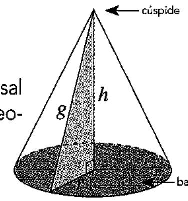
3. Construyan un cilindro usando para su manto una hoja de 15 × 20 cm, como muestra la figura, de manera que el lado de 15 cm de la hoja corresponda a la altura del cilindro.
   a) ¿Cuál es el perímetro de la base de este cilindro?
   b) ¿Cuál es el radio basal de este cilindro?
   c) Si construyeran otro cilindro con el lado de 20 cm de la hoja como altura, ¿cuánto mediría el radio de la base de este nuevo cilindro?



Cono

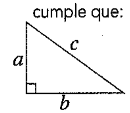
Observa los elementos del cono.

La altura (h), la generatriz (g) y el radio basal (r) de un cono están relacionados por el Teorema de Pitágoras.



Recuerda

- En un triángulo rectángulo se cumple que:

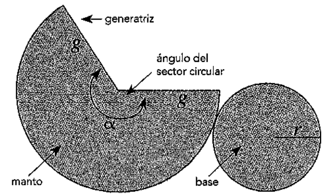


$$a^2 + b^2 = c^2$$

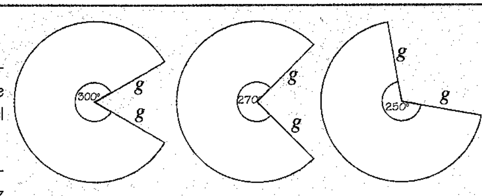
Actividad individual

1. Si la altura de un cono es 12 cm y su radio basal mide 9 cm, ¿cuánto mide la generatriz?
2. Si el perímetro basal de un cono es 6π cm y su generatriz mide 5 cm, calcula la altura de este cono.

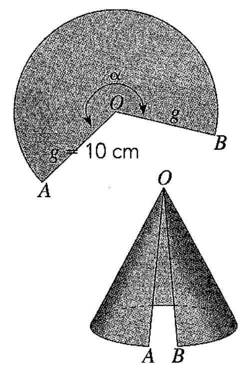
La red para construir un cono muestra que el manto del cono se obtiene de un sector circular cuyo radio es la generatriz del cono. ¿Por qué?



Para explorar



1. Las siguientes redes sirven para construir el manto de un cono. ¿Con cuál de ellas crees tú que se puede construir el cono de mayor altura?
2. ¿Cómo se relaciona el ángulo del sector circular con la altura del cono si la generatriz se mantiene constante?
3. Construye un cono cuya generatriz mida 20 cm, de manera que su altura sea la mayor posible. ¿Cómo elegirías el ángulo del sector circular que permite construir el manto de este cono?
4. Construye un cono usando como base un círculo de radio 6 cm de manera que su altura sea aproximadamente 15 cm. Describe los cálculos que debes hacer para construir este cono.
5. a) Construye un cono cuyo perímetro basal mida 5π cm. Compara tu cono con el de otros compañeros y compañeras. ¿Qué observas?
   b) ¿Qué otro dato deberías tener para que todos los conos fuesen iguales?



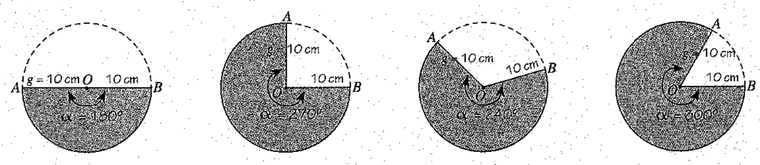
Para construir con precisión la red de un cono, Macarena recortó un sector circular como el dibujado. Después de pegar los radios $\overline{OA}$ y $\overline{OB}$, ella escribió las siguientes conclusiones:

1. El borde del manto se debe ajustar exactamente al borde de la base.
2. La longitud del borde del manto es igual a la medida del arco AB del sector circular.
3. La medida del arco AB depende de la medida del ángulo α del sector circular.

Analiza y discute con tus compañeras y compañeros cada conclusión que anotó Macarena. ¿Estás de acuerdo con ellas?

Para explorar

1. *Observa las siguientes redes para obtener el manto de un cono. Considera que el radio de cada sector es g = 10 cm.*



Para cada caso responde las siguientes preguntas:

a) ¿Cuál es la razón entre α y 360°?

b) ¿Qué parte de la circunferencia de radio g es el arco AB?

c) Calcula la longitud de la circunferencia de radio g. ¿Cuánto mide el arco AB en cada caso?

d) ¿Cuánto debe ser el perímetro basal de cada cono construido? ¿Cuánto mide cada radio basal?

2. Según lo anterior, explica el significado de las siguientes expresiones:

a) $\frac{\alpha}{360°} \cdot 2\pi g$ b) $\frac{\alpha}{360°} \cdot 2\pi g = 2\pi r$

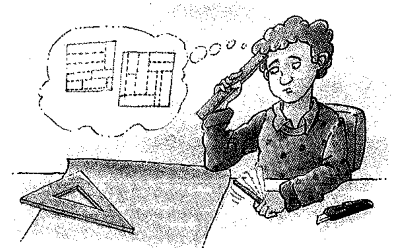
¿Puedes escribir la expresión b) en forma más simple?

Actividad individual

1. Si la medida del ángulo del sector circular es 210° y la medida de la generatriz es 20 cm, determina la medida del radio basal del cono.
2. Si la altura de un cono es 12 cm y la medida del radio basal es 5 cm, determina la medida del ángulo del sector circular.
3. Construye un cono de altura 12 cm cuya generatriz mida 15 cm. Describe cada uno de los cálculos que tuviste que hacer para construir el cono.

MEDIDA DE LA SUPERFICIE DE CUERPOS GEOMÉTRICOS

Área total de prismas



Francisco ha comprado un regalo para su hermano y desea colocarlo en una caja de cartulina que él mismo fabricará. Ésta debe medir 10 cm de altura, 20 cm de ancho y 30 cm de largo, con todas sus caras rectangulares. Francisco tiene un pliego de cartulina de 50 cm × 40 cm y para el mejor aprovechamiento del material decide cortar cada cara de la caja por separado, para luego unirlas con una cinta adhesiva. ¿Tendrá cartulina suficiente?

Propón una forma de dividir la cartulina para construir la caja con esas medidas y compárala con las de tus compañeros y compañeras.

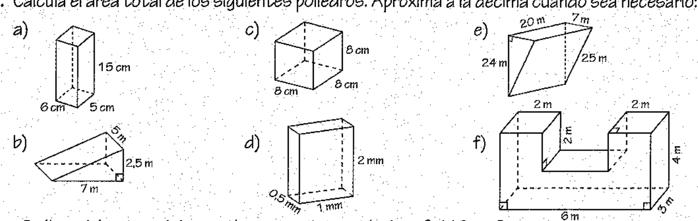
Calcula el área de la cartulina y la suma de las áreas de cada cara de la caja que desea hacer Francisco. ¿Qué concluyes?

Amplía tus conocimientos

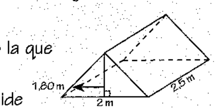
- La **medida de la superficie** o **área total** de un cuerpo geométrico es la suma de las áreas de las caras que forman el cuerpo.

Actividad individual

1. Calcula el área total de los siguientes poliedros. Aproxima a la décima cuando sea necesario:



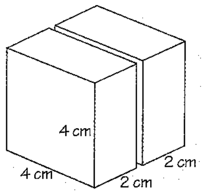
2. ¿Cuál es el área total de un cubo cuya arista mide 1 cm? ¿Y 2 cm?
3. a) Si duplicas la medida de la arista de un cubo, ¿cómo aumenta su área total?
   b) Si la triplicas, ¿cómo aumenta su área total?
   c) ¿Qué puedes concluir?
   d) ¿Podrías predecir qué sucederá si quintuplicas la arista del cubo? Verifica tu predicción con un ejemplo.
4. El área total de un cubo es 216 cm². ¿Cuál es la medida de su arista?
5. ¿Cuál es el área total de la caja de un disco compacto cuyo largo es 14,3 cm, ancho 12,5 cm y altura 1 cm?
6. Calcula el área total de un frasco de perfume que tiene forma de un prisma rectangular de 10 cm de largo, 3 cm de ancho y 8 cm de alto.
7. ¿Cuántos m² de género se necesitan para construir una carpa como la que muestra la figura, incluyendo el piso?



8. Estima la medida de la superficie de una caja de fósforos chica. Luego mide y calcula su área total. ¿Tu estimación fue cercana a la medida real?

Para explorar

Considera un cubo de 4 cm de arista y calcula su área total.



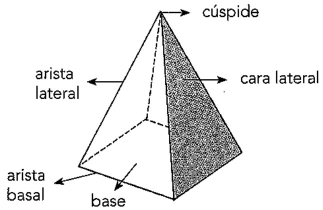
a) Si este cubo se divide en dos prismas como muestra el dibujo, ¿cuál es el área total de cada prisma? ¿Es la suma de estas áreas igual al área total del cubo?

b) Si el cubo inicial se divide en 8 cubos, ¿cuál es el área total de cada uno? Suma el área total de estos 8 cubos y compárala con la del cubo inicial. ¿Qué observas?

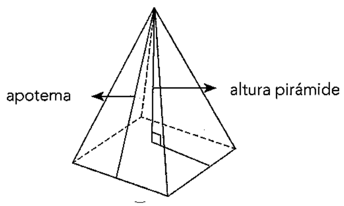
c) Si un cuerpo se divide en partes, ¿cómo es la suma de las áreas totales de cada parte respecto del área total del cuerpo inicial?

Área total de pirámides

Una pirámide es un poliedro cuya base es un polígono y sus caras laterales son triángulos que concurren en un vértice llamado **cúspide**.



En las pirámides, la altura de cada triángulo lateral medida a partir de la cúspide se llama **apotema** para no confundirla con la altura de la pirámide.

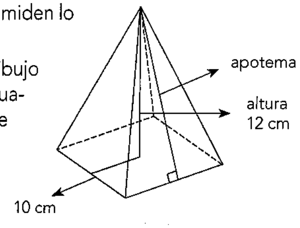


Si la base de una pirámide es un polígono regular y el pie de la altura de esta pirámide está ubicado en el centro de la base, se dice que la pirámide es **regular**. En este caso, todas sus aristas laterales tienen igual medida y sus caras laterales son triángulos isósceles con el mismo apotema.

CONEXIONES...
Con la sociedad

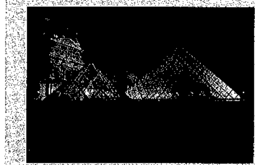
- Cuando tú comes, al masticar aumenta la superficie del alimento ingerido, lo que facilita el trabajo de los jugos gástricos, ya que éstos trabajan sobre la superficie de los alimentos. Esto implica que es necesario masticar suficientemente los alimentos de modo que la digestión sea mejor.
- Reflexiona sobre la forma en que tú ingieres los alimentos.

- Cecilia dice que el apotema y la altura de una pirámide regular miden lo mismo. ¿Estás de acuerdo con Cecilia? Justifica tu respuesta.
- ¿Cómo calcularías la medida del apotema de la pirámide del dibujo si conocieras la altura de la pirámide y el lado de la base cuadrada? Ayúdate del Teorema de Pitágoras para resolver este problema.



Calcula el área basal, el área de una cara lateral y el área total de la pirámide.

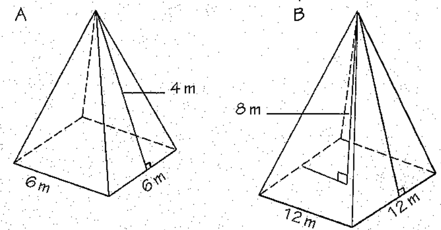
CONEXIONES...
Con el arte



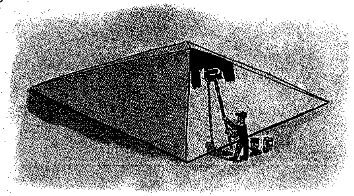
La pirámide del Louvre, que mide aproximadamente 21 metros de altura, fue diseñada el año 1983 por el arquitecto Ieoh Ming Pei, nacido en China en 1917, pero nacionalizado norteamericano en 1954. Este arquitecto es conocido mundialmente por su innovador aporte arquitectónico a varios museos.

Actividad individual

1. Si de una pirámide regular consideras la altura, una arista lateral y el apotema, ¿cuál de estos elementos tiene la mayor medida? ¿Cuál mide menos? Justifica tu respuesta.
2. Calcula el área total de las siguientes pirámides regulares:



3. Si tuvieras que pintar el exterior de la pirámide *B* sin considerar la base:
   a) ¿Cuántos metros cuadrados necesitas cubrir?
   b) Si con un tarro de pintura cubres 25 m^2, ¿cuántos tarros de pintura necesitas?
4. Una pirámide de base cuadrada tiene 80 cm^2 de área total. Si el área de su base es 12 cm^2:
   a) ¿Cuál es el área de cada una de las caras laterales?
   b) ¿Cuál es la medida del apotema de la pirámide?
5. Se ha construido una pirámide sólo con triángulos equiláteros cuya base tiene un área de 8 cm^2. ¿Qué área total tiene la pirámide?
6. Calcula el área lateral de una pirámide cuya base es un pentágono regular de lado 4 cm y su apotema es 12 cm.
7. Calcula el área total de una pirámide cuya base es un cuadrado de lado 16 cm y su altura 20 cm.
8. La gran pirámide de Keops tiene una base cuadrada cuyo lado mide 230 m y su altura es de 146 m. Calcula el área lateral de la pirámide.



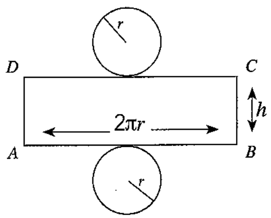
Área total de cilindros

Si dispones de un tarro de pintura que dice que con su contenido se pueden pintar 4 m^2 y deseas pintar el exterior de un estanque cilídrico de 50 cm de radio basal y 120 cm de alto, ¿qué necesitarías conocer para saber si tienes pintura suficiente?

Para poder calcular la medida de la superficie de un cilindro recurriremos a su red.

Las bases circulares de este cuerpo geométrico son congruentes entre sí.

Discute con tus compañeros por qué la longitud AB corresponde a $2\pi r$.



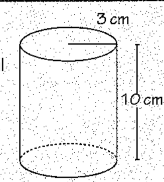
¿Cómo expresarías, usando la información dada en la figura, el área del manto del cilindro?

¿Qué otras áreas son necesarias para calcular el área total del cilindro?

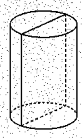
Escribe una fórmula que te permita calcular el área total de un cilindro de radio r y altura h.

¿Puedes responder ahora la pregunta respecto de la pintura?

Actividad individual



1. Usando la información dada en la figura, calcula el área total del cilindro del dibujo.
2. Calcula el área total de un cilindro:
   a) Si su radio es 15 cm y su altura 20 cm.
   b) Si su radio es 20 cm y su altura es 15 cm.
   c) Si su diámetro es 3,4 cm y su altura es 8,1 cm.
3. Un cilindro sólido de madera, cuya altura es 12 cm y su radio de la base es 3 cm, se corta en dos partes iguales, como muestra la figura. Calcula el área total de uno de los pedazos. ¿Es la mitad del área total del cilindro?



4. Mide, en forma aproximada, el radio o diámetro y altura de los tarros que aparecen en la tabla y complétala en tu cuaderno. Aproxima tus resultados finales a la unidad.

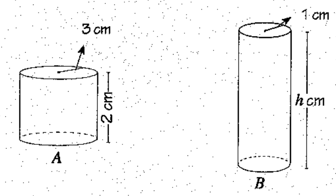
Tarro	Radio	Diámetro	Altura	Áreas basales	Área lateral	Área total
Leche condensada						
Café						
Tarro papas fritas						
Bebida						

5. ¿Qué dimensiones aproximadas debe tener una etiqueta de un tarro cilíndrico si su radio basal es de 4 cm y su altura es de 10 cm?

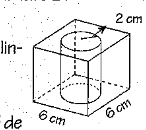
6. ¿Cuántos centímetros cuadrados de papel se necesitan para forrar un tarro cilíndrico cuya altura es 20 cm y cuyo radio basal es 6 cm?
7. Dibuja 2 cilindros con el mismo radio de manera que la altura de uno de ellos sea el doble que la del otro. ¿Crees tú que el área total del cilindro más alto será el doble del área total del cilindro más chico? Justifica tu respuesta.
8. Calcula el área del manto (o área lateral) de un cilindro sabiendo que cada área basal es 36π cm^2 y la altura es 7 cm.

Actividad grupal

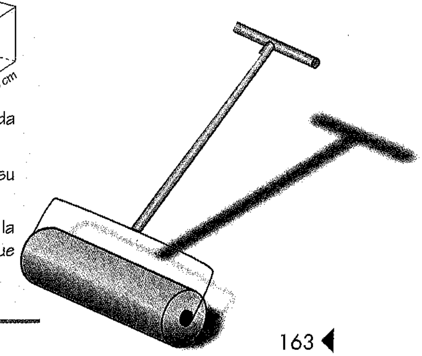
1. Construyan un cilindro cuya área total sea aproximadamente 1.800 cm^2. Compara tu cilindro con el de tus compañeros y compañeras. Analiza por qué crees que algunos son diferentes.
2. Si formaran un cilindro (sin bases) usando como manto una hoja de papel tamaño carta.
   a) ¿Cuántos cilindros diferentes podrían formar? Expliquen.
   b) Si agregamos las bases, ¿cuál de ellos tendría mayor área total?
3. Dibujen un edificio que esté compuesto por un prisma y un cilindro. En el dibujo, asignen las medidas que son necesarias para determinar el área total del edificio y calcúlenla.
4. El área total de los siguientes cilindros es la misma:



   a) Calcula el área total del cilindro A.
   b) Escribe una expresión para el área total del cilindro B.
   c) Calcula la altura del cilindro B.
5. A un cubo cuya arista mide 6 cm se le saca un cilindro de radio 2 cm, como muestra la figura: Calcula el área total del cubo sin el cilindro.



6. Se dispone de una cartulina cuadrada de 36 cm^2 de área para construir el manto de un cilindro. ¿Cuál será la medida máxima del radio basal y de la altura de este cilindro?
7. La superficie total de un cilindro es 192π cm^2. La superficie de su manto es 120π cm^2. Calcula el diámetro de la base circular.
8. ¿Cuántos metros cuadrados de superficie recorre el rodillo de la ilustración después de dar 20 vueltas completas sabiendo que su radio es de 15 cm y el ancho es de 60 cm?



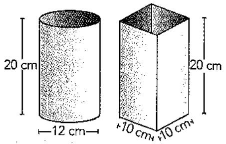
Amplía tus conocimientos

- El área total de un cilindro de radio basal r y altura h se puede calcular utilizando la siguiente fórmula:

$S = 2\pi r^2 + 2\pi rh$

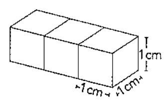
VOLÚMENES DE CUERPOS GEOMÉTRICOS

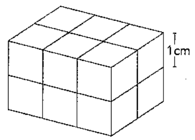
- ¿En qué unidad se mide la cantidad de agua potable consumida en una casa?
- ¿Qué es un **centímetro cúbico**? ¿Cómo se abrevia?
- ¿Te imaginas algo que se pueda medir en km^3?
- ¿En qué unidad se expresa el espacio interior de un refrigerador?
- ¿Puedes llenar una caja de zapatos con cajitas de fósforos (todas iguales) sin dejar espacio vacío entre ellas? ¿Podrías hacer lo mismo con pelotas de pimpón?
- Considerando los recipientes dibujados, ¿puedes responder sin hacer cálculos, en cuál de ellos cabe más agua?



Estas situaciones están relacionadas con el concepto de **volumen**.

- Un cubo cuyas aristas miden 1 cm se dice que tiene un volumen de 1 cm^3; de acuerdo con esto, ¿cuál es el volumen de los siguientes cuerpos?

a) 

b) 

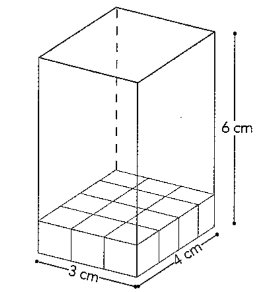
Ampliá tus conocimientos

- **Volumen** de un cuerpo geométrico es la medida del espacio que éste ocupa.

Volumen de prismas

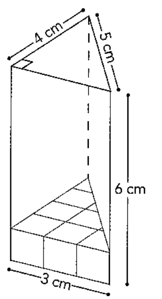
Para obtener el volumen de un cuerpo, en cm^3, podemos imaginar que lo "llenamos" con cubitos de 1 cm de arista, sin dejar espacios entre ellos. El número de cubitos es el volumen del cuerpo en cm^3.

Figura 1



1. Observando la figura 1, contesta las siguientes preguntas:
   a) ¿Cuántos cm^3 hay en la capa dibujada? ¿Qué relación tiene este número con el área de la base del prisma?
   b) ¿Cuántas capas iguales a la dibujada necesitas para completar este prisma de base rectangular?
   c) ¿Cuántos cubos de 1 cm^3 necesitas para completar el prisma de base rectangular? ¿Cuál es el volumen del prisma?
   d) ¿Cómo calcularías el volumen de la figura 1, a partir de sus medidas?
   e) Escribe una fórmula para calcular el volumen de cualquier prisma de base rectangular de área basal B y altura h.

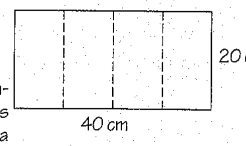
Figura 2



2. Observando la figura 2, contesta las siguientes preguntas:
   a) ¿Es fácil contar el número de cubos de 1 cm^3 que lo llenarían?
   b) ¿Qué parte de la figura 1 es la figura 2? ¿Cuál debe ser, entonces, el volumen de la figura 2?
   c) Calcula el área basal del prisma 2 y luego el producto del área basal por su altura. ¿Qué obtienes?
   d) Escribe la fórmula que te permita calcular el volumen de cualquier prisma de área basal B y altura h.

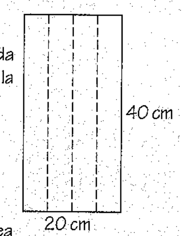
Para explorar

Elige dos hojas que midan 40 cm de largo por 20 cm de ancho. Observa que el largo es el doble del ancho.



1. *Construye un prisma de base cuadrada (sin bases), doblando la hoja como muestra la figura.*
   Calcula su área lateral y su volumen. Registra en tu cuaderno los resultados en una tabla como la siguiente:
   Nombra a este prisma: Prisma 1.

Prisma	Área lateral	Volumen
1		
2		



2. *Construye otro prisma de base cuadrada (sin bases) doblando la hoja como muestra la figura:*
   Calcula su área lateral y su volumen.
   Nombra a este prisma: Prisma 2.
   Registra los resultados en la tabla.
3. *Según los resultados de la tabla responde:*
   a) *¿Qué puedes concluir en relación al área lateral?*
   b) *¿Qué concluyes en relación al volumen?*
4. *Repite la actividad 1 y 2 pero con una hoja que mide 30 cm de ancho por 60 cm de largo.*

Ampliá tus conocimientos

- Para calcular el volumen de cualquier prisma puedes utilizar la siguiente fórmula:
  $V = B \cdot h$
  donde B es el área de la base y h es la altura del prisma.

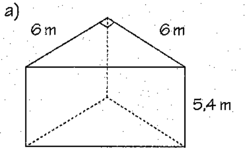
Actividad grupal

1. *¿Qué es un metro cúbico? ¿Y un decímetro cúbico?*
2. a) *Calculen el área total de un cubo cuya arista mida 10 cm.*
   b) *Calculen el volumen de este cubo.*
   c) *Determinen las dimensiones de un paralelepípedo recto, diferente al cubo anterior, que tenga el mismo volumen y distinta área total.*
3. *Consideren un prisma de base cuadrada cuya arista basal mide 8 cm y su altura es de 12 cm.*
   a) *Calculen su volumen.*
   b) *¿Cómo cambia su volumen si se duplica su altura? ¿Y si se triplica su altura?*
   c) *¿Cómo cambia su volumen si se duplica su arista basal? ¿Y si se triplica su arista basal?*
4. *Martín quiere envasar 1.000 cc de arroz en una caja de cartón cuya forma sea un paralelepípedo recto. Lo más importante para él es ocupar la menor cantidad de cartón para la caja.*
   a) *¿Qué dimensiones debe tener la caja?*
   b) *¿Cuántos centímetros cuadrados de cartón usará en esta caja?*

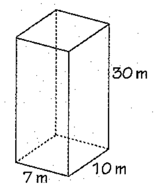
Actividad individual

1. Determina el volumen de los siguientes prismas:

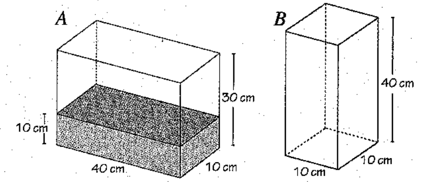
a)



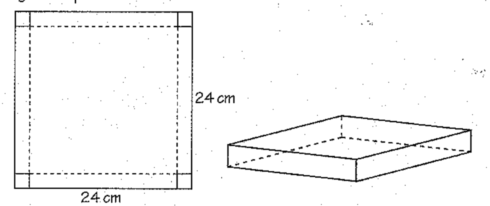
b)



2. El volumen de un cubo es 27 cm^3. ¿Cuál es la medida de su arista? ¿Cuál es la medida de su superficie?
3. Estima el volumen de una caja de zapatos. Compara tu estimación con la del resto de tus compañeros y lleguen a un consenso acerca del volumen real.
4. El prisma rectangular *A* contiene agua hasta el nivel dibujado. Si vaciamos el contenido al prisma *B*, ¿qué altura alcanza el agua en *B*?



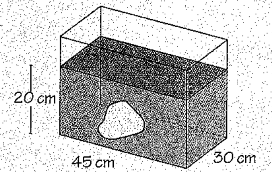
5. Tienes una hoja cuadrada de cartón de 24 × 24 cm. Puedes hacer una caja sin tapa cortando cuadrados de las esquinas y doblando los lados. ¿Qué tamaño deben tener los cuadrados que cortes de las esquinas de modo que el volumen de la caja sea lo más grande posible?



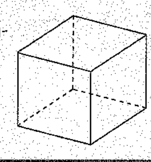
Para encontrar la solución construye una tabla similar a la siguiente:

Largo del lado de los cuadrados de las esquinas	Dimensiones de la caja abierta	Volumen de la caja en cm^3
1 cm	22 × 22 × 1	484
2 cm		
3 cm		

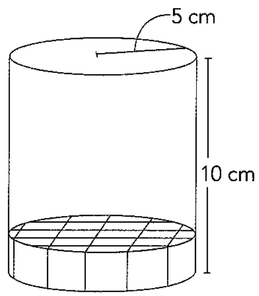
6. En el siguiente prisma rectangular se ha sumergido una piedra. Al hacerlo el agua sube su nivel 0,5 cm. ¿Cuál es el volumen de la piedra? Justifica tu respuesta.



7. Estima el volumen del siguiente cubo. Luego mídelo para comprobar si tu estimación está correcta.



Volumen de un cilindro



Observando la figura, contesta la siguientes preguntas.

a) ¿Puedes contar fácilmente el número de cm^3 que se necesitarían para llenar el cilindro?
b) ¿Hay algún parecido entre cilindro y prisma?
c) Si piensas por un momento que un cilindro es como un prisma, ¿cómo calcularías su volumen?
d) Escribe la fórmula que te permita calcular el volumen de cualquier cilindro de altura h y área basal B.

Para explorar

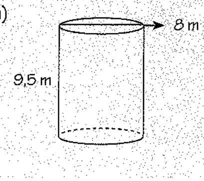
Averigua qué sucede con el área total de un cilindro si mantenemos constante su volumen (1.000 cc) y disminuimos el radio de la base a su mitad. Completa en tu cuaderno la siguiente tabla y escribe tus conclusiones. Usa $\pi \approx 3$ y la altura aproxímala al entero.

Cilindro número	Radio basal (cm)	Altura (cm)	Volumen (cc)	Área total (cm^2)
1	16		1.000	
2	8		1.000	
3	4		1.000	
4	2		1.000	

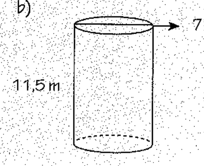
Actividad individual

1. Determina el volumen de los siguientes cilindros:

a)



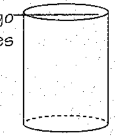
b)



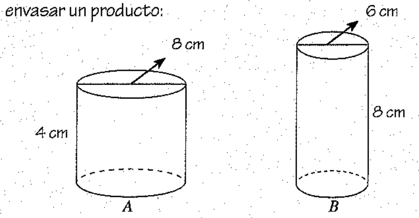
Amplía tus conocimientos

- Para calcular el volumen de cualquier cilindro se puede utilizar la siguiente fórmula:
  $V = B \cdot h$
  Pero como $B = \pi r^2$, entonces
  $V = \pi r^2 \cdot h$

2. Si el volumen de un cilindro es 135 cm^3 y el área de su base es 27 cm^2, ¿cuál es la altura del cilindro?
3. ¿Qué altura deberá tener un cilindro cuyo radio basal es 6 cm para que tenga el mismo volumen que otro cilindro de radio basal 4 cm y altura 9 cm?
4. Una taza contiene 200 cc de agua. Si esta agua se vierte en un recipiente cuya forma es un cilindro de diámetro basal 15 cm, ¿qué altura alcanzará el agua en este nuevo recipiente?
5. Estima el volumen del siguiente cilindro. Luego mídelo para comprobar si tu estimación es cercana.

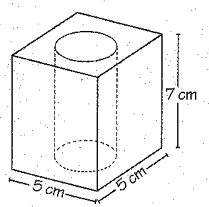


6. Mide una lata de bebida y calcula aproximadamente su volumen.
7. Al duplicar el radio de un cilindro y mantener su altura, ¿qué sucede con el volumen del cilindro? Justifica tu respuesta.
8. Al triplicar el radio de un cilindro y mantener la altura, ¿qué sucede con el volumen del cilindro? Justifica tu respuesta.
9. ¿Que podrías concluir de las actividades 7 y 8?
10. Un productor tiene que elegir entre los siguientes cilindros para envasar un producto:



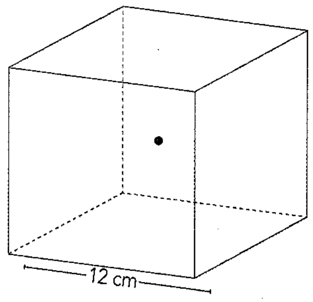
¿Qué aspectos influyen en la decisión del productor?
¿Cuál de los cilindros le recomendarías que eligiera? ¿Por qué?

11. Retoma el problema de Rodrigo que está presentado al inicio del capítulo en la página 148 y responde cuál de los envases debe elegir para que contenga la mayor cantidad de salsa de tomate.
12. A un prisma de madera, se le hace una perforación cilíndrica de 3 cm de diámetro como muestra el dibujo.



a) Calcula el volumen del cuerpo resultante.
b) Calcula el área total de este cuerpo.

Volumen de una pirámide



Observa el cubo dibujado en el cual se ha marcado su centro.

¿A qué distancia está el centro del cubo de cada una de sus caras?

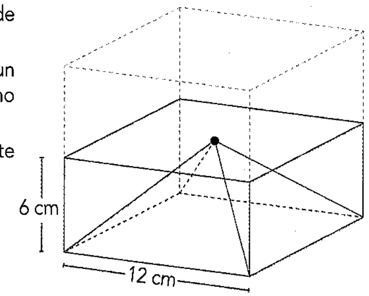
Muestra que si se une el centro con los vértices de una de las caras del cubo se obtiene una pirámide de base cuadrada.

Considerando lo anterior, ¿cuántas pirámides se pueden obtener en el interior del cubo? ¿Son iguales entre sí? ¿Tendrán ellas el mismo volumen?

Calcula el volumen del cubo y a partir de este valor determina cuál debe ser el volumen de cada pirámide.

Imagina que cortas el cubo para obtener un prisma de igual altura que una pirámide, como se muestra en el dibujo.

¿Qué relación hay entre el volumen de este prisma y el volumen de la pirámide.



Para explorar

El siguiente cuadro presenta los datos de tres prismas de base cuadrada:

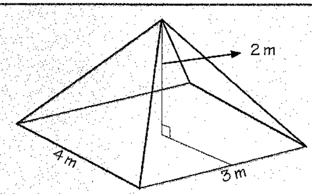
Prisma	A	B	C
Base cuadrada de lado:	10 cm	12 cm	16 cm
Altura	12 cm	8 cm	6 cm

1. Elige uno de los prismas y constrúyelo.
2. Construye una pirámide que tenga la misma base y altura del prisma anterior.
3. Describe los cálculos que hiciste para poder construir la pirámide.
4. Llena de arroz la pirámide y vacíala en el prisma tantas veces como sea necesario hasta llenarlo.
5. ¿Cuántas veces fue necesario repetir el proceso para llenar el prisma?
6. Completa en tu cuaderno la siguiente fórmula a partir de lo concluido en esta actividad y compara tu resultado con lo obtenido por tus compañeras y compañeros.

Volumen pirámide = $\square$ · Volumen prisma

Actividad individual

1. Calcula el volumen de la siguiente pirámide:

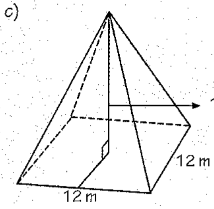


2. Calcula el volumen de una pirámide cuadrada si el área de la base es 16 cm² y la altura 9 cm.
3. El volumen de una pirámide de base rectangular es 320 m³. El área de la base es 32 m². Calcula la altura de la pirámide.
4. Usa tu calculadora para determinar el volumen de las siguientes pirámides. Aproxima tus respuestas a la décima. Considera que B representa el área de la base.

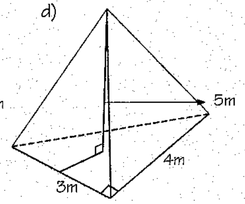
a) $B = 15$ cm², $h = 7$ cm

b) $B = 7{,}5$ m², $h = 16{,}4$ m

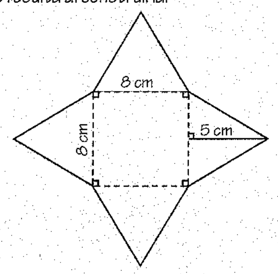
c)



d)



5. El volumen de una pirámide de base cuadrada es 5,4 m³. La medida de una de las aristas de la base es 3 metros. ¿Podría una persona cuya altura es 1,60 metros pararse en su interior?
6. La siguiente red corresponde a una pirámide regular. Calcula el volumen que resulta al construirla.



7. Dada una pirámide regular de base cuadrada, cuya arista basal mide 8 cm y su altura, 10 cm.
   a) Calcula en volumen de la pirámide. Aproxima tus resultados a la centésima.
   b) Calcula el área total de la pirámide, usa calculadora y aproxima tus resultados a la centésima.
8. Si duplicamos la altura de la pirámide anterior:
   a) Calcula el volumen de la pirámide.
   b) Calcula el área total de la pirámide.
9. Observa los resultados de los ejercicios 7 y 8. ¿Qué puedes concluir?

Amplía tus conocimientos

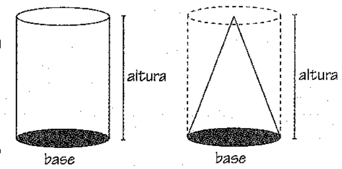
- Para calcular el volumen de una pirámide se puede utilizar la siguiente fórmula:
  $$V = \frac{1}{3} \cdot B \cdot h = \frac{B \cdot h}{3}$$
  donde B es el área de la base de la pirámide y h es la altura de la pirámide.

Volumen de un cono

Para explorar

1. Construye un cono cuyo diámetro de la base mida 10 cm y su altura sea 15 cm.
2. Construye un cilindro con las mismas dimensiones del cono.
3. Describe los cálculos que hiciste para poder construir el cono.
4. Llena de arroz el cono y vacíalo en el cilindro tantas veces como sea necesario hasta llenarlo.
5. ¿Cuántas veces necesitaste repetir el proceso para llenar el cilindro?
6. Completa en tu cuaderno la siguiente fórmula a partir de lo concluido en esta actividad.

   Volumen cono = $\boxed{}$ · Volumen cilindro

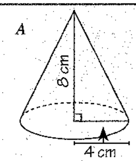


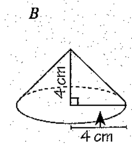
Amplía tus conocimientos

- Para calcular el volumen de un cono se puede utilizar la siguiente fórmula: $V = \frac{B \cdot h}{3}$, donde B es el área de la base del cono y h es su altura.

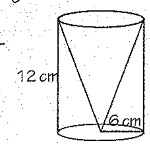
Actividad individual

1. Calcula el volumen de los siguientes conos:
   Observa que el cono A tiene una altura que es el doble que la del cono B. ¿Qué puedes concluir?

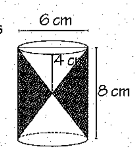




2. Encuentra el volumen de un depósito cónico si su radio basal es 4 m y su altura 16 m.
3. Encuentra el volumen de un cono si su diámetro basal es 12,4 cm y su altura es 70 cm.
4. Si el volumen de un cono cuyo radio basal es 7 m es aproximadamente 462 m³, ¿cuánto mide su altura?
5. A un cilindro macizo de metal se le extrae un cono como muestra la figura. Encuentra el volumen de la pieza metálica que se obtiene después de este proceso.



6. Encuentra el volumen que queda al extraer del cilindro dos conos como se muestra en el dibujo.



7. Calcula el volumen de un juguete compuesto de un cono y un cilindro como se muestra en la figura.

   ¿Qué porcentaje del volumen total es el volumen del cono?

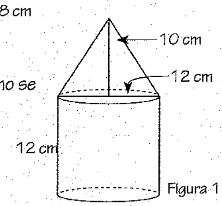


Figura 1

Recuerda

- $1\ cm^3$ lo veremos escrito más comúnmente como 1 cc.

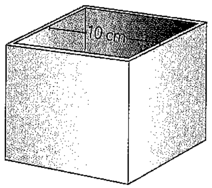
Amplía tus conocimientos

- Una cuchara de té tiene aproximadamente una capacidad de 5 mL o 5 cm^3.
- Un vaso de agua contiene aproximadamente 250 mL o 250 cm^3.
- El promedio de agua usada en una ducha de 5 minutos es de 150 litros.
- Lavarse los dientes consume aproximadamente un litro.
- Una tina de baño se llena con aproximadamente 250 litros.
- 20 gotas de un gotario medicinal equivalen a 1 mL o 1 cc.

EQUIVALENCIA DE UNIDADES DE VOLUMEN Y CAPACIDAD

Muchas veces habrás escuchado la palabra capacidad. ¿Qué entiendes por la capacidad de un cuerpo? ¿Cuándo usas volumen de un cuerpo? ¿Cuándo usas capacidad? Discútelo con tus compañeras y compañeros.

Considera un recipiente cúbico cuyas **aristas interiores** miden 1 dm (10 cm).



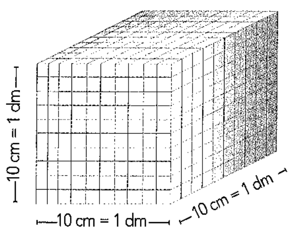
a) Calcula el volumen interior del recipiente en dm^3 y en cm^3.
b) ¿Con qué cantidad de líquido se llena?
c) ¿Qué relación hay entre 1 dm^3 y 1 L (un litro)?

Piensa ahora en un gotario medicinal que contenga 1 mililitro (1 mL), es decir, la milésima parte de un litro.

Si ahora llenamos el gotario con 1 mL de agua y vaciamos este contenido en un cubo, que tiene un volumen de 1 cm^3, éste quedará en el máximo de su capacidad.

Puedes concluir entonces que 1 mL = 1 cm^3.

La figura muestra un cubo de 1 dm de arista. Está dividido en 10 unidades iguales (cm).



a) ¿Cuántos cm^3 tiene este cubo?
b) ¿Cuántos mL puede contener este cubo?
c) ¿Cuántos litros de agua llenan un recipiente cuyo volumen interior (o capacidad) es 1 m^3?

Si construyéramos un cubo de 1 m de arista y dividiéramos cada arista en 100 unidades iguales (cm), ¿qué volumen tendría el cubo en cm^3?

Completa en tu cuaderno las siguientes afirmaciones para que sean verdaderas:

1 m^3 = ________ L	9 L = ________ mL
1 m^3 = ________ mL	870 mL = ________ L
1 dm^3 = ________ L	0,3 m^3 = ________ L
1 dm^3 = ________ mL	4.000 cm^3 = ________ L
1 cm^3 = ________ L	3 dm^3 = ________ L
1 cm^3 = ________ mL	21 mL = ________ cm^3
1 L = ________ mL	

Actividad individual

1. Estima la mejor medida que representa la capacidad de:

a) Un estanque de bencina	60 mL	60 L	600 L
b) Una piscina	23.000 L	23.000 mL	23 L
c) Una cuchara de té	5 mL	5 L	50 L
d) Una botella de bebida	250 mL	2,5 mL	25 L
e) Una botella de champú	41 cc	410 cm^3	4,1 cm^3
f) Un barril de aceite	200 mL	200 L	20 L
g) Un lata de bebida	20 cm^3	200 mL	300 mL

2. Calcula la capacidad en m^3 de una piscina cuyas dimensiones son 5 m de largo, 3 m de ancho y 2 m de profundidad. ¿Cuántos minutos te demorarías en llenarla con una manguera que arroja 10 litros por minuto?
3. ¿Qué largo deberá tener un estanque con forma de prisma rectangular cuyas dimensiones son 3 m de ancho y 1,5 metros de alto para que pueda contener 45.000 litros de agua?
4. ¿Cuántos tarros de base cuadrada de 20 cm de arista y de 35 cm de altura se podrán llenar con el contenido de un depósito de agua cuyas dimensiones son 2,60 m de largo, 1,70 m de ancho y 1,50 m de profundidad?
5. ¿Qué altura deberá tener una sala de clases que mide 8 m de largo por 6 m de ancho si se destina para 30 niños y cada niño necesita 4,5 m^3 de aire?
6. ¿Cuántas bebidas de $1\frac{1}{2}$ L debe comprar Patricia para que pueda servir 20 vasos de 200 cm^3 cada uno?
7. ¿Es posible almacenar 200 L de parafina en un estanque que tiene forma de cilindro de 1 m de altura y cuyo radio basal mide 60 cm?
8. Calcula cuántos litros de agua puede almacenar una caja de plumavit de 3 cm de grosor, siendo sus medidas exteriores: 40 cm de largo, 60 cm de ancho y 40 cm de altura.
9. Un recipiente de 50 cm de largo, 30 cm de ancho y 18 cm de alto se llena de agua al máximo de su capacidad. Si por evaporación el nivel del agua baja 3 cm, ¿qué porcentaje de la capacidad del recipiente contiene ahora agua?
10. Averigua cómo se mide el caudal de un río. ¿En qué unidades se expresa?

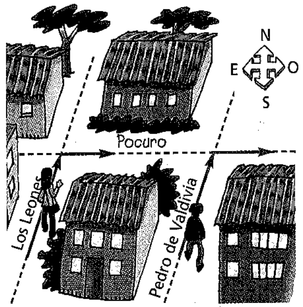
13 ANEXO E – MANUEL ESCOLAR: SANTILLANA FUTURO

13.1 UNIDAD 5 – GEOMETRÍA

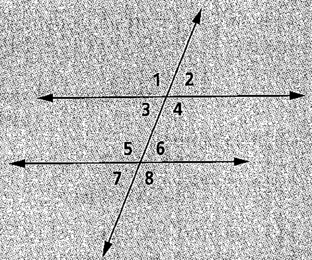
Ángulos entre paralelas cortadas por una transversal

APRENDE

En la ilustración aparece el recorrido que Andrea y Joaquín siguen por las calles Los Leones y Pedro de Valdivia que son paralelas. Cuando llegan al cruce de Pocuro giran hacia el oeste.
¿Cómo son los ángulos de giro de ambos? Si tienes transportador podrás medirlos y así observar y comprobar lo que posiblemente ya intuyas: son iguales en medida.
¿Qué sucedería con estos ángulos si las calles **no** fuesen paralelas? Comprueba tus sospechas con tus compañeros(as).



Cuando dos rectas paralelas son cortadas por una transversal se forman 8 ángulos que según su posición reciben los siguientes nombres:



$\measuredangle 1$ y $\measuredangle 5$, $\measuredangle 2$ y $\measuredangle 6$, $\measuredangle 3$ y $\measuredangle 7$, $\measuredangle 4$ y $\measuredangle 8$ } Son ángulos correspondientes

$\measuredangle 1$ y $\measuredangle 8$, $\measuredangle 2$ y $\measuredangle 7$ } Son ángulos alternos externos

$\measuredangle 3$ y $\measuredangle 6$, $\measuredangle 4$ y $\measuredangle 5$ } Son ángulos alternos internos

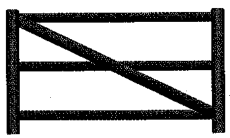
Los pares de ángulos correspondientes son iguales en medida.
Los pares de ángulos alternos externos son iguales en medida.
Los pares de ángulos alternos internos son iguales en medida.

PRÁCTICA

Resuelve en cada caso.

1. Marca en las letras H y N un par de ángulos alternos internos.

2. Marca en la tranquera dos pares de ángulos correspondientes.



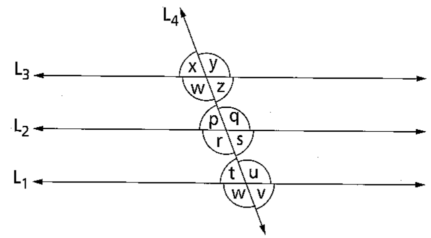
Lee la definición y completa con verdadero (V) o falso (F) según corresponda.

Dos ángulos que tienen en común un vértice y un lado se llaman ángulos adyacentes.

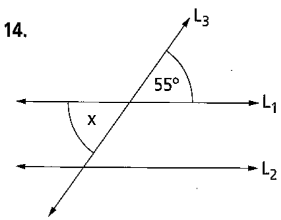
3. ______ Los ángulos opuestos por el vértice miden lo mismo.
4. ______ Los ángulos alternos internos tienen igual medida.
5. ______ Los ángulos alternos externos miden lo mismo.
6. ______ Los ángulos adyacentes son suplementarios.
7. ______ Los ángulos adyacentes miden lo mismo.

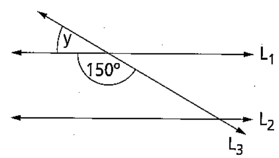
Escribe todos los pares de ángulos indicados en la figura. Considera $L_1 // L_2 // L_3$ y L_4 transversal.

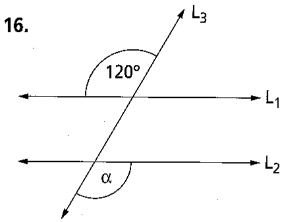
8. Ángulos opuestos por el vértice.
9. Ángulos correspondientes.
10. Ángulos alternos internos.
11. Ángulos alternos externos.
12. Ángulos suplementarios.
13. Ángulos adyacentes.

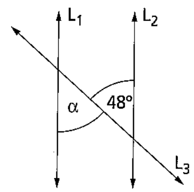


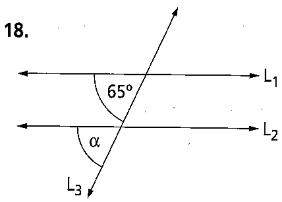
Usando las propiedades que ya conoces, encuentra la medida de los ángulos desconocidos. Considera $L_1 // L_2$ y L_3 transversal.

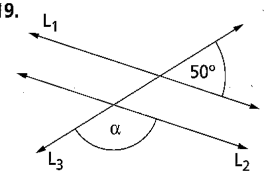
14.


15.


16.


17.


18.


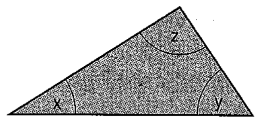
19.


5

Ángulos en triángulos

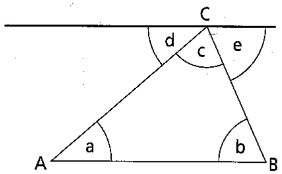
APRENDE

Como ya sabes, la suma de los ángulos interiores de un triángulo es 180°. ¿Cómo podríamos demostrar esta propiedad?
Lo haremos matemáticamente usando lo que ya sabes de rectas paralelas cortadas por una transversal.



¿∢x + ∢y + ∢z?

Imagina que trazamos por el vértice C del triángulo una paralela al lado opuesto AB.

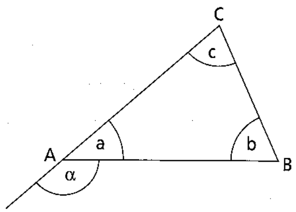


Como recordarás, los ángulos a y d son ángulos alternos internos, por lo tanto, sus medidas son iguales. Lo mismo sucede con los ángulos b y e. Además, en el dibujo se observa que:

∢d + ∢c + ∢e = 180° (ya que se forma un ángulo extendido).

Si remplazamos ∢d por el ∢a y el ∢e por el ∢b, tenemos:
∢a + ∢b + ∢c = 180°

Es decir, la suma de los ángulos interiores de cualquier triángulo es 180°.



Ahora, si observas la siguiente figura, podemos ver que si extendemos uno de sus lados formamos un **ángulo** llamado **externo** adyacente al triángulo y que en este caso llamamos α (alfa).
La medida de alfa es igual al suplemento de ∢a, por lo tanto, es igual a la suma de las medidas de ∢c y ∢b.

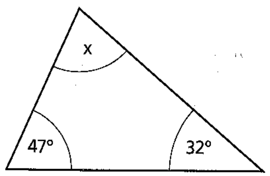
α = ∢b + ∢c

La medida de un ángulo externo en un triángulo es igual a la suma de los dos ángulos interiores no adyacentes a él.

PRÁCTICA

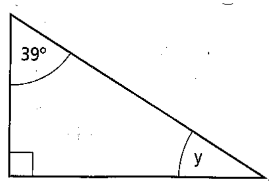
Encuentra el valor del ángulo desconocido.

1.



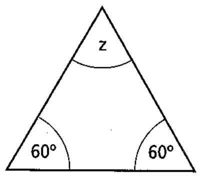
∢x = ______

2.



∢y = ______

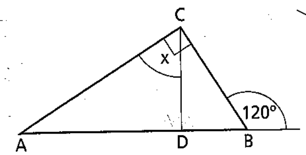
3.



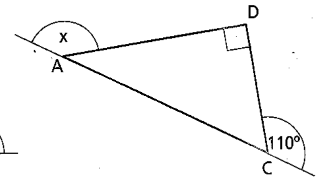
∢z = ______

Une con una línea cada problema con su solución. Considera CD altura del triángulo.

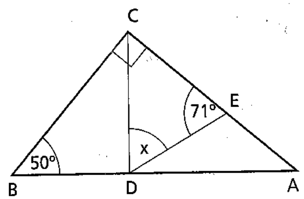
4.



5.



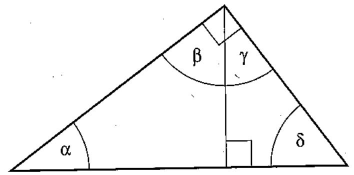
6.



59° 60° 160°

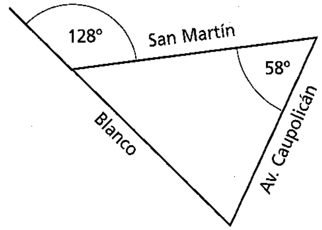
Resuelve.

7. Dada la figura, completa la tabla para los distintos valores dados.



α	β	γ	δ
30°			
	72°		
		25°	
			76°

8. En Temuco, las calles Caupolicán, Blanco y San Martín forman un triángulo.



Si el ángulo que forman la Av. Caupolicán y la calle San Martín mide 58° y el ángulo externo formado por Blanco y San Martín mide 128° responde:

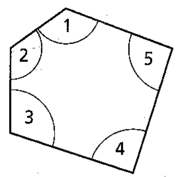
a. ¿Cuánto mide el ángulo formado por la Av. Caupolicán y Blanco? ______

b. ¿Cuál es la medida del ángulo interior formado por las calles Blanco y San Martín? ______

5

Ángulos en polígonos

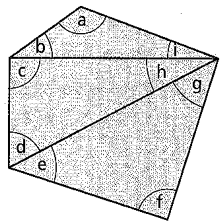
APRENDE



¿Cómo calcular la suma de los ángulos interiores del pentágono de la figura?
Te mostraremos que puedes resolverlo usando lo que ya has aprendido. Si tomas un vértice cualquiera y lo unes con los otros vértices puedes observar que se forman 3 triángulos.

Luego tenemos que la suma se transforma en:

$$\measuredangle 1 + \measuredangle 2 + \measuredangle 3 + \measuredangle 4 + 45 =$$
$$\measuredangle a + \measuredangle b + \measuredangle c + \measuredangle d + \measuredangle e + \measuredangle f + \measuredangle g + \measuredangle h + \measuredangle i$$



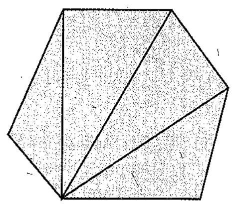
Pero si los agrupamos de cierta forma obtenemos:

$$\underbrace{\measuredangle a + \measuredangle b + \measuredangle i}_{180°} + \underbrace{\measuredangle c + \measuredangle d + \measuredangle h}_{180°} + \underbrace{\measuredangle e + \measuredangle f + \measuredangle g}_{180°}$$

Podemos ver que la suma de los ángulos interiores de ese pentágono es 3 • 180°= 540°

Si ahora te pidieran calcular la suma de los ángulos interiores de un hexágono, puedes usar la misma estrategia.

El hexágono puede dividirse en 4 triángulos, luego la suma de sus ángulos interiores es:



$$4 \cdot 180° = 720°$$

Observa que en un polígono de **n** lados puedes formar **n – 2** triángulos, luego:

La suma de los ángulos interiores en un polígono de n lados es: (n – 2) • 180°.

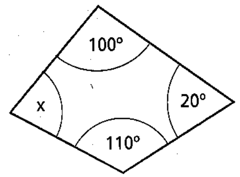
También podemos conocer la suma de los ángulos exteriores de un polígono. Te proponemos que completes la siguiente tabla tomando en cuenta que la suma de todos los ángulos exteriores y los interiores es **n veces 180°**, ya que cada ángulo exterior y su correspondiente ángulo interior forman un ángulo extendido.

Número de lados	Suma de ángulos interiores	Suma de ángulos exteriores
3		
4		
5		
6		

PRACTICA

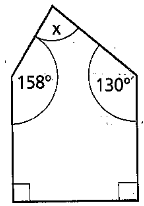
Calcula el valor de x en cada caso.

1\.



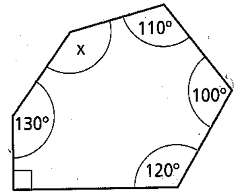
∢x = ______

2\.



∢x = ______

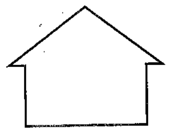
3\.



∢x = ______

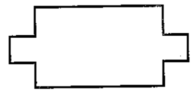
Calcula la suma de los ángulos interiores en cada polígono.

4\.



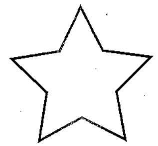
______

5\.



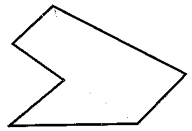
______

6\.



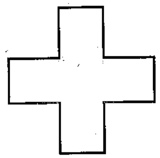
______

7\.



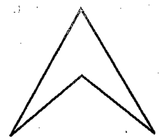
______

8\.



______

9\.



______

Completa la información del cuadro.

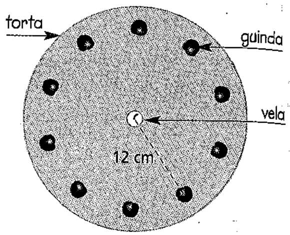
10\.

Polígono	Número de lados	Número de triángulos en los que se subdividió	Suma de los ángulos interiores del polígono
Triángulo	3	1	1 • 180 = 180°
Cuadrilátero	4	2	2 • 180 = 360°
Pentágono			
Hexágono			
Heptágono			
Octágono			

La circunferencia y sus elementos

APRENDE

Javier está preparando una torta para su cumpleaños y la decora con guindas que ubica, cada una, a 12 centímetros del punto donde pondrá la vela. ¿Podrías decir qué figura forman las guindas de la torta?

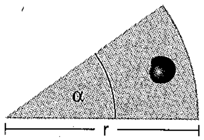


Una circunferencia está formada por todos los puntos del plano que están a igual distancia, llamada radio, de un punto en particular llamado centro. La distancia entre dos puntos de la circunferencia pasando por el centro recibe el nombre de diámetro.

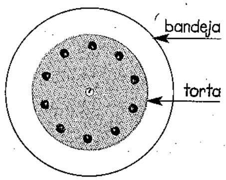
En la torta de Javier la vela es el centro de la circunferencia, el radio es igual a 12 centímetros y el diámetro es igual a 24 cm.

En toda circunferencia de radio r, el diámetro es igual a $2 \cdot r$

Javier dividió la torta en 10 porciones iguales con lo que se formaron unas figuras llamadas **sectores circulares** y que están limitadas por 2 radios y una parte de la circunferencia. ¿Puedes saber cuál es la medida del ángulo alfa?



Si un círculo se divide en n sectores circulares iguales, el ángulo de cada sector circular es igual a $\frac{360°}{n}$



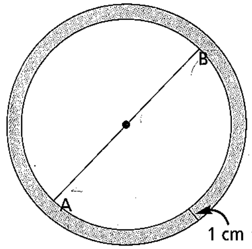
Imagina que nuestra torta original se puso sobre una bandeja con la misma forma que la torta, haciendo que sus centros coincidieran. Lo que puedes observar de la bandeja es llamado **corona circular**.

PRACTICA

Construye una circunferencia de radio 2 centímetros, sigue las instrucciones y responde las siguientes preguntas.

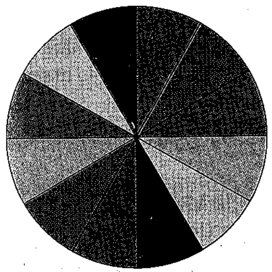
1. ¿Cuánto mide el diámetro de la circunferencia?
2. Si divides la circunferencia en 2 sectores circulares iguales, las figuras nuevas reciben el nombre de **semicírculos**. ¿Cuánto mide el ángulo de estos sectores circulares?
3. Y si divides cada semicírculo en tres, ¿cuánto mide el ángulo de esos sectores circulares?
4. Construye a partir de la circunferencia original otra circunferencia de radio 3 centímetros formando una corona circular. Compara los diámetros de ambas circunferencias. ¿Cuál es mayor?

Observa la siguientes circunferencias y completa las frases:



6. El segmento $\overline{AB}$ mide 8 centímetros y recibe el nombre de __________.
7. El sector pintado celeste se llama __________.
8. El radio de la circunferencia exterior es igual a __________.
9. Si el ángulo de un sector circular es igual a 90°, entonces la circunferencia fue dividida en __________ partes.

Observa el siguiente dibujo y responde.



10. ¿Cuántos sectores circulares logras distinguir? __________
11. ¿Qué porcentaje de sectores son rojos? __________
12. ¿Qué porcentaje de sectores son verdes? __________

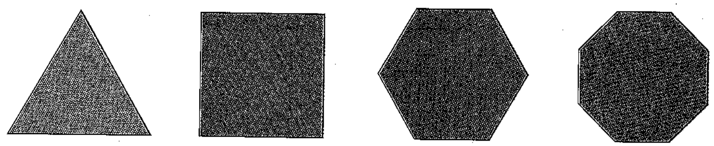
13. Crea un mosaico en base a circunferencias y coronas circulares y compáralo con tus compañeros. ¿Quién usó la circunferencia de mayor diámetro? y ¿quién usó mayor cantidad de coronas circulares?

Toma

Polígonos regulares

APRENDE

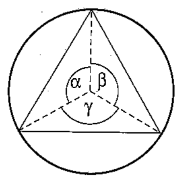
Observa los siguientes polígonos.



Se trata de un triángulo equilátero, un cuadrado, un hexágono y un octágono. Pon atención a las medidas de sus lados y sus ángulos. ¿Puedes ver alguna relación?

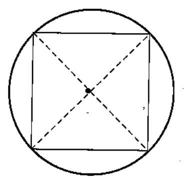
Aquellos polígonos cuyos lados tienen igual medida y tienen todos sus ángulos interiores iguales, son llamados polígonos regulares.

Imagina que circunscribimos al triángulo equilátero una circunferencia, es decir, que pasa por sus 3 vértices.



Si dividimos el triángulo en otros triángulos cuyo vértice es el centro de esta circunferencia, podemos ver que los triángulos formados son iguales, por lo tanto, los ángulos $\measuredangle\alpha$, $\measuredangle\beta$ y $\measuredangle\gamma$ miden lo mismo. Ahora, como $\measuredangle\alpha + \measuredangle\beta + \measuredangle\gamma = 360°$, tenemos que cada uno de esos ángulos mide $\frac{360°}{3} = 120°$.

Plantea la misma situación, pero esta vez con un cuadrado inscrito en una circunferencia.



Ahora formamos 4 triángulos iguales; luego los ángulos del vértice miden $\frac{360°}{4} = 90°$ cada uno.

Al dividir un polígono regular de n lados, en triángulos cuyo vértice es el centro de la circunferencia circunscrita, la medida de cada uno de los ángulos del vértice es igual a $\frac{360°}{n}$.

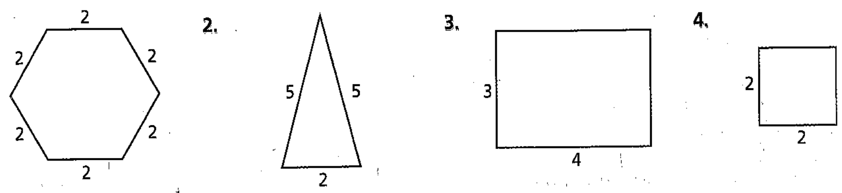
Cada ángulo interior de un polígono regular de n lados mide $\frac{180° \cdot (n-2)}{n}$ ya que todos los ángulos tienen la misma medida.

Cada ángulo exterior de un polígono regular de n lados mide $\frac{360°}{n}$.

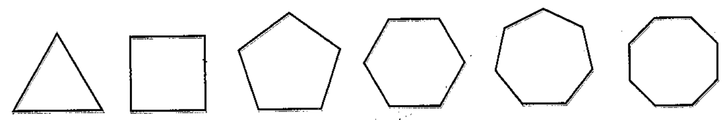
PRACTICA

En los siguientes polígonos indica cuál o cuáles son regulares.

1. **2.** **3.** **4.**



Observa los siguientes polígonos regulares y completa las frases.



5. La principal característica de un polígono regular con respecto a sus lados es ______.

6. La principal característica de un polígono regular con respecto a sus ángulos interiores es ______ ______.

Completa la siguiente tabla:

7.

Nombre	Número de lados	Medida ángulo interior	Medida ángulo exterior
Triángulo equilátero			
	4		
		108°	
			60°
		135°	
Eneágono regular			

Piensa y responde las siguientes preguntas.

8. ¿Qué ocurre con las medidas de los ángulos interiores de un polígono regular a medida que la cantidad de lados crece?

______

9. Bajo la misma situación, ¿qué ocurre con la medida de los ángulos exteriores?

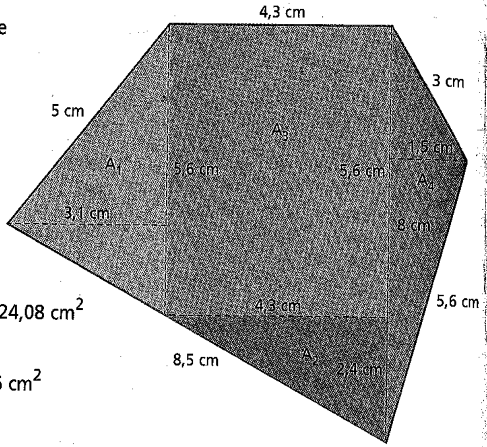
______

13.2 UNIDAD 6 – MEDICIÓN

Áreas y perímetros de polígonos compuestos

APRENDE

La figura pentagonal de la ilustración corresponde al terreno de una casa.



¿Cuál es el perímetro del terreno?

Perímetro = 5 + 4,3 + 3 + 5,6 + 8,5 = 26,4 cm

¿Cuál es el área del terreno?

Área terreno = $A_1 + A_2 + A_3 + A_4$

$A_1 = \dfrac{5,6 \cdot 3,1}{2} = 8,68 \text{ cm}^2$ $\qquad A_3 = 4,3 \cdot 5,6 = 24,08 \text{ cm}^2$

$A_2 = \dfrac{2,4 \cdot 4,3}{2} = 5,16 \text{ cm}^2$ $\qquad A_4 = \dfrac{8 \cdot 1,5}{2} = 6 \text{ cm}^2$

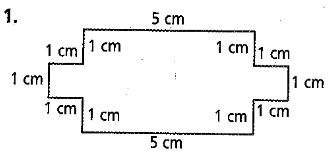
Área terreno = 8,68 + 5,16 + 24,08 + 6 = 43,92 cm^2

El perímetro de un polígono es la longitud de su frontera.
El área de un polígono compuesto se obtiene dividiendo la figura en polígonos conocidos y calculando el área de cada uno de ellos y luego sumando o restando estas áreas, según corresponda.

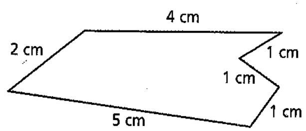
PRACTICA

Calcula el perímetro de los siguientes polígonos.

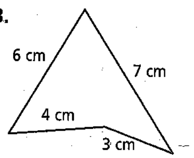
1.



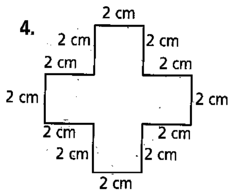
2.



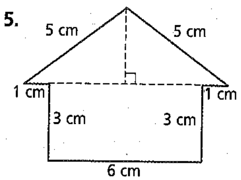
3.



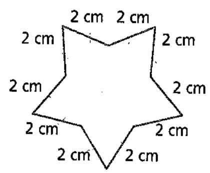
4.



5.

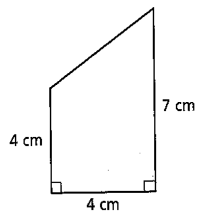


6.

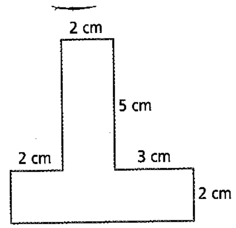


Calcula el área de los siguientes polígonos.

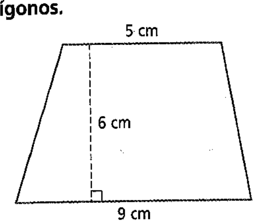
7.



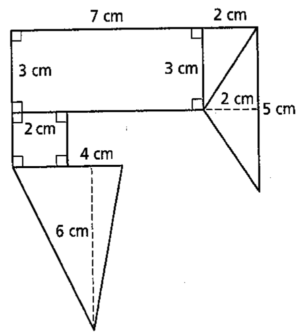
8.



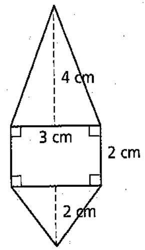
9.



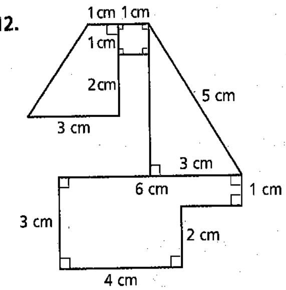
10.



11.

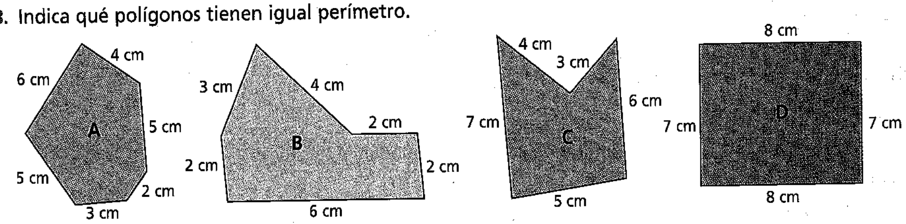


12.

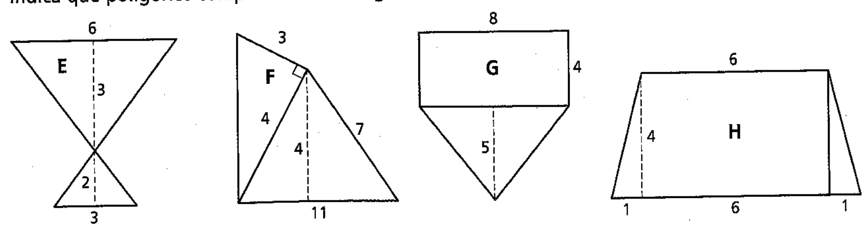


Resuelve.

13. Indica qué polígonos tienen igual perímetro.



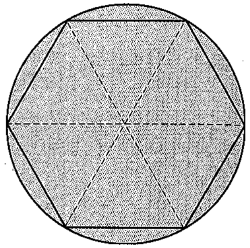
14. Indica qué polígonos compuestos tienen igual área.



6

Perímetro de la circunferencia

APRENDE



La siguiente figura muestra un hexágono regular que está inscrito en una circunferencia. El hexágono regular está dividido en 6 triángulos equiláteros, que tienen un vértice común en el centro de la circunferencia.

Si comparas las medidas, observarás que cada arco de la circunferencia es un poco mayor que el lado del triángulo, y por lo tanto, es un poco mayor que el radio del triángulo.

Como sabemos, el perímetro de una figura es la longitud de su frontera, luego, el perímetro de la circunferencia es igual a la suma de todos los arcos de la circunferencia, es decir, un poco mayor que 6 radios.

Perímetro > 6 radios

Como el diámetro es igual a 2 radios, tenemos:

Perímetro > 3 diámetros

En otras palabras, el cociente entre el perímetro de la circunferencia y su diámetro es un poco mayor que 3. Si en vez de un hexágono tenemos un polígono regular con 20 lados y seguimos el mismo procedimiento, nos acercaremos más al valor de $\pi = 3{,}1415$.

La razón entre el perímetro y el diámetro de una circunferencia recibe el nombre de π y su valor aproximado es 3,14.
La longitud de una circunferencia es igual al producto de su diámetro por π.

Perímetro = π • diámetro

como el diámetro es 2 veces el radio, tenemos:

Perímetro = 2π • radio

PRACTICA

Calcula el perímetro de cada circunferencia sabiendo la medida del radio (r). Considera $\pi = 3{,}14$.

1. r = 2 cm
2. r = 6 cm
3. r = 9 cm
4. r = 7 cm
5. r = 0,5 m
6. r = 1,4 m
7. $r = \frac{7}{8}$ m
8. r = 0,6 m
9. r = 3,14 km
10. r = 0,2 km
11. $r = \frac{3}{4}$ km
12. r = 100 km

Calcula el radio de una circunferencia sabiendo la medida del perímetro (P). Considera $\pi = 3{,}14$.

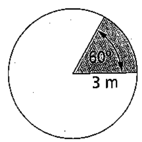
13. P = 75,36 cm
14. P = 50,24 cm
15. P = 31,4 cm
16. P = 188,4 cm
17. P = 3,14 m
18. P = 314 m
19. P = 150,72 m
20. P = 62,8 m
21. P = 0,628 km
22. P = 6.280 km
23. P = 1.256 km
24. P = 942 km

Completa la siguiente tabla para perímetros de sectores circulares.

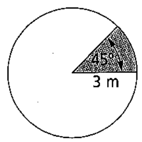
25.

Nº de divisiones de la circunferencia	Ángulo del sector circular	Fracción del sector circular	Perímetro
1	360°	1	$2\pi r$
2	$\frac{360°}{2} = 180°$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2} \cdot 2\pi r + 2r$
3			
4			
5			
6			
10			

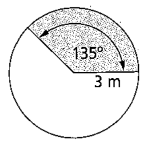
Calcula el perímetro de los siguientes sectores circulares.

26. 

▶ ______

27. 

▶ ______

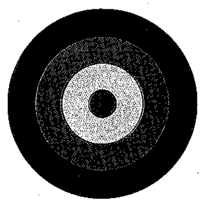
28. 

▶ ______

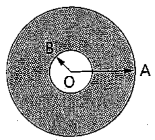
Resuelve en cada caso.

29. Observa la figura y completa.

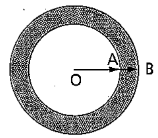
Circunferencia	Radio	Perímetro
Roja	10	
Verde		16π
Amarilla	6	



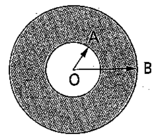
Calcula el perímetro de las siguientes coronas circulares.

30. 

OA = 15 μ
OB = 5 μ

31. 

OA = 5 μ
OB = 7 μ

32. 

OA = 12 μ
OB = 28 μ

6

Área del círculo

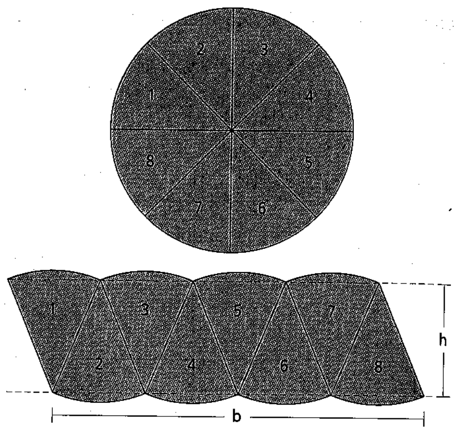
APRENDE

Un método para calcular el área de un círculo consiste en recortar la región circular en 8 sectores congruentes y luego colocarlos uno junto al otro dándoles la forma de un paralelogramo.

La altura del paralelogramo se aproxima al radio de la circunferencia y la longitud de la base es cercana a la mitad del perímetro de la circunferencia.

Área del paralelogramo: $b \cdot h = \pi r \cdot r = \pi r^2$

El área de un círculo es el producto de su radio al cuadrado por π.
Área $= \pi \cdot r^2$



PRACTICA

Calcula el área de cada círculo sabiendo la medida del radio (r). Considera $\pi = 3{,}14$.

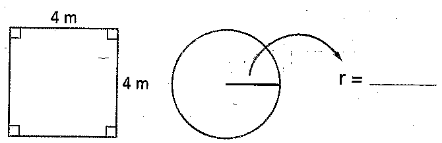
1. r = 8 cm
2. r = 4 cm
3. r = 1,2 cm
4. r = 9,3 cm
5. r = 0,3 cm
6. r = 189 cm
7. r = 3,14 cm
8. r = 0,17 cm
9. r = 3,2 cm
10. r = 20 cm
11. r = 30,8 cm
12. r = 0,15 cm

Calcula el radio de cada círculo, sabiendo la medida del área (A). Considera $\pi = 3{,}14$.

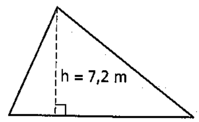
13. A = 50,24 μ^2
14. A = 12,56 μ^2
15. A = 314 μ^2
16. A = 78,5 μ^2
17. A = 0,0314 μ^2
18. A = 254,34 μ^2
19. A = 113,04 μ^2
20. A = 0,1256 μ^2
21. A = 452,16 μ^2
22. A = 31.400 μ^2
23. A = 706,5 μ^2
24. A = 530,66 μ^2

Resuelve.

25. ¿Qué valor debe tener el radio de un círculo para que su área sea igual al área del cuadrado de la figura?



26. ¿Cuál debe ser el valor del área de un círculo, si el radio es igual a la altura del triángulo de la figura?



Completa la siguiente tabla para áreas de sectores circulares.

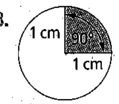
27.

Nº de divisiones de la circunferencia	Ángulo del sector circular	Fracción del sector circular	Área
1	360°	1	$\pi \cdot r^2$
2	$\frac{360°}{2} = 180°$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}\pi \cdot r^2$
3			
4			
5			
6			
10			

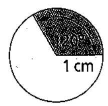
a. Si el ángulo del sector circular aumenta al doble, ¿qué sucede con el área? Explica.

______

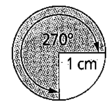
Calcula el área de los siguientes sectores circulares.

28. 

▶ ______

29. 

▶ ______

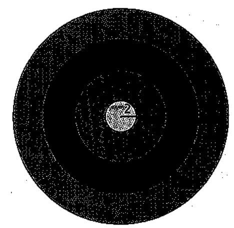
30. 

▶ ______

Resuelve.

31. Observa la figura y completa.

Círculo	Radio	Área	Área de corona circular
Celeste	15		$225\,\pi - 100\,\pi = 125\,\pi$
Roja	10		
Verde	5		



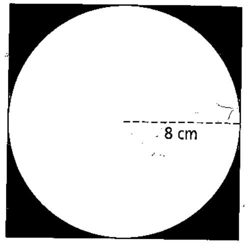
Lee atentamente y resuelve.

32. La forma de un CD de audio es una corona circular. ¿Cuál es su área?
33. Identifica en una rueda de auto una corona circular, calcula su área y su perímetro. Averigua qué significa cada una de las medidas que aparecen en la rueda de un auto.
34. Si el radio de una circunferencia varía, ¿cómo varía el área de la circunferencia?

Áreas y perímetros de figuras compuestas

APRENDE

¿Cuál es el área y el perímetro de la parte pintada de la figura?



Para resolver este problema debes identificar las distintas figuras involucradas.

La zona pintada corresponde a la parte del cuadrado que no alcanza a cubrir la circunferencia, es decir,

zona pintada = zona cuadrada – zona circunferencia

Área de la zona pintada:

Área = área cuadrado – área círculo
Área = $16 \cdot 16 - \pi \cdot 8^2 = 256 - 64\pi = 55{,}04$ cm^2

Para calcular el perímetro de esta zona debes identificar la frontera y verificar si tienen las medidas correspondientes.

Perímetro de la zona pintada:

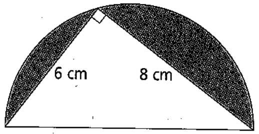
Perímetro = perímetro cuadrado + perímetro circunferencia
Perímetro = $16 \cdot 4 + 2\pi \cdot 8 = 32 + 16\pi = 64 + 50{,}24 = 114{,}24$ cm

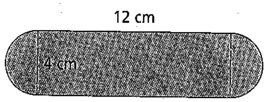
Recuerda:

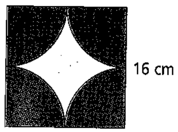
- *Identificar qué partes comprende la figura pintada.*
- *Analizar cómo obtener el área y el perímetro.*
- *Realizar las mediciones requeridas para tus cálculos.*

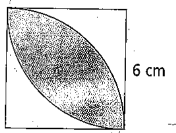
PRACTICA

Calcula el área y el perímetro de las siguientes figuras pintadas.

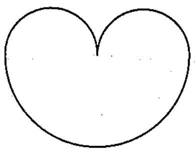
1.


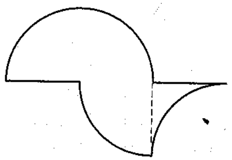
2.


3.


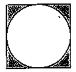
4.


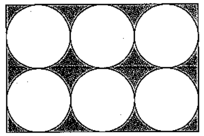
Realiza las mediciones necesarias y calcula el área de cada figura.

5.


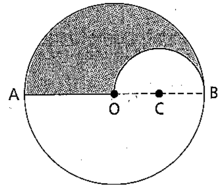
6.


Calcula el área pintada si sabes que los círculos son congruentes y su radio es de 1 cm cada uno.

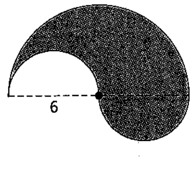
7.


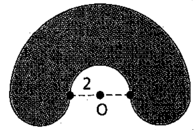
8.


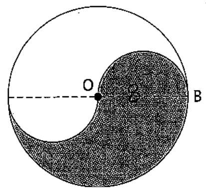
Calcula el área y el perímetro de cada figura pintada.

9.


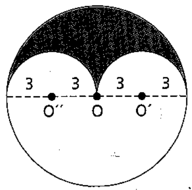
– AB es diámetro
– O, C puntos medios de AB y OB respectivamente
– CB = 4 cm

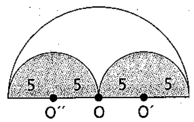
11.


13.


10.


– O centro de la circunferencia
– OB = 8 cm

12.


14.


Lee atentamente y resuelve.

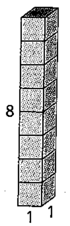
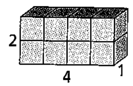
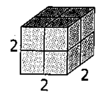
15. La pared de una habitación mide 6 m de ancho y 2,5 m de alto; además tiene 2 ventanas circulares de 50 cm de radio cada una.
   a. Si no estuvieran las ventanas, ¿qué superficie tendría la pared?
   b. ¿Qué medida tiene la superficie de cada ventana?
   c. Si quieres pintar la pared, ¿cuál es el área de la superficie a pintar? Explica tu procedimiento.
   d. Si un tarro de pintura alcanza para 5 m^2, ¿cuántos tarros necesitas para pintar la pared?
   e. Si cada tarro cuesta $850, ¿cuánto dinero se necesita para pintar la pared?

6

Medición del volumen

APRENDE

Cada uno de los siguientes cuerpos está formado por ocho cubitos de 1 metro de arista cada uno. Con este dato se puede calcular fácilmente el área de cada una de las caras de los cuerpos. Observa cómo hacerlo.

1.	2.	3.
		
Á = 1•1+1•1+8•1+8•1+8•1+8•1 Á = 34 m²	Á = 4•2+4•2+1•2+1•2+1•4+1•4 Á = 28 m²	Á = 2•2+2•2+2•2+2•2+2•2+2•2 Á = 24 m²

¿Cómo es posible que teniendo la misma cantidad de cubitos cada uno, tengan áreas distintas? Esto te indica que si quisieras pintar cada uno de estos cuerpos, en el tercero gastarías menos pintura.

Lo que acabas de observar es cómo medir un cuerpo a partir de su superficie. Otra forma de medir cuerpos es medir la cantidad de espacio que ocupan y que llamamos volumen. En el caso de los tres cuerpos, cada cubito tiene un volumen de 1 m^3 (1 metro cúbico), por lo tanto, se tiene:

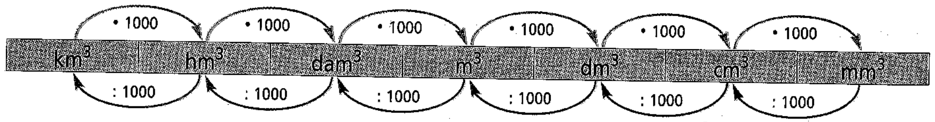
$$V_1 = 8\ m^3 \quad \blacktriangleright \quad V_2 = 8\ m^3 \quad \blacktriangleright \quad V_3 = 8\ m^3$$

Es decir, los tres ocupan la misma medida del espacio.

El volumen de un cuerpo es la medida del espacio que ocupa.

Cubo de arista igual a	Volumen	Equivalencia
1 centímetro	1 centímetro cúbico	0,001 m^3
1 metro	1 metro cúbico	1.000 dm^3
1 decímetro	1 decímetro cubico	0,001 m^3

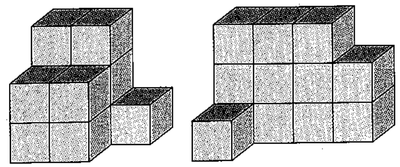
Para pasar de una unidad a otra, tenemos en cuenta que las unidades de volumen aumentan o disminuyen de 1.000 en 1.000.

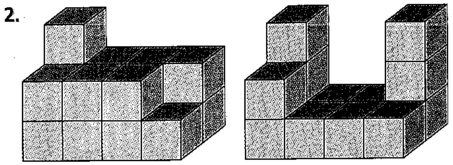


$15\ km^3 = (15 \cdot 1.000 \cdot 1.000 \cdot 1.000)\ m^3 = 15.000.000.000\ m^3$
$5000\ mm^3 = (5.000 : 1.000 : 1.000)\ dm^3 = 0,005\ dm^3$
$8,16\ m^3 = (8,16 \cdot 1.000 \cdot 1.000)\ cm^3 = 8.160.000\ cm^3$

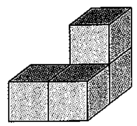
PRÁCTICA

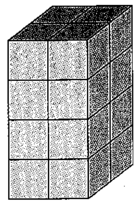
Rodea con color el cuerpo que tiene mayor volumen en cada caso.

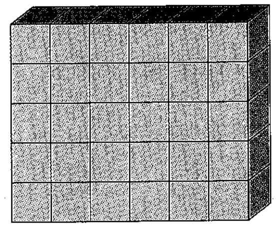
1. 

2. 

Calcula el volumen de cada cuerpo sabiendo que el volumen de cada cúbito es 1 cm^3.

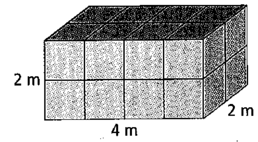
3. 

4. 

5. 

Resuelve.

6. ¿Cuál es el volumen del siguiente cuerpo?



Completa.

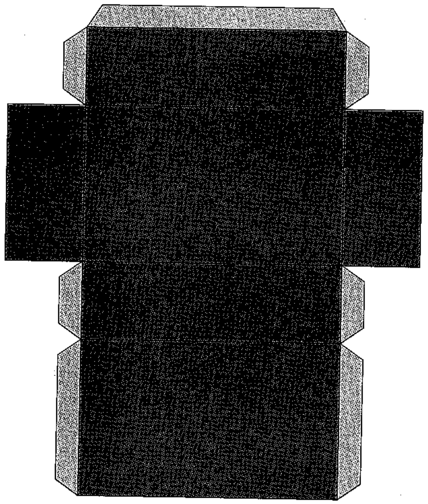
7. Un milímetro cúbico es el volumen de un cubo de ________ de arista.
8. Un decámetro cúbico es el volumen de un cubo de ________ de arista.
9. Un cubo de 1 m^3 está formado por 1.000 cubos de 1 ________^{3}.
10. Un ________ cúbico es el volumen de un cubo de 1 hm de arista.
11. Un decímetro cúbico es la milésima parte de un ________ cúbico.
12. Un kilómetro cúbico es el volumen de un ________ de ________ de arista.
13. Un cubo de 1 m^3 está formado por ________ cubos de 1 cm^3.

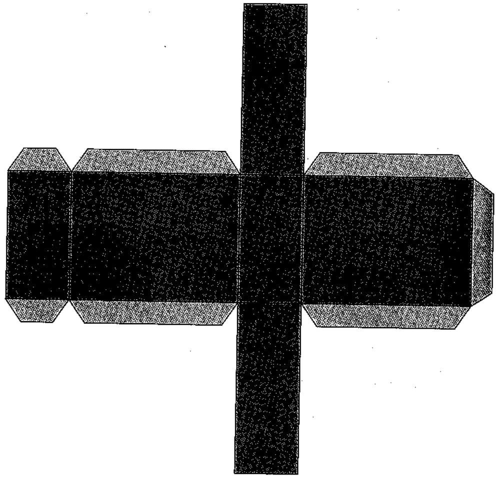
6

Áreas y volúmenes de paralelepípedos rectos

APRENDE

Dibuja en cartulina las siguientes redes a una escala mayor, recórtalas y arma los cuerpos correspondientes.





Los cuerpos obtenidos son paralelepípedos rectos ya que sus bases son paralelogramos.

El área de cada uno de estos cuerpos se obtiene al sumar las áreas de cada una de sus caras.

Por otra parte, para calcular el volumen de estos cuerpos debes calcular el área de su bases y multiplicarla por la altura.

Un paralelepípedo recto es aquel cuyas bases son paralelogramos.

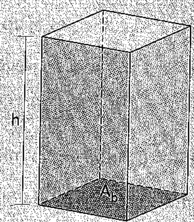
A_L = área lateral = perímetro de la base • h
h = altura = distancia entre las bases
A_B = área de la base

Entonces, el área total de un paralelepípedo recto es igual a:

$$A_T = A_L + 2 \cdot A_B$$

El volumen de un paralelepípedo recto es:

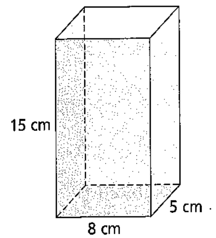
$$V = A_B \cdot h$$

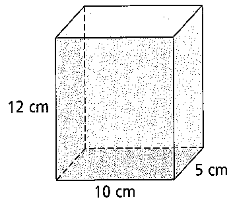


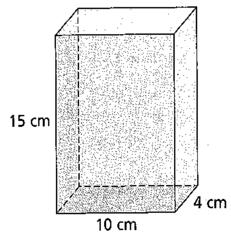
PRÁCTICA

Resuelve.

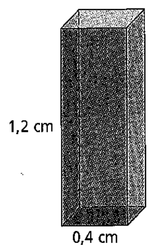
1. Mide y calcula el área y el volumen de los cuerpos que lograste construir en la página anterior.
2. Una empresa de lácteos eligió uno de estos tres envases, que tienen el mismo volumen, para comercializar su nuevo producto. ¿Qué envase eligió la empresa si optó por aquel que está hecho con menos material? Enciérralo.



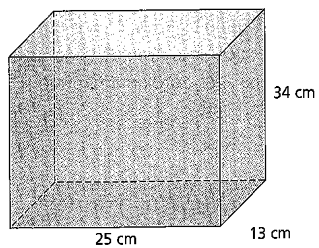




3. Matías construyó con cartulina un paralelepípedo recto de base cuadrada. El lado de la base mide 30 cm y la altura mide 50 cm. Calcula:
   a. El área lateral del cuerpo.
   b. El área total del cuerpo.
4. Agustín tiene cartulina y quiere hacer un cuerpo geométrico similar al de Matías pero cuya área total sea la mitad. ¿Logrará lo que quiere si divide por 2 tanto el lado de la base como la altura? Justifica tu respuesta.
   a. Calcula el área lateral del cuerpo de Agustín.
   b. Calcula el área total del cuerpo de Agustín.
   c. Calcula el volumen de este nuevo cuerpo.
5. Calcula el área total de cada uno de los paralelepípedos rectos dibujados.
   a. Prisma de base cuadrada.



   b. Prisma de base rectangular

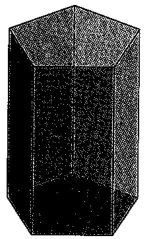


6

Área y volumen de un prisma recto

APRENDE

Ahora que conoces los paralelepípedos rectos, observa la imagen de la derecha. ¿Qué diferencias puedes notar?



Fíjate que la base de este cuerpo no es un paralelogramo, sino un pentágono. Además, podrás observar que todas sus caras laterales son rectángulos.

Un prisma recto es aquel poliedro que tiene dos caras paralelas que son polígonos iguales llamados bases. El resto de las caras son rectángulos y se llaman caras laterales.

Si la base tiene n lados, entonces el número de caras del prisma es n + 2, el de aristas 3 • n y el número de vértices 2 • n.

Si consideras:

P_b : perímetro de la base
h : altura
A_B : área de la base

Entonces, el área total del prisma recto está dado por:

$$A = P_b \cdot h + 2 \cdot A_B$$

y el volumen es igual a:

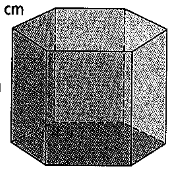
$$V = A_B \cdot h$$

PRÁCTICA

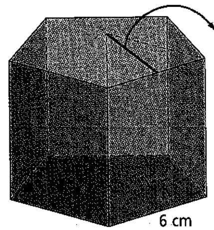
Resuelve.

1. Si el número de vértices de un prisma es 18, entonces:
   a. ¿cuántos lados tienen las bases?
   b. ¿cuántas aristas laterales tiene el prisma?

2. Observa el prisma hexagonal regular y contesta.
   a. ¿Cuál es el área de cada cara lateral?
   b. ¿Cuántas aristas tiene en total?
   c. ¿Cómo podrías calcular el área de cada base?
   d. Si el área de la base es aproximadamente 56 cm^2, ¿cuál es el volumen del prisma?



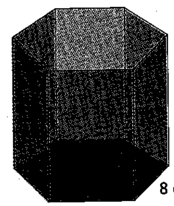
3. Para el siguiente prisma calcula:
   a. el área lateral
   b. el área de la base
   c. el volumen



4. Completa.
   a. Un prisma de base pentagonal tiene ______ vértices, ______ caras y ______ aristas.
   b. Un prisma de base hexagonal tiene ______ vértices, ______ caras y ______ aristas.
   c. Un prisma de base octagonal tiene ______ vértices, ______ caras y ______ aristas.
   d. Si la base de un prisma tiene n lados, el prisma tiene ______ vértices, ______ caras y ______ aristas.

5. Construye una red cuya base sea un heptágono y responde. Tú determinas las medidas de la altura y los lados del heptágono.
   a. Calcula el número de vértices.
   b. Calcula el número de aristas.
   c. ¿Cuántas caras tiene tu prisma?
   d. Calcula el área lateral y basal.
   e. Calcula el volumen.

6. Calcula el volumen de un prisma hexagonal que tiene 8 cm de arista, 12 cm de altura y el apotema de su base mide aproximadamente 6,9 cm.

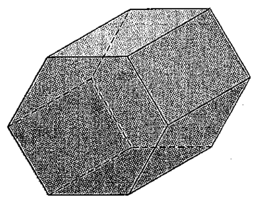


7. Calcula el área total del siguiente prisma.

   Apotema de la base: 21,65 cm

   Lado de la base: 25 cm

   Altura: $\frac{6}{5}$ del lado de la base



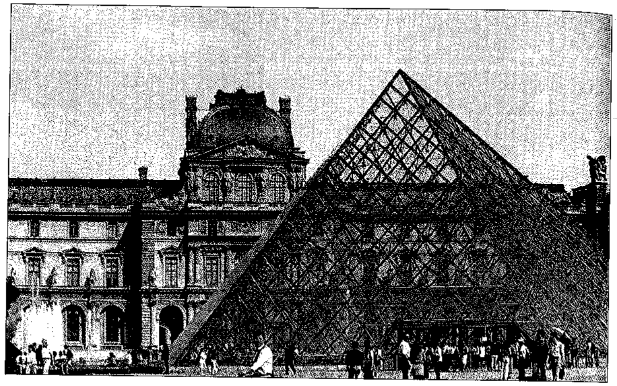
Área y volumen de pirámides

APRENDE

En el año 1989, se instaló en el museo del Louvre de París la escultura de vidrio que puedes ver en la foto.

Tiene una altura de 22 metros y su base es un cuadrado de 30 metros de lado. Todas sus caras laterales son triángulos.

¿Conoces el nombre de este tipo de poliedro?



Las pirámides son poliedros cuya base es un polígono y sus caras laterales son todas triángulos que concurren en un punto llamado cúspide.

Las pirámides rectas son aquellas cuyas caras laterales son todas triángulos isósceles. Si no son triángulos isósceles se denominan oblicuas.

Las pirámides regulares son aquellas cuya base es un polígono regular.

El apotema lateral de una pirámide regular es la altura de cualquiera de sus caras laterales. También se puede identificar el apotema de la base en cualquier pirámide.

El área de una pirámide recta se obtiene al sumar las áreas de todas sus caras y el área de la base.

El volumen de una pirámide está dado por:

$$V = \frac{\text{área de la base} \cdot \text{altura}}{3}$$

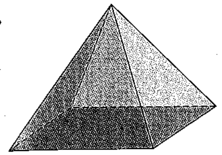
Si la base de una pirámide tiene n lados, entonces el número de caras es n + 1, el de aristas 2 • n y el número de vértices es n + 1.

PRACTICA

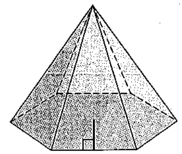
Completa con el nombre del polígono que forma la base de una pirámide si:

1. tiene 12 aristas. ▶ ______
2. tiene 9 vértices. ▶ ______
3. tiene 6 caras laterales. ▶ ______

Calcula el área total de estas pirámides rectas cuyas bases son polígonos regulares.

4.  ▶ ______

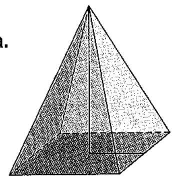
Lado de la base: 24 cm
Apotema lateral: 20 cm

5.  ▶ ______

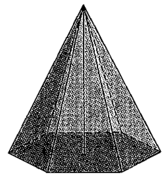
Perímetro de la base: 42 cm
Apotema de la base: 6,06 cm
Apotema lateral: 11,69 cm

Resuelve los siguientes problemas.

6. Calcula el volumen de una pirámide que tiene una base de área 100 cm^2 y una altura de 20 cm.
7. Calcula el volumen de las siguientes pirámides regulares.

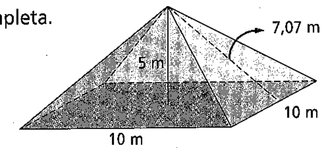
a.  ▶ ______

Arista de la base = 8 cm
Altura = 12 cm

b.  ▶ ______

Arista de la base = 6 cm
Apotema de la base = 5,2 cm
Altura = 12 cm

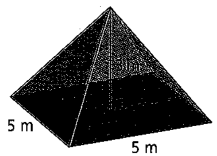
8. Completa.

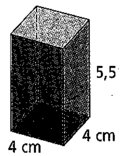


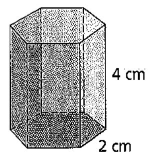
a. Área ▶ ______

b. Volumen ▶ ______

9. Indica qué cuerpo tiene menos volumen según sus medidas. Marca una ***X*** en el casillero que corresponda.



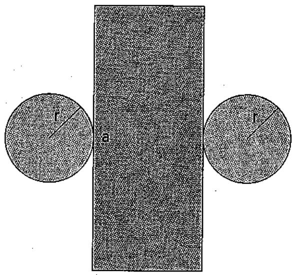




El cilindro

APRENDE

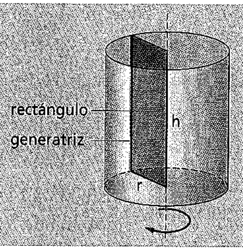
¿Qué sucedería si desarmas una lata de bebida? Lo más probable es que al estirar las partes obtendrás dos círculos y un rectángulo como se muestra en la figura.



Observa que la longitud de las circunferencias, es decir el perímetro, coincide con el lado a del rectángulo. Luego, si quieres calcular el área del cilindro deberás sumar el área del rectángulo y las dos áreas de los círculos.

Un cilindro se obtiene al rotar un rectángulo de lados r y h sobre uno de sus lados.
El área está dada por:

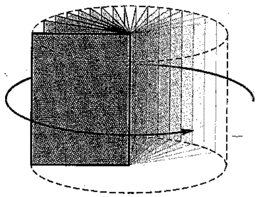
$$A = 2\pi rh + 2\pi r^2$$



PRACTICA

Resuelve.

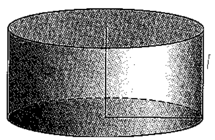
1. La base del rectángulo que gira mide 30 cm. ¿Cuál es el área de la base del cilindro que se genera?



▶ ______________

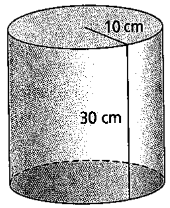
2. Calcula el área total del cilindro recto de base circular.

   Altura: 20 cm
   Radio de la base: 25 cm



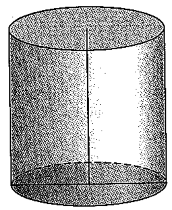
▶ ______________

3. Calcula el área total del cilindro circular recto dibujado.



▶ ______________

4. Calcula el área lateral del cilindro recto cuya base es un círculo de 452,16 cm^2 de área y cuya altura es igual al diámetro de la base.



▶ ______________

5. Revisa los resultados para las áreas y corrige aquellos que estén incorrectos.

Radio	Altura	Área lateral	Área total
3 cm	5 cm	46,5 cm^2	75,36 cm^2
4 cm	7 cm	87,92 cm^2	276,32 cm^2
6 cm	9 cm	167,42 cm^2	281 cm^2

6. En una empresa de conservas están haciendo una revisión de sus envases. En este análisis desean determinar la cantidad de material que se utilizaría al modificar las dimensiones del tarro actual. ¿Qué sucederá en los siguientes casos?

   a. Al modificar al doble el radio solamente.
   b. Al modificar al doble la altura solamente.
   c. Al modificar al doble la altura y a la mitad el radio.
   d. Al modificar al doble el radio y a la mitad la altura.

7. Un recipiente tiene forma de cilindro circular recto. El área de cada base es de 1.256 cm^2 y la altura del cilindro mide 15 cm.

   a. ¿Cuánto mide el diámetro de la base? ▶ ______________
   b. ¿Cuál es el área lateral del cilindro? ▶ ______________
   c. ¿Cuánto mide el área total? ▶ ______________

6

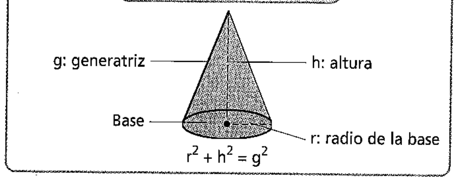
Red del cono recto

APRENDE

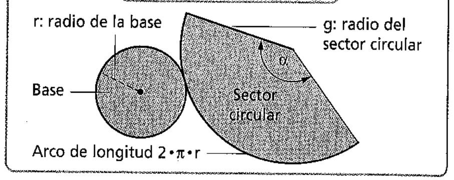
En la figura se muestra cómo a partir de un triángulo rectángulo se puede generar un cono recto.

En los conos podemos observar algunos elementos que permiten describirlos. También es posible desarmarlos para observar sus redes.

Cono



Red del cono



¿Se puede afirmar que el perímetro de la base del cono mide lo mismo que el arco del sector circular?

¿Cuánto mide el ángulo a del sector circular?

Si quieres construir un cono debes conocer la longitud del radio de la base y la longitud de la generatriz. Con estos datos podrás dibujar la red correspondiente.

El ángulo del sector circular lo calculas utilizando la siguiente fórmula.

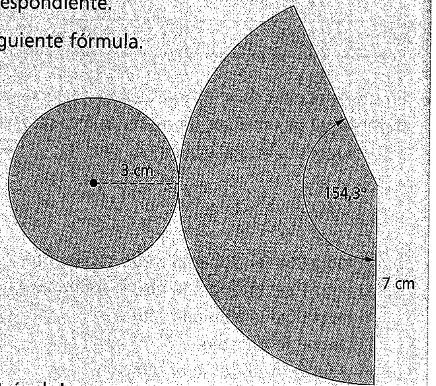
$$\alpha = \frac{r \cdot 360}{g}$$

Ejemplo: Se desea construir un cono cuya base circular tenga 3 cm de diámetro y con generatriz 7 cm.

$$\alpha = \frac{3 \cdot 360}{7}$$

$$= 154{,}285°$$

$$\approx 154{,}3°$$



Con este dato construyes una circunferencia de radio 7 cm y marcas un ángulo en el centro de 154,3°. ¡Constrúyelo!

PRACTICA

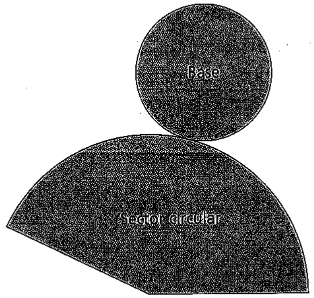
Lee y resuelve.

1. ¿Cuánto debe medir el ángulo del sector circular de un cono con radio 4 cm y generatriz 6 cm?
2. ¿Cuánto debe medir la generatriz para construir un cono con r = 5 cm y $\alpha = 90°$?
3. ¿Cuánto debe medir el radio de la base de un cono con $\alpha = 72°$ y g = 15 cm?
4. Construye un cono cuyo perímero basal sea 6 π cm y generatriz 9 cm.

Área del cono recto

APRENDE

Calcular el área del cono es equivalente a determinar la superficie de su red, esto quiere decir, obtener el resultado de la suma entre las áreas de la base y el sector circular correspondiente.



Conocido el valor del radio (r) de la base, su área es:

$$Á_b = \pi \cdot r^2$$

Conocida la generatiz (radio del sector circular) y el ángulo del sector circular, el área de este sector está dado por :

$$Á_{sc} = \pi \cdot r \cdot g$$

Si g es la generatriz y r el radio de la base de un cono recto, entonces el área de este está dado por la fórmula:

$$A = Á_b + Á_{sc} = \pi \cdot r^2 + \pi \cdot r \cdot g$$

Ejemplo:

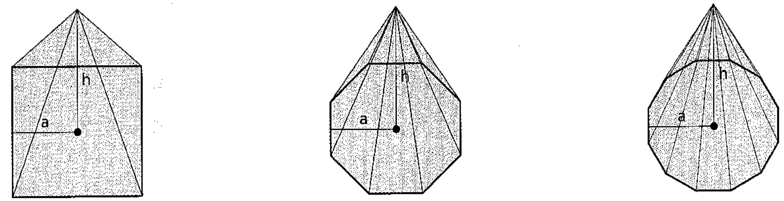
Si g = 5 cm y r = 2 cm, entonces el área del cono es: ($\pi = 3{,}14$)

$$Á = 3{,}14 \cdot 2^2 + 3{,}14 \cdot 2 \cdot 5 = 12{,}56 + 31{,}4 = 43{,}96 \text{ cm}^2$$

PRACTICA

Lee y resuelve.

1. Calcula el área del cono recto donde r = 3 y g = 5. Usa $\pi = 3{,}14$.
2. Si el radio de la base de un cono mide 4 cm y el ángulo del sector circular mide 60°, ¿cuál es el área del cono?
3. Observa las figuras y luego completa.



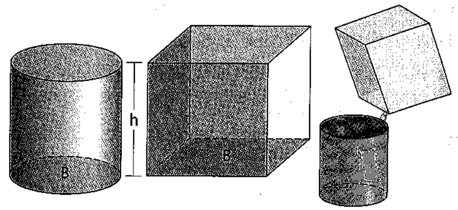
Los cuerpos tienen en común las magnitudes ______ y ______. Si el número de lados de los polígonos regulares que forman sus ______ se duplica sucesivamente, el cuerpo que resulta se asemeja cada vez más a la forma de un ______. De lo anterior, podemos afirmar que a mayor cantidad de lados que tenga el polígono de la base de una ______, el área de esta se acerca a la del ______.

6

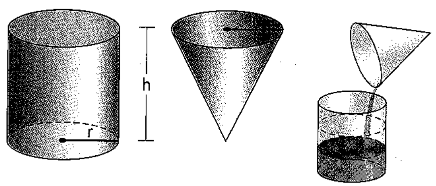
Volumen de cuerpos redondos

APRENDE

Si construyes un prisma y un cilindro con igual altura y con bases que tengan igual área, podrás observar que la cantidad de arena que pueden contener cada uno es la misma. Con lo anterior se afirma que el volumen de estos cuerpos es el mismo.

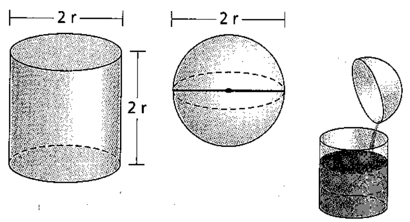


Si construyes con cartulina un cilindro y un cono de altura y bases iguales, podrás comprobar que la cantidad de arena que puede contener el cilindro es exactamente 3 veces lo que puede contener el cono.



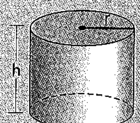
Si viertes la arena que puede contener una semiesfera de radio r en un cilindro cuya base tiene radio r igual que la esfera y altura 2r, comprobarás que el cilindro se llena hasta su tercera parte. Es decir,

$$V_{esfera} = \frac{2}{3} V_{cilindro}$$



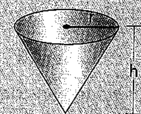
El volumen del cilindro es igual al producto del área de la base por la altura.

$$V_{cilindro} = \pi \cdot r^2 \cdot h$$



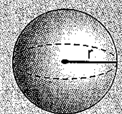
El volumen del cono es igual a un tercio del producto del área de la base por la altura.

$$V_{cono} = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r^2 \cdot h$$



El volumen de la esfera es igual a $\frac{2}{3}$ del volumen del cilindro.

$$V_{esfera} = \frac{2}{3} \cdot \pi \cdot r^2 \cdot h = \frac{2}{3} \cdot \pi \cdot r^2 \cdot 2r = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3$$

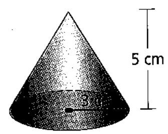


PRÁCTICA

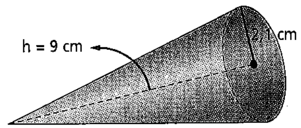
Calcula en cada caso.

1. El volumen de un cilindro cuya base tiene un área de 40 cm^2 y cuya altura mide 6 cm.
2. El volumen de un cilindro cuya base es un círculo de 4 cm de radio y su altura mide 10 cm.
3. El volumen de cada cono.

a.



b.



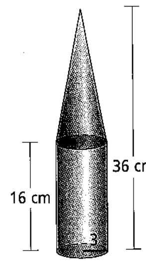
4. El volumen de una esfera cuyo diámetro mide 12 cm.

Lee y resuelve.

5. El volumen de un cono es 13,52 cc y el área de su base es 14,01 cm^2. ¿Cuánto mide su altura?
6. El volumen de un recipiente cilíndrico es 3.517 m^3. ¿Qué capacidad tiene un cono de igual altura e igual base?

Observa los dibujos y contesta.

7.



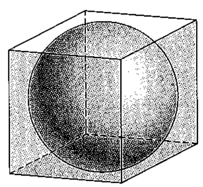
▸ V + V

a. ¿Cuál es el volumen del cono?

b. ¿Cuál es el volumen del cilindro?

c. ¿Cuál es volumen total del cuerpo?

8. Cubo de arista 10 cm



▸ V − V

a. ¿Cuál es el volumen del cubo?

b. ¿Cuál es el volumen de la esfera?

c. ¿Cuál es el volumen del espacio limitado entre la esfera y el cubo?

14 ANEXO F – CARACTERISTICAS DE LAS INSTITUCIONES EDUCATIVAS

Caracteristicas de las Instituciones - Santiago de Chile

Escuela	Tipo de institucion	Pago Matricula (Pesos Ch)	P. Mensualidad (Pesos Ch)	Costo Anual Estimado (Pesos Ch)	GSE - Grupo Socio-Económico	Matricula	Niveles de Enseñanza	Tamaño de Clase (Promedio de Alum. / Sala)	Enfasis Proyecto Educativo	Apoyos de Personal Multidisciplinarios	Descripcion General del trabajo de reforzamiento	Infraestructura	Tec Ed	Resultados SIMCE	Niveles de logros
Escuela Perú	**Municipal**	**Gratuito (G)**	**Gratuito (G)**	-	c	**688**	Educación Parvularia Enseñanza Básica	**38**	Desarrollo integral ***Excelencia académimica*** Valórico - religioso	***Reforzamiento en materias específicas*** Psicopedagogo Orientador(a) Orientador(a) vocacional	***1.-*** *Profesor externo encargado del reforzamiento para alumnos con bajo rendimiento. El reforzamientos se realiza retirando alumnos de clases: artes, música, religión. El profesor trabaja con 5 a 10 alumnos de octavo básico. Dentro las horas de clases normales se realiza el reforzamiento.* ***2.-*** *Compran material Simce: Ensayos Simce. se realizan al rededor de 8 ensayos simce el segundo semestre. El profesor de la asignatura los revisa y corrige con los alumnas algunas preguntas, sea las menos logradas o las que piensa que son interesantes, según el enunciado propuesto. Los ensayos llevan una nota promedio al final del semestre.* ***3.-*** *El profesor externo y el Profesor de matemáticas desconocen el trabajo de ambos, es decir, cada uno hace su trabajo sin establecer una dirección en común.*	- Biblioteca - Sala de usos múltiples - Sala de computación con internet - Sala audiovisual - Cancha de deportes	Buena infraestructura tecnológica y uso pedagógico medianamente frecuente	**2009: 261** 2007: 261 2004: 260	**Avanzado: 10%** **Intermedio: 27%** **Inicial: 63%**
Escuela Uruguay	**Municipal**	**G**	**G**	-	D	**747**	Educación Parvularia Enseñanza Básica	**33**	Desarrollo integral **Excelencia académica** Valórico - religioso	***Reforzamiento en materias específicas*** Psicopedagogo, Psicólogo, Orientador(a) Orientador(a) vocacional Asistente Social y Mediadora	***1.-*** *Es contrado Pofesor para reforzamiento. El reformamiento se realiza fuera de las horas de clase. Se encuentra dirigida a los alumnos con bajo rendimiento.* ***2.-*** *La escuela entrega al profesor el material Simce. El debe pasar los ensayo en los octavos básicos y luego corrige junto con los alumnos las preguntas donde hubo dificultad.* ***3.-*** *El profesor de matemática desconoce trabajo de reforzamiento que los estudiantes realizan, fuera del horario escolar.*	Biblioteca Laboratorio de ciencias Sala de usos múltiples Sala de computación con internet, Sala audiovisual Cancha de deportes Sala de Música	infraestructura tecnológica es básica y el uso pedagógico es precario	**2009: 253** 2007: 253 2004: 284	**Avanzado: 12%** **Intermedio: 22%** **Inicial: 66%**
Escuela Paraguay	**Municipal**	**G**	**G**	-	B	**548**	Educación Parvularia Enseñanza Básica	**32**	Desarrollo integral **Excelencia académica** Valórico - religioso	***Reforzamiento enmaterias específicas*** Psicopedagogo	***1.-*** *Reforzamiento con un profesor externo.* ***2.-*** *El docente de aula realiza ensayos tipo simce que la escuela le entrega. Él los corrige con los alumnos y resulve con ellos las dudas y las preguntas con mayor dificultad*	Biblioteca Sala de usos múltiples Sala de computación con internet Sala audiovisual Cancha de deportes Gimnasio	Buena infraestructura tecnológica y uso pedagógico medianamente frecuente	**2009: 227** 2007: 244 2004: 229	**Avanzado: 0%** **Intermedio: 12%** **Inicial: 88%**
Escuela México	**Municipal**	**G**	**G**	-	B	**504**	Educación Parvularia Enseñanza Básica	**33**	Desarrollo integral Excelencia académica Artístico	***Reforzamiento en materias específicas*** Psicopedagogo Psicólogo(a) Orientador(a) Orientador(a) vocacional Educación Diferencial Proyecto de Integración	***1.-*** *Existre un profesor externo que acompaña al profesor de aula. El profesor externo es quien lleva el material de trabajo. Durante los dos meses anteriores a la evalaucion Simce. Las 6 horas pedagógicas de clases se encuentran destinadas a resolver guías de ejercicios tipo Simce.* ***2.-*** *Los docentes de matematicas y lengua reciben apoyo de especialista en el dominio. Una vez por semana los profesores trabajan con este especialista que les resulve dudas sobre los contenidos.* ***3.-*** *Cada dos semanas el espcialista asiste a la sala de clases, para ayudar al profesor y a los estudiantes.*	Biblioteca Sala de computación con internet Cancha de deportes Gimnasio	infraestructura tecnológica es básica y el uso pedagógico es precario	**2009: 227** 2007: 224 2004: 234	**Avanzado: 1%** **Intermedio: 6%** **Inicial: 92%**
Euscuela Ecuador	**Municipal**	**G**	**G**	-	B	**198**	Educación Parvularia Enseñanza Básica	**19**	Desarrollo integral Excelencia académimica Deportivo	***Reforzamiento en materias*** específicas, Psicopedagogo Orientador(a) Orientador vocacional	***1.-*** *Los docentes de matematicas y lengua reciben apoyo de especialista en el dominio. Una vez por semana los profesores trabajan con este especialista que les resulve dudas sobre los contenidos.* ***2.-*** *Cada dos semanas el espcialista asiste a la sala de clases, para ayudar al profesor y a los estudiantes.*	Biblioteca Sala de computación con internet, Sala audiovisual Cancha de deportes	infraestructura tecnológica es básica y el uso pedagógico es precario	**2009: 230** 2007: 227 2004: 236	**Avanzado: 3%** **Intermedio: 20%** **Inicial: 77%**
Escuela Panamá	**Municipal**	**G**	**G**	-	B	**827**	Educación Parvularia Enseñanza Básica	**35**	Desarrollo integral ***Excelencia académica*** Valórico - religioso	***Reforzamiento en materias*** específicas Psicopedagogo Psicólogo, Orientador Orientador vocacional	***1.-*** *Los docentes de matematicas y lengua reciben apoyo de especialista en el dominio. Una vez por semana los profesores trabajan con este especialista que les resulve dudas sobre los contenidos.* ***2.-*** *Cada dos semanas el espcialista asiste a la sala de clases, para ayudar al profesor y a los estudiantes.* ***3.-*** *El profesor de asignatura es quien le realiza reforzamiento. El reforzamiento es destinada a los alumnos con bajas calificaciones. El reforzamiento fuera e las horas de clases.*	Biblioteca Sala de usos múltiples Sala de computación con internet Sala de computación sin internet Sala audiovisual Cancha de deportes	Buena infraestructura tecnológica y uso pedagógico medianamente frecuente	**2009: 234** 2007: 233 2004: 244	**Avanzado: 1%** **Intermedio: 15%** **Inicial: 84%**

Colegio Colombia	**Part-Subv**		**G**	$1.000 a $10.000	55,000.00	C	**916**	Enseñanza Básica	**38**	Desarrollo integral ***Excelencia académica*** Valórico - religioso	***Reforzamiento en materias específicas*** Psicopedagogo Psicólogo(a) , Orientador(a) Orientador(a) vocacional Proyecto de Integración	***1.-*** *Los estudiantes durante el año realizan 2horas pedagógicas de ejercitación. El profesor les entrega una guía de 10 ejercicios tipo Simce. Cada alumnos lo resuelve y se corrige el ejercicio en la pizarra.* ***2.-*** *Los ensayo simce los entrega la cordinación, el profesor los revisa y con los alumnos corrige aquello que detenta cimayor dificultad por parte de los alumnos.* ***3.-*** *El colegio recibe asesoria de un equipo externo de profesionales relacionados con la educación (Grupo Klein, USCH). Los profesores reciben de ellos las planificaciones de cada clase, guías de ejericicios y evaluaciones.*	Biblioteca Laboratorio de ciencias Sala de usos múltiples Sala de computación con internet, Sala audiovisual Cancha de deportes Auditorium	Excelente infraestructura tecnológica y alta frecuencia de uso pedagógico	**2009: 286** 2007: 292 2004: 287	**Avanzado: 22%** **Intermedio: 38%** **Inicial: 40%**
Liceo Bolivia	**Part-Subv**		**G**	$10.000 a $25.000	175,000.00	C	**964**	Educación Parvularia Enseñanza Básica Enseñanza Media Humanista-Científica Enseñanza Media Técnico-Profesional Industrial	**37**	Desarrollo integral Valórico - religioso Deportivo	**Reforzamiento en materias específicas** Psicopedagogo	***1.-*** *El reforzamiento lo realiza el profesor de la asignatura de matemática. El reforzamiento es 1h:30, es decir, dos horas pedagógicas. Recibe el nombre taller Simce y es realizado durante todo el año escolar. Se les pide a los estudiantes que compren el Libro "Sendas". Este manual es compuesto principalmente por ejercicios.* ***2.-*** *El colegio le entrega ensayo Simce al profesor de 8avo básico. Una vez realizadas, corriege con los estudiantes los ejercicios menos logrados.* ***3.-*** *El colegio le solicita durante el segundo semestre realizar guías de ejercitación para los 8avo basicos. Dichas guias son entregadas a los profesores de Ingles, religion, musica, artes. Para que los alumnos las realicen durantes esas horas de clases.*	Biblioteca Laboratorio de ciencias Sala de usos múltiples Sala de computación sin internet Sala audiovisual Gimnasio	infraestructura tecnología es precaria y/o no realizan uso pedagógico de ella	**2009: 273** 2007: 252 2004: 251	**Avanzado: 13%** **Intermedio: 30%** **Inicial: 57%**
Colegio Argentina	**Part-Subv**		**G**	$10.000 a $25.000	175,000.00	C	**1720**	Educación Parvularia Enseñanza Básica Enseñanza Media Humanista -Científica	**43**	Desarrollo integral ***Excelencia académica*** Valórico - religioso	***Reforzamiento en materias específicas*** Psicopedagogo Psicólogo, Orientador Orientador(a) vocaciona	***1.-*** *Se realiza reforzamiento con un profesor externo es diriggido a los alumnos que tienen bajo rendimiento(horarios?Fuera de las horas de clases). El profesor de aula desconoce el trabajo que el profesor de reforzamiento realiza.* ***2.-*** *El colegio entrega material, ensayos simce para que el profesor de aula lo pase a los alumnos y revicen los ejercicios con mayor dificultad.* ***3.-*** *Tambien dentro de la sala de clases existe un psicopedagogo permamente, que tiene la función a ayudar a los alumnos con mayor dificultad desde el área del lenguaje.* ***4.-*** *Existe un profesor especializado para geometría.* ***5.-*** *Trabajan con un organizmo que genera material y brinda apoyo a los profesor, por medio de retroalimentación de clases.*	Biblioteca Laboratorio de ciencias Sala de usos múltiples Sala de computación con internet, Sala audiovisual Cancha de deportes Gimnasio capilla	Buena infraestructura tecnológica y uso pedagógico medianamente frecuente	**2009: 271** 2007: 272 2004: 275	**Avanzado: 12%** **Intermedio: 38%** **Inicial: 51%**
Escuela Brasil	**Part-Subv**		**G**	$25.001 a $50.000	375,000.00	D	**143**	Educación Parvularia Enseñanza Básica	**15**	Desarrollo integral ***Excelencia académica*** Valórico - religioso	Orientador(a) Orientador(a) vocacional	**1.-**El profesor de aula decida 2 horas pedagógicas de reforzamiento durante el segundo semestre. Se trabajan con los alumnos ejercicios tipo simce.	Biblioteca Sala de usos múltiples Sala de computación con internet Cancha de deportes	Buena infraestructura tecnológica y uso pedagógico medianamente frecuente	**2009: 295** 2007: 261 2004: 250	**Avanzado: 26%** **Intermedio: 42%** **Inicial: 33%**
Escuela Puerto Rico	**Part-Subv**		$10.000 a $25.000	$10.000 a $25.000	192,500.00	C	**528**	Educación Parvularia Enseñanza Básica	**29**	Desarrollo integral ***Excelencia académica*** Valórico - religioso	***Reforzamiento en materias específicas*** Psicopedagogo, Psicólogo Educadora diferencial y fonoaudiologa	***1.-*** *El profesor de aula realiza ejercicios tipo simce que el mismo realiza.*	Biblioteca Sala de usos múltiples Sala de computación con internet Cancha de deportes	Buena infraestructura tecnológica y uso pedagógico medianamente frecuente	**2009: 271** 2007: 267 2004: 257	**Avanzado: 10%** **Intermedio: 37%** **Inicial: 53%**
Colegio Venezuela	**Part-Subv**		$1.000 a $10.000	$25.001 a $50.000	380,500.00	D	**3136**	Educación Parvularia Enseñanza Básica Enseñanza Media Humanista-Científica	**38**	Desarrollo integral ***Excelencia académica*** Preparación para la PSU e ingreso a la Universidad	***Reforzamiento en materias específicas*** Psicopedagogo Psicólogo	***1.-*** *Se realizan reforzamiento. Los reforzamientos se defienen según el nivel en que se encuentren los alumnos (resultado Simce). Seleccionan al profesor mas competente en matematicas dentro de la organizacion para trabajar con los alumnos mas debiles. Estos alumnos son retirados en las asignaturas de religion y musica. El otro reforzamiento es para todos son 45 min. Se trabaja una guía de 15 ejercicios con diferentes contenidos. La guía es entregada por el departamete de matematicas del colegio* ***2.-*** *Realizan un taller de geometría, se encuentra en las horas de matemática, pero lo realiza un profesor diferente.* ***3.-*** *Realizan una vez por mes ensayo Simce, lo realiza la cordinación del colegio y el profesor lo revisa con los alumnos, enfatizando en la resulución de los ejercicios con mayor dificultad.* ***4.-*** *También se propone otro reforzamiento que consiste fuera de las horas de clases. Los alumnos un dia a la semana se deben quedar hasta mas tarde.* ***5.-*** *Dias antes de la evaluacion simce, realizan una especie de retiro motivacional.*	Biblioteca Laboratorio de ciencias Sala de usos múltiples Sala de computación con internet Sala audiovisual Cancha de deportes Gimnasio	Buena infraestructura tecnológica y uso pedagógico medianamente frecuente	**2009: 301** 2007: 289 2004:	**Avanzado: 36%** **Intermedio: 36%** **Inicial: 29%**
Colegio Chile	**Part-Subv**		$1.000 a $10.000	$25.001 a $50.000	380,500.00	D	**2015**	Educación Parvularia Enseñanza Básica Enseñanza Media Humanista-Científica	**36**	Desarrollo integral ***Excelencia académica*** Valórico - religioso	***Reforzamiento en materias específicas*** Psicopedagogo(a) Psicólogo(a)	***1.-*** *Reforzamiento con personal externo al colegio. Tal reforzamiento se realiza fuera del horario escolar.* ***2.-*** *El profesor de aula realiza evaluaciones Simce, que el colegio le entrega. Él las corrije con los alumnos, poniendo énfasis en los ejercicios con mayor dificultad.*	Biblioteca Laboratorio de ciencias Sala de computación con internet Gimnasio	Infraestructura tecnológica es básica y el uso pedagógico es precario	**2009: 260** 2007: 265 2004: 263	**Avanzado: 6%** **Intermedio: 38%** **Inicial: 55%**

15 ANEXO G – MODELO DEL CUESTIONARIO Y DE LA ENTREVISTA PARA LOS PROFESORES

15.1 MODELO DEL CUESTIONARIO

El cuestionario usado durante nuestro estudio de campo con los profesores de las instituciones en la región de Santiago, Chile.

Cuestionario Para Profesores
Educación Matemática
8º año Básico

Establecimiento :

Fecha :

1. ¿Cuál es su título de Profesional y en qué año lo obtuvo?

2. ¿En el cuál de los siguientes niveles usted trabaja?:

a) Enseñanza General Básica
b) Enseñanza General Básica con mención en Matemática
c) Enseñanza General Básica con mención en otra área
d) Enseñanza Media con especialidad en Matemática
d) Enseñanza Media con especialidad en otra área

3. ¿Tiene alguna especialización posterior a su título profesional?
Marque Sí o No para cada alternativa.

Postítulo
Diplomado
Magíster
Doctorado
Cursos de perfeccionamiento
Otros

4. ¿Cuántos año de experiencia tiene como profesor?

5. ¿Desde qué año trabaja en este establecimiento?

6. ¿Cuántas horas cronológicas contratadas tiene a la semana en este establecimiento?
Asegúrese de contestar considerando horas cronológicas (60 minutos), u horas pedagógicas (45 minutos), según corresponda

horas cronológicas

7. **Del total de horas contratadas a la semana por el establecimiento, ¿cuántas horas pedagógicas de clases realiza frente al curso?**

horas pedagógicas [ ]

8. **¿Cuántas horas cronológicas, en promedio, dedica semanalmente a la preparación de clases?**

horas cronológicas [ ]

9. **En este establecimiento, ¿existen horas destinadas, exclusivamente, a preparar clases?**

Sí [ ]
No [ ]

10. **El programa de estudio que actualmente está aplicando, está basado en…**

a) El programa elaborado por Ministerio (Decreto Nº 240 de 1999) [ ]

b) El programa elaborado por Ministerio (Decreto Nº 232 de 2002) [ ]

c) El programa elaborado por Ministerio (Decreto Nº 256 de 2009) [ ]

d) El programa elaborado por el Ministerio, con énfasis particulares que interesan al establecimiento. [ ]

e) Un programa propio del establecimiento. [ ]

11 **¿Cuáles son las dos temáticas más frecuentes tratadas en reuniones formales con las siguientes personas?**
En cada caso, marque las dos temáticas mas frecuentes.

	Contenidos de aprendizaje	*Rendimiento*	*Disciplina*	*Metodología de enseñanza aprendizaje*	*Aspectos valórico formativos*
a) Con el director del establecimiento					
b) Con el jefe de UTP/ coordinador académico					
c) Con otros profesores en general (consejo de profesores)					
d) Con el jefe de departamento					
e) Con otros profesores de Educación Matemática					
f) Con los apoderados					
g) Con los alumnos					

12 **Si en su establecimiento se realiza alguna evaluación del desempeño docente, ¿se utilizan las siguientes estrategias para evaluar su desempeño como profesor?**

Marque Sí o No para cada alternativa.

	Si	*No*
a) Revisión de planificaciones de clases		
b) Observación de clases		
e) Entrevista con el jefe de UTP/ coordinador académico		
d) Entrevista con el jefe de departamento		
e) Realización, por parte suya, de informes sobre su labor en cada curso		

13 En la planificación de clases, cuál es su principal fuente de infomación escrita cuando…
Marque con una equis (x) *una sola alternativa en cada fila.*

	Proyecto educativo y/o curiulcar	*Planes y programas de estudio*	*Reglamento de evaluación*	*Texto del profesor*	*Texto del alumno*	*Otras fuentos*
a) Decide qué temas enseñar (objectivos)						
b) Decide cómo presentar un tema						
c) Selecciona problemas y ejercicios para trabajar en clases o como tareas						
d) Selecciona problema y aplicaciones para evaluación						

14 Teniendo en cuenta que el tiempo de clases es limitado y que es probable que no haya podido abordar todos los contenidos curriculares, queremos pedirle que nos indique en qué medida pudo usted enseñar los siguientes contenidos de Educación Matemática en 8° Básico. Marque una alternativa en cada fila.

	No los alcanzo a ver durante el año	*Algo*	*Bastante*	*Por completo*
a) Resolución de problemas geométricos de proporcionalidad (producir figuras semejantes).				
b) noción de igualdades de expresiones algebraicas				
c) Cálculo de porcentajes y elaboración y análisis de tablas de aumentos y descuentos en un porcentaje dado, utilizando calculadora.				
d) Investigación sobre la suma de los ángulos interiores de polígonos y el número de lados de estos; construcción de polígonos por combinación de otros.				
e) Resolución de situación problemas en las que sea necesario y pertinente expresar como fracciones números decimales finitos e infinitos periódicos				
f) Investigación de las relaciones entre los ángulos que se forman al intersectar dos rectas por una tercera.				
g) Interpretar el uso de signos en los números, en la vida diaria, en contextos ligados a:la línea cronológica (AC,DC), la medición de temperatura (bajo 0, sobre 0), la posición respecto				
h) Interpretación y uso de fórmulas para el cálculo de perímetro y área de circunferencias y de polígonos.				
i) Análisis de situaciones de crecimiento y de decrecimiento exponelcial				
j) Interpretación y uso de fórmulas para el cálculo del volumen de cilindros, conos y prismas rectos.				

15 ¿Con qué frecuencia emplea en clases, con los alumnos de este curso, las siguientes estrategias o metodologías?
Marque con una equis (x) *una sola alternativa en cada fila.*

	Siempre o casi siempre	*Frecuente-mente*	*Ocasional-mente*	*Nunca o casi nunca*
a) Trabajo grupal de los alumnos				
b) Trabajo individual de los alumnos				
c) Exposición verbal de los contenidos de aprendizaje				
d) Organización de la clase sobre la base de preguntas y respuestas				
e) Uso de guías de aprendizaje				
f) Uso de cuestionarios breves				
g) Exposiciones orales sobre distintos temas por parte de los alumnos				
h) Investigaciones bibliográficas e informes escritos por parte de los alumnos				
i) Dramatizaciones o montajes de obras teatrales				
j) Debates o foros				
k) Realización de visitas guiadas fuera del establecimiento				

16 Con respecto a los alumnos de este curso, ¿con qué frecuencia utiliza en clases los siguientes recursos?
Marque con una equis (x) *una sola alternativa en cada fila.*

	Siempre o casi siempre	*Frecuente-mente*	*Ocasional-mente*	*Nunca o casi nunca*
a) Texto escolar				
c) Programas computacionales				
d) Internet				
g) Calculadora				

17. ¿Cómo utiliza el texto escolar para el trabajo en clases con los alumnos (as)?

a) Organiza las actividades de aprendizaje de acuerdo a sus contenidos.	
b) Lo utiliza como material apoyo en clases.	
c) Lo utiliza como material de consulta para tareas o trabajos de investigación.	
d) No lo usa.	

18 ¿Cuándo inicia una unidad de que forma planifica el desarrollo de ella? Acontinuación le damos algunas sugerencia las cuales debe ordenar según su secuencia de trabajo.

1 Tarea o trabajo de investigación para la casa que luego revisaremos en clases	
2 Entrego una guía autoexplicativa del contenido y luego ejercitación	
3 Utilizo la secuencia propuesta por el manual escolar	
4 Entrego una situación problema	
5 Realizo una evaluación diagnóstico	
6 Ejercitación en grupos o en pareja de ejercicios	
7 Ejercitación individual de ejercicios	
8 Actividad motivacional compuesta por preguntas abiertas y situaciones de investigación	
9 Explico el contenido en la pizarra luego doy ejercicios de aplicación	

19. ¿Cuán de acuerdo está usted con que conocer los resultados de la prueba SIMCE sirve para?:
Marque con una equis (x) *una sola alternativa en cada fila.*

	Muy de acuerdo	*De acuerdo*	*En desacuerdo*	*Muy en desacuerdo*
a) Elaborar planes de mejoramiento				
b) Fortalecer el trabajo de los profesores				
c) Facilitar el análisis de los resultados SIMCE				
d) Diagnosticar fortalezas y debilidades de los alumnos				
e) Conocer qué es lo que evalúan las pruebas del SIMCE				
f) Establecer metas de superación en relación con el aprendizaje de los alumnos				

20. ¿A través de cuál o cuáles de las siguientes instancias se analizaron los resultados SIMCE de este establecimiento?
Marque con una equis (x) *todas las alternativas que correspondan.*

a) No se analizaron Consejo de profesores	
b) Reunión con el Director	
c) Se distribuyó una circular informativa	
d) Jornada de análisis de los resultados	
e) Otra	

21. **¿Considera la información que entrega SIMCE para realizar sus planificación?**
Marque con una equis (x) *todas las alternativas que correspondan.*

Si	
No	

22 **Si su respuesta es si describa brevemente las acciones que realiza como profesor**

22 **Indique con qué frecuencia introduce ejercicios tipo Simce en las siguientes actividades**
Marque con una equis (x) *una sola alternativa en cada fila.*

		Siempre o casi siempre	*Frecuente-mente*	*Ocasional-mente*	*Nunca o casi nunca*
a)	En las evaluaciones sumativas por unidad				
b)	En las guías de ejercitación				
c)	En trabajos grupales en clases				
d)	En ejercicios de aplicación				
e)	En tareas para la casa				

23 **¿Piensa que la información de los resultados Simce permite comprender las dificultades que los estudiantes poseen frente a determinados contenidos?**

Marque Sí o No y en ambos casos entregue una breve explicación SI ☐ NO ☐

24 **¿Considera que los resultados Simce tienen relación o reflejan los aprendizajes de los estudiantes?**

Marque Sí o No y en ambos casos entregue una breve explicación SI ☐ NO ☐

25 **¿Piensa que su labor o trabajo docente se ve influenciado por los resultados de la evaluación Simce?**

Marque Sí o No y en ambos casos entregue una breve explicación

SI ☐ NO ☐

15.2 Modelo de la Guía de entrevista

La guía de entrevista usada durante nuestro estudio de campo con los profesores de las instituciones en la región de Santiago, Chile.

En relación a la organización de sus clases:

1. ¿ Cómo sabe qué contenidos debe enseñar ?
2. ¿ Cómo organiza su año escolar ?
3. ¿ Qué material utiliza para organiza sus clases ?
4. ¿ De los contenidos de 8avo básico cuál considera que los estudiantes tienen mayor dificultad en aprenderlos ?
5. ¿ Cuál es el contenido que se siente más cómodo (a) enseñando ? Por qué ?
6. Viceversa.
7. ¿ Ha realizado cursos de perfeccionamiento ? Qué les ha aportado ?

En relación a su relación con las institución en la que trabaja:

1. Exigencias
2. Claridad del contrato didáctico
3. ¿ Cuales son las exigencias institucionales a su rol docente ¿

En relación a la evaluación SIMCE:

1. ¿ Qué sabe de la evaluación SIMCE ?
2. ¿ Cómo trabaja la evaluación SIMCE ?
3. ¿ Cuáles crees que son las ventajas y desventajas de la evaluación ?
4. ¿ Realiza alguna acción ? ¿ Qué acción concreta realiza usted ?
5. ¿ Qué le dice el punta SIMCE? ¿ Qué le dice los niveles de logros ?
6. (Mostrar resultados) ¿ Por qué cree qué los estudiantes obtuvieron estos logros ?
7. ¿ Si tuviera la opción de recibir apoyo a su labor docente, qué pediría ?
8. ¿ Piensa que la ley SEP ha beneficiado su labor docente? ¿Cómo ?
9. ¿ Qué apoyo recibe del establecimiento para mejorar su labor docente ?
10. ¿ De que forma retroalimenta su labor docente ?

16 ANEXO H – RESULTADOS DEL CUESTIONARIO Y ENTREVISTAS

16.1 RESPUESTAS AL CUESTIONARIO

Cuestionario Para Profesores
Educación Matemática

Opciones de respuesta	Prof. Vásquez	Prof. Dunas	Prof. Armijo	Prof. Ocaña	Prof. Gómez	Prof. Uribe	Prof. Bisbal	Prof. Gutiérrez	Prof. Maldonado	Prof. Jiménez	Prof. Linderos	Prof. Méndez
	Escuela Panamá	Colegio Argentina	Escuela México	Liceo Bolivia	Escuela Brasil	Colegio Colombia	Escuela Ecuador	Colegio Chile	Escuela Paraguay	Colegio Venezuela	Escuela Perú	Escuela Uruguay
1. ¿Cuál es su título de Profesional y en qué año lo obtuvo?												
	Prof. Educ Básica	Prof. Educ Básica	Prof. Educ Básica	Estudiante Pedagogia en	Prof. Educ Básica	Prof. Educ Básica	Prof. Educ Básica	Prof. De estado	Prof. Educ Básica	Prof. de Matemática	Prof. Educ Básica	Prof. Educ Básica
2. ¿En el cuál de los siguientes niveles usted trabaja?:												
a) Enseñanza General Básica	-	X	X	-	X	-	X	-	X	-	X	-
b) Enseñanza General Básica con mención en Matemática	X	X	-	-	-	X	X	-	-	X	X	X
c) Enseñanza General Básica con mención en otra área	-	-	-	-	-	-	X	-	-	-	-	-
d) Enseñanza Media con especialidad en Matemática	-	-	-	X	-	-	-	X	-	X	-	-
d) Enseñanza Media con especialidad en otra área	-	-	-	X	-	-	-	-	X	-	-	-
3. ¿Tiene alguna especialización posterior a su título profesional?												
Marque Sí o No para cada alternativa.												
Postítulo	si	si	-	-	si	si	si	-	-	-	si	si
Diplomado	-	-	-	-	-	si	-	-	-	-	-	-
Magíster	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	si	-
Doctorado	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Cursos de perfeccionamiento	-	si	si	si	si	si	-	si	si	si	si	si
Otros	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
4. ¿Cuántos año de experiencia tiene como profesor?	34	12	4	3	5	9	13	31	3	11	20	13
5. ¿Desde qué año trabaja en este establecimiento?	34	10	3	2	5	9	3	2	3	1	12	3
6. ¿Cuántas horas cronológicas contratadas tiene a la semana en este establecimiento?												
Asegúrese de contestar considerando horas cronológicas (60 minutos), u horas pedagógicas (45 minutos), según corresponda horas cronológicas	30	44	36	26	37	44	30	44	44	44	44	30
7. Del total de horas contratadas a la semana por el establecimiento, ¿cuántas horas pedagógicas de clases realiza frente al curso?												
horas pedagógicas	28	42	33	26	37	24	30	38	43	35	30	24
8. ¿Cuántas horas cronológicas, en promedio, dedica semanalmente a la preparación de clases?												
horas cronológicas	4	2	10	12	4	16	10	1	6	7	10	5
9. En este establecimiento, ¿existen horas destinadas, exclusivamente, a preparar clases?												
Sí o No	-	-	-	no	no	si	no	no	si	no	si	no
10. El programa de estudio que actualmente está aplicando, está basado en…												
a) El programa elaborado por Ministerio (Decreto Nº 240 de 1999)	-	-	-	-	-	-	-	-	x	-	-	-
b) El programa elaborado por Ministerio (Decreto Nº 232 de 2002)	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
c) El programa elaborado por Ministerio (Decreto Nº 256 de 2009)	x	x	x	x	x	-	x	-	x	x	x	x
d) El programa elaborado por el Ministerio, con énfasis particulares que interesan al establecimiento.	-	-	-	-	-	x	-	x	-	-	-	-
e) Un programa propio del establecimiento.	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
11 ¿Cuáles son las dos temáticas más frecuentes tratadas en reuniones formales con las siguientes personas? *En cada caso, marque las dos temáticas mas frecuentes.*												
a) Con el director del establecimiento	Rendimiento, Metod. De E/A	Redimiento, Disciplina	Rendimiento	Aspect. Val	Aspect. Val	Rendimiento, Disciplina, Aspect Val	Aspect. Val	Rendimiento, Disciplina	Aspect. Val	Rendimiento, Disciplina, Metod. De E/A	Disciplina	Aspect. Val
b) Con el jefe de UTP/ coordinador académico	Contenido, Aspect Val	Redimiento, Disciplina	Metod. De E/A	Metod. De E/A	Rendimiento	Contenido,Rendimiento, Metod. De E/A	Contenido,Rendimiento, Aspect Val	Contenido	Contenido,Rendimiento, Metod.De E/A, Aspect	Todas	Rendimiento, Metod. De E/A	Contenido,Rendimiento
c) Con otros profesores en general (consejo de profesores)	Disciplina, Metod. De E/A	Contenido, rendimiento, Metod. De E/A	Aspect Val	Redimiento, Disciplina	Contenido, Metod. De E/A, disciplina	Contenido, Metod. De E/A, Aspect Val	Contenido, Metod.De E/A, Aspect Val	Disciplina	Contenido	-	Rendimiento, Disciplina	Disciplina, Aspect Val
d) Con el jefe de departamento	-	Contenido, Metod. De E/A	Contenido	-	-	Contenido, rendimiento, Metod. De E/A	-	Contenido	Contenido	Todas	-	-
e) Con otros profesores de Educación Matemática	Contenido, Metod. De E/A	Contenido, rendimiento	-	Contenido, Metod. De E/A	-	Contenido, rendimiento, Metod. De E/A	Contenido, Aspect Val	Contenido	Contenido	Rendimiento, Disciplina	Contenido, Metod. De E/A	Contenido
f) Con los apoderados	Disciplina, Aspect Val	Redimiento, Disciplina	Todas	Redimiento, Disciplina	Disciplina, Aspect Val	Redimiento, Disciplina, Aspect Val	Contenido,Rendimiento, Disciplina, Aspect Val	Rendimiento, Disciplina	Rendimiento, Disciplina, Metod. De E/A	Todas	Aspect. Val	Rendimiento,Disciplina, Aspect Val
g) Con los alumnos	Contenido, Aspect Val	Contenido, Redimiento, Disciplina	Todas	Disciplina, Aspect Val	Contenido, rendimiento, Aspect. Val	Redimiento, Disciplina, Aspect Val	Contenido,Rendimiento, Disciplina, Aspect Val	Rendimiento, Disciplina	Rendimiento, Metod.De E/A, Aspect Val	Todas	Contenido, Aspect Val	Contenido, Aspect Val

12	**Si en su establecimiento se realiza alguna evaluación del desempeño docente, ¿se utilizan las siguientes estrategias para evaluar su desempeño como profesor?**												
	Marque Sí o No para cada alternativa.												
a)	Revisión de planificaciones de clases	si	si	si	Si	No	Si	Si	Si	Si	Si	Si	Si
b)	Observación de clases	si	si	si	-	No	Si	Si	Si	Si	Si	No	No
e)	Entrevista con el jefe de UTP/ coordinador académico	si	si	si	-	No	Si	Si	Si	Si	Si	No	Si
d)	Entrevista con el jefe de departamento	No	No	-	Si	No	Si	-	Si	Si	Si	No	No
e)	Realización, por parte suya, de informes sobre su labor en cada curso	-	No	No	-	No	Si	No	No	Si	Si	No	No
13	**En la planificación de clases, cuál es su principal fuente de infomación escrita cuando…**												
	Marque con una equis (x) *una sola alternativa en cada fila.*												
a)	Decide qué temas enseñar (objectivos)	Planes y prog.Mineduc, t	Planes y prog.Mineduc, t	Planes y prog.Mineduc, t	Planes y prog.Mineduc	Planes y prog.Mineduc	Proyect. Ed del Est, Text prof	Planes y prog.Mineduc, Otras fuentes	Planes y prog.Mineduc	Proyect. Ed del Est,Planes y prog.Mineduc,	Planes y prog.Mineduc	Planes y prog.Mineduc, tex.Prof, tex Alum., Otras fuentes	Planes y prog.Mineduc, Regl. De Ev., tex.Prof, tex Alum., Otras fuentes
b)	Decide cómo presentar un tema	Planes y prog.Mineduc, t	Otras fuentes	Otras fuentes	Text prof	Otras fuentes	Proyect. Ed del Est, Text prof	Planes y prog.Mineduc, Otras fuentes	Otras fuenets	Proyect. Ed del Est.	Proyect. Ed del Est,Planes y prog.Mineduc,Regl. De Ev.	Planes y prog.Mineduc tex Alum., Otras fuentes	Planes y prog.Mineduc tex prof., Otras fuentes
c)	Selecciona problemas y ejercicios para trabajar en clases o como tareas	Planes y prog.Mineduc, t	Text. Prof., Text. Alum., O	Planes y prog.Mineduc, t	Otras fuentes	Otras fuentes	Proyect. Ed del Est,Planes y prog.Mineduc, Text prof. Text. Alum., Otras	Proyect. Ed del Est,Planes y prog.Mineduc, Regl. De Ev, Otras fuentes	Otras fuenets	-	Planes y prog.Mineduc, Tex. Alum, Otras fuentes	Planes y prog.Mineduc tex Alum., Otras fuentes	Planes y prog.Mineduc tex prof., Otras fuentes
d)	Selecciona problema y aplicaciones para evaluación	Proyect. Ed del Est, Text	Text. Prof., Text. Alum., O	Text. Prof., Otras fuentes	Otras fuentes	Proyect. Ed del Est, Text prof., otras fuentes	Proyect. Ed del Est,Planes y prog.Mineduc, Text prof.	Planes y prog.Mineduc, text. Alum., Otras fuentes	Otras fuenets	-	Planes y prog.Mineduc, Tex. Alum, Otras fuentes	Otras fuenets	Planes y prog.Mineduc tex prof., Otras fuentes
14	**Teniendo en cuenta que el tiempo de clases es limitado y que es probable que no haya podido abordar todos los contenidos curriculares, queremos pedirle que nos indique en qué medida pudo usted enseñar los siguientes contenidos de Educación Matemática en 8° Básico. Marque una alternativa en cada fila.**												
a)	Resolución de problemas geométricos de proporcionalidad (producir figuras semejantes).	Algo	Algo	Bastante	Por completo	Algo	Algo	Por completo	Bastante	Por completo	No los alcanzo a ver dura	Algo	Algo
b)	noción de igualdades de expresiones algebraicas	Bastante	Bastante	Bastante	Por completo	Por completo	Bastante	Por completo	Bastante	Por completo	Por completo	Por completo	Bastante
c)	Cálculo de porcentajes y elaboración y análisis de tablas de aumentos y descuentos en un porcentaje dado, utilizando calculadora.	Bastante	Bastante	Por completo	Por completo	Bastante	Bastante	Bastante	Por completo	Por completo	Algo	Bastante	Bastante
d)	Investigación sobre la suma de los ángulos interiores de polígonos y el número de lados de estos; construcción de polígonos por combinación de otros.	Bastante	Algo	Bastante	Por completo	Por completo	Bastante	Bastante	Bastante	Bastante	-	Algo	Bastante
e)	Resolución de situación problemas en las que sea necesario y pertinente expresar como fracciones números decimales finitos e infinitos periódicos	Por completo	Algo	Bastante	Por completo	Bastante	Algo	Bastante	Bastante	Por completo	Por completo	Bastante	Bastante
f)	Investigación de las relaciones entre los ángulos que se forman al intersectar dos rectas por una tercera.	Por completo	Algo	Bastante	Por completo	Bastante	Bastante	Algo	Bastante	Por completo	-	Por completo	Bastante
g)	Interpretar el uso de signos en los números, en la vida diaria, en contextos ligados a:la línea cronológica (AC,DC), la medición de temperatura (bajo 0, sobre 0), la posición respecto	Por completo	Bastante	Por completo	Por completo	Por completo	Por completo	Por completo	Bastante	Por completo	Por completo	Por completo	Por completo
h)	Interpretación y uso de fórmulas para el cálculo de perímetro y área de circunferencias y de polígonos.	Bastante	Bastante	Por completo	Bastante	Por completo	Bastante	Bastante	Bastante	Por completo	Por completo	Por completo	Bastante
i)	Análisis de situaciones de crecimiento y de decrecimiento exponelcial	-	Bastante	Por completo	Algo	Por completo	Algo	Bastante	Bastante	Bastante	Por completo	Por completo	Bastante
j)	Interpretación y uso de fórmulas para el cálculo del volumen de cilindros, conos y prismas rectos.	Algo	Algo	Por completo	Algo	Bastante	Algo	Algo	Algo	Bastante	-	Algo	Bastante
15	**¿Con qué frecuencia emplea en clases, con los alumnos de este curso, las siguientes estrategias o metodologías?**												
	Marque con una equis (x) *una sola alternativa en cada fila.*												
a)	Trabajo grupal de los alumnos	Ocasional-mente	Frecuente-mente	Frecuente-mente	Ocasional-mente	Ocasional-mente	Ocasional-mente	Frecuente-mente	Ocasional-mente	Siempre o casi siempre	Frecuente-mente	Ocasional-mente	Ocasional-mente
b)	Trabajo individual de los alumnos	Siempre o casi siempre	Siempre o casi siempre	Siempre o casi siempre	Siempre o casi siempre	Siempre o casi siempre	Siempre o casi siempre	Siempre o casi siempre	Siempre o casi siempre	Siempre o casi siempre	Siempre o casi siempre	Siempre o casi siempre	Frecuente-mente
c)	Exposición verbal de los contenidos de aprendizaje	Ocasional-mente	Frecuente-mente	Frecuente-mente	Ocasional-mente	Frecuente-mente	Frecuente-mente	Siempre o casi siempre	Siempre o casi siempre	Siempre o casi siempre	Frecuente-mente	Ocasional-mente	Ocasional-mente
d)	Organización de la clase sobre la base de preguntas y respuestas	Siempre o casi siempre	Siempre o casi siempre	Frecuente-mente	Frecuente-mente	Nunca o casi nunca	Siempre o casi siempre	Siempre o casi siempre	Siempre o casi siempre	Siempre o casi siempre	Ocasional-mente	Frecuente-mente	Frecuente-mente
e)	Uso de guías de aprendizaje	Siempre o casi siempre	Ocasional-mente	Siempre o casi siempre	Frecuente-mente	Siempre o casi siempre	Frecuente-mente	Ocasional-mente	Frecuente-mente	Siempre o casi siempre	Frecuente-mente	Frecuente-mente	Frecuente-mente
f)	Uso de cuestionarios breves	Frecuente-mente	Nunca o casi nunca	Frecuente-mente	Ocasional-mente	Nunca o casi nunca	Nunca o casi nunca	Frecuente-mente	Nunca o casi nunca	Siempre o casi siempre	Ocasional-mente	Ocasional-mente	Ocasional-mente
g)	Exposiciones orales sobre distintos temas por parte de los alumnos	Ocasional-mente	Ocasional-mente	Ocasional-mente	Ocasional-mente	Nunca o casi nunca	Frecuente-mente	Ocasional-mente	Ocasional-mente	Frecuente-mente	Nunca o casi nunca	Nunca o casi nunca	Ocasional-mente
h)	Investigaciones bibliográficas e informes escritos por parte de los alumnos	Nunca o casi nunca	Nunca o casi nunca	Frecuente-mente	Ocasional-mente	Nunca o casi nunca	Nunca o casi nunca	Ocasional-mente	Ocasional-mente	Nunca o casi nunca	Nunca o casi nunca	Nunca o casi nunca	Ocasional-mente
i)	Dramatizaciones o montajes de obras teatrales	Ocasional-mente	Nunca o casi nunca	Ocasional-mente	Nunca o casi nunca	Ocasional-mente	Nunca o casi nunca	Ocasional-mente	Nunca o casi nunca	Nunca o casi nunca	Nunca o casi nunca	Nunca o casi nunca	Ocasional-mente
j)	Debates o foros	Ocasional-mente	Nunca o casi nunca	Ocasional-mente	Nunca o casi nunca	Ocasional-mente	Ocasional-mente	Ocasional-mente	Nunca o casi nunca	Nunca o casi nunca	Nunca o casi nunca	Nunca o casi nunca	Ocasional-mente
k)	Realización de visitas guiadas fuera del establecimiento	Nunca o casi nunca	Nunca o casi nunca	Nunca o casi nunca	Nunca o casi nunca	Nunca o casi nunca	Nunca o casi nunca	Ocasional-mente	Nunca o casi nunca	Nunca o casi nunca	Nunca o casi nunca	Nunca o casi nunca	Ocasional-mente

16	**Con respecto a los alumnos de este curso, ¿con qué frecuencia utiliza en clases los siguientes recursos?** *Marque con una equis (x) una sola alternativa en cada fila.* -												
a)	Texto escolar	Frecuente- mente	Frecuente- mente	Siempre o casi siempre	Frecuente- mente	Frecuente- mente	Ocasional- mente	Frecuente- mente	Nunca o casi nunca	Siempre o casi siempre	Siempre o casi siempre	Ocasional- mente	Frecuente- mente
c)	Programas computacionales	Siempre o casi siempre	Nunca o casi nunca	Frecuente- mente	Nunca o casi nunca	Nunca o casi nunca	Frecuente- mente	Siempre o casi siempre	Nunca o casi nunca	Siempre o casi siempre	Ocasional- mente	Frecuente- mente	Ocasional- mente
d)	Internet	Frecuente- mente	Nunca o casi nunca	Frecuente- mente	Nunca o casi nunca	Ocasional- mente	Frecuente- mente	Siempre o casi siempre	Nunca o casi nunca	Siempre o casi siempre	Ocasional- mente	Frecuente- mente	Ocasional- mente
g)	Calculadora	Frecuente- mente	Nunca o casi nunca	Frecuente- mente	Ocasional- mente	Ocasional- mente	Ocasional- mente	Frecuente- mente	Nunca o casi nunca	Siempre o casi siempre	Nunca o casi nunca	Siempre o casi siempre	Ocasional- mente
17.	**¿Cómo utiliza el texto escolar para el trabajo en clases con los alumnos (as)?**												
a)	Organiza las actividades de aprendizaje de acuerdo a sus contenidos.	x	-	-	-	-	-	-	-	x	x	-	-
b)	Lo utiliza como material apoyo en clases.	x	-	x	-	-	-	x	-	x	x	x	x
c)	Lo utiliza como material de consulta para tareas o trabajos de investigación.	x	x	-	x	x	x	-	-	x	-	-	x
d)	No lo usa.	-	-	-	-	-	-	-	x	-	-	-	-
18	**¿Cuándo inicia una unidad de que forma planifica el desarrollo de ella? Acontinuación le damos algunas sugerencia las cuales debe ordenar según su secuencia de trabajo.**												
1	Tarea o trabajo de investigación para la casa que luego revisaremos en clases	5	1	7	8	6		5			8	4	5
2	Entrego una guía autoexplicativa del contenido y luego ejercitación	9	8	6	9	2		8			4	8	7
3	Utilizo la secuencia propuesta por el manual escolar	7	4	1	4	4		6			9	7	8
4	Entrego una situación problema	6	9	4	5	5		9			2	6	9
5	Realizo una evaluación diagnóstico	8	3	2	2	1		5			7	3	4
6	Ejercitación en grupos o en pareja de ejercicios		5	3	7	3		7			6		
7	Ejercitación individual de ejercicios		6	5	6			2					
8	Actividad motivacional compuesta por preguntas abiertas y situaciones de investigación		2		1			3					
9	Explico el contenido en la pizarra luego doy ejercicios de aplicación		7		3			1					
19.	**¿Cuán de acuerdo está usted con que conocer los resultados de la prueba SIMCE sirve para?:** *Marque con una equis (x) una sola alternativa en cada fila.* -												
a)	Elaborar planes de mejoramiento	En desacuerdo	En desacuerdo	De acuerdo	De acuerdo	Muy de acuerdo	De acuerdo	Muy de acuerdo	De acuerdo	Muy en desacuerdo	Muy de acuerdo	En desacuerdo	De acuerdo
b)	Fortalecer el trabajo de los profesores	En desacuerdo	De acuerdo	De acuerdo	De acuerdo	De acuerdo	De acuerdo	Muy de acuerdo	De acuerdo	Muy en desacuerdo	Muy de acuerdo	En desacuerdo	Muy de acuerdo
c)	Facilitar el análisis de los resultados SIMCE	De acuerdo	De acuerdo	De acuerdo	De acuerdo	De acuerdo	De acuerdo	De acuerdo	De acuerdo	Muy en desacuerdo	De acuerdo	De acuerdo	De acuerdo
d)	Diagnosticar fortalezas y debilidades de los alumnos	En desacuerdo	De acuerdo	De acuerdo	Muy de acuerdo	En desacuerdo	De acuerdo	De acuerdo	De acuerdo	Muy en desacuerdo	Muy de acuerdo	En desacuerdo	De acuerdo
e)	Conocer qué es lo que evalúan las pruebas del SIMCE	De acuerdo	De acuerdo	De acuerdo	De acuerdo	De acuerdo	En desacuerdo	Muy de acuerdo	En desacuerdo	Muy en desacuerdo	De acuerdo	De acuerdo	Muy de acuerdo
f)	Establecer metas de superación en relación con el aprendizaje de los alumnos	Muy en desacuerdo	De acuerdo	De acuerdo	Muy de acuerdo	De acuerdo	De acuerdo	Muy de acuerdo	De acuerdo	Muy en desacuerdo	Muy de acuerdo	De acuerdo	De acuerdo
20.	**¿A través de cuál o cuáles de las siguientes instancias se analizaron los resultados SIMCE de este establecimiento?** *Marque con una equis (x) todas las alternativas que correspondan.*												
a)	No se analizaron Consejo de profesores	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
b)	Reunión con el Director	-	x	-	-	-	x	-	-	-	x	-	x
c)	Se distribuyó una circular informativa	-	-	-	-	-	x	-	-	-	x	-	-
d)	Jornada de análisis de los resultados	x	x	x	x	x	x	x	x	-	x	x	x
e)	Otra	-	-	-	-	-	x	-	-	x	-	-	-
21.	**¿Considera la información que entrega SIMCE para realizar sus planificación?** *Marque con una equis (x) todas las alternativas que correspondan.*												
	Si o No	No	Si	Si	Si	No	No	Si	No	No	Si	Si	Si
22	**Si su respuesta es si describa brevemente las acciones que realiza como profesor**												
	Explicación	-	Para darle enfasis a algunos contenidos	Reaizar actividades donde es necesario reforzar	Enfocar en temas debiles la planificación dedicando más tiempo a ellos			Buscar retroalimentar aquellos aprendizajes debiles			Orden en el cronograma annual de contenidos	Organiza situaciones de aprendizaje que fortalecen los contenidos mas	Retomar y planificar los contenidos en base a las preguntas o resultados de esta.
22	**Indique con qué frecuencia introduce ejercicios tipo Simce en las siguientes actividades** *Marque con una equis (x) una sola alternativa en cada fila.* -												
a)	En las evaluaciones sumativas por unidad	Frecuente	Frecuente	Frecuente- mente	Frecuente- mente	Frecuente- mente	Frecuente- mente	Frecuente- mente	Ocasional- mente	Nunca o casi nunca	Siempre o casi siempre	Ocasional- mente	Frecuente- mente
b)	En las guías de ejercitación	Frecuente	Frecuente	Frecuente- mente	Frecuente- mente	Ocasional- mente	Frecuente- mente	Siempre o casi siempre	Ocasional- mente	Nunca o casi nunca	Frecuente- mente	Frecuente- mente	Frecuente- mente
c)	En trabajos grupales en clases	Ocasional	Frecuente	Ocasional- mente	Frecuente- mente	Frecuente- mente	Siempre o casi siempre	Frecuente- mente	Ocasional- mente	Nunca o casi nunca	Ocasional- mente	Frecuente- mente	Ocasional- mente
d)	En ejercicios de aplicación	Frecuente	Frecuente	Frecuente- mente	Frecuente- mente	Nunca o casi nunca	Ocasional- mente	Siempre o casi siempre	Ocasional- mente	Nunca o casi nunca	Ocasional- mente	Siempre o casi siempre	Ocasional- mente
e)	En tareas para la casa	Ocasional	Ocasional	Ocasional- mente	Ocasional- mente	Nunca o casi nunca	Ocasional- mente	Ocasional- mente	Ocasional- mente	Nunca o casi nunca	Nunca o casi nunca	Nunca o casi nunca	Ocasional- mente

23	**¿Piensa que la información de los resultados Simce permite comprender las dificultades que los estudiantes poseen frente a determinados contenidos?**												
	Marque Si o No y en ambos casos entregue una breve explicación - Explicación	Si Realmente entregan los nivel que ha alcanzado cada alumno	Si Depende del tipo de preguntas y la forma de enfocarlas	Si Ya que entrega resultados claros en relacion al rendimiento de los alumnos	Si La lectura del resultado Simce permite personalmente evaluar la forma de plantear los temas en clases	Si Hay temas que pueden ser mejor tratados, más didácticos para favorecer la comprensión	No No muestra el detalle	Si si por que va unida con los mapas de progresos del establecimiento	No	No No creo en el Simce	Si Porque entrega niveles de logro por unidad o contenido	No Hay situaciones que influyen en los resultados que no son contemplados en dicha evaluación	Si Para ver el nivel en que se encuentran los alumnos. Pero no me gusta esa prueba
24	**¿Considera que los resultados Simce tienen relación o reflejan los aprendizajes de los estudiantes?**												
	Marque Si o No y en ambos casos entregue una breve explicación - Explicación	Si Si un alumno ha logardo un buen aprendizaje	No Por la cantidad de preguntas desplegadas (Trabajar para el simce)	No A veces el Simce tienes otras respuestas y el simce solo entrega determinadas alternativas	Si El resultado extresa las capacidades y conocimientos adquiridos por los estudiantes durante el desarrollo academico	Si Pero además hay otros factores que ignora	Si En las evaluaciones que he participado puedo constatar el comportamiento predecible de cada curso	Si Por que va tomando muestra de conocimientos de los aprendizajes esperados por cada nivel	No Lo que refleja los aprendizajes son	No No creo en el Simce	Si Tiene relación no siempre refleja los aprendizajes	Si Da una visión global, aunque sesgada de los contenidos aprendidos	No Creo que es una prueba de medición de conocimiento que de aprendizaje
25	**¿Piensa que su labor o trabajo docente se ve influenciado por los resultados de la evaluación Simce?**												
	Marque Si o No y en ambos casos entregue una breve explicación - Explicación	Si creo que con los resultado me califican los pares	Si Genera presiones, y el colegio realiza exigencias.	Si Porque se planifica y se reformula si es necesario la practica pedagogica	Si Existe una gran relacion ya que como profesor los resultados ven reflejado el trabajo hecho durante el año	no No trabajo en función del simce sino del aprendizaje de mis alumnos	no Si bien es un indicador de proceso nuestro trabajo esta organizado por un equipo asesor externo quienes proponen una estrategia metodologica especifica organizada en unidades de aprendizaje previos	Si Por que de una u otra manera ve en lo que el profe entrega. "ed.para todos"	No Yo trabajo para que is alumnos	No No la prueba es algo que se debe realizar por obligación	Si Por la adaptación en el cronograma annual de contenidos	Si En muchas ocaciones se privilegia los instrumental (saber contestar preguntas tipo simce), más que el verdadero aprendizaje	Si Se esta bajo una presión constante y la realidad escolar a veces es otra

16.2 RESULTADOS DE LA ENTREVISTA

Nuestras narraciones de las entrevistas con 12 profesores chilenos.

Prof. Jiménez

Formación y experiencia

El profesor es licenciado en ciencias exactas y en Pedagogía de matemática. Cuenta con varios curso de perfeccionamiento. De ellos destaca, un curso de Prueba de Selección Universitaria (PSU). También realizó un curso de orientación escolar que le ayudo bastante.

Organización pedagógica

El profesor realiza una planifica que se llama "cuaderno modelo". Calculan la cantidad de clase, el material, los textos, fechas, guías de ejercicios, los tiempos. Cada clase de divide en tres fases inicio, desarrollo y cierre. Es bastante trabajo pero de un año a otro solo realizan ajustes. Consideran tres cosas para el cuaderno modelo: Programa del MINEDUC, texto del alumno, y problemas diarios (problemas de diferentes contenidos al inicio de la clase). Ponen mucho énfasis en las exigencias del ministerio. Durante al año trabajan 4 unidades. Al comienzo del año toma Números y Geometría y en el segundo semestre Álgebra y funciones y Datos y azar. En la unidad de estadística trabajan en función del ministerio y con el libro del estudiante, sin embargo teniendo presente las exigencias ministeriales pues el texto del alumnos no siempre va de la mano con lo que el programa quiere. Por el momento las unidades temáticas se encuentran un poco suspendidas pues están trabajando guías para SIMCE. Una vez que los estudiante den SIMCE se retoma el trabajo con las unidades. Además del manual MINEDUC, utilizan el manual Senda, también utiliza sitio web de matemáticas y los trabaja en clases. El profesor considera que álgebra es un contenido que les cuesta comprender a los alumnos. El profesor se siente cómodo enseñando proporciones, porque es lo que los estudiante esperan (cantidades). El contenido que el profesor no le gusta enseñar es estadista. Lo encuentra lento, muchos datos y tablas a completar, además de largo y un poco mecánico. Siente que los alumnos no necesitan pensar tanto.

Evaluación SIMCE

En 2011 es la primera experiencia con SIMCE 8avo. Básico. En los años anteriores ha trabajado con SIMCE 2do medio. Una de las preocupaciones es poder completar el cronogramas, es decir, tratar de pasar todos los contenidos. Se realizan ensayos, se corrigen. Se trata de enseñar a los estudiantes a contestar las preguntas SIMCE, poniendo énfasis en algunos casos a trabajar con las alternativas, entre otras cosas. El profesor realiza 2 horas de Taller SIMCE. Resiente la presión del tiempo para pasar todos los contenidos. En algunos casos no le es posible profundizar. El profesor ve que SIMCE permite saber en que condiciones esta el colegio y los alumnos; saber si los alumnos dominan o no tal contenido. Piensa que uno de los inconvenientes es el hecho de acotar un poco los contenidos producto de la fecha de la prueba SIMCE. También, a veces se pierde el enfoque por los resultados que debe tener el docente, pues en alguna medida depende de su labor. El profesor realiza reforzamiento fuera del horario de clases. Son alumnos con bajo nivel de logro. En este reforzamiento busca reforzar los contenidos menos comprendidos. Trabajan principalmente guías de resoluciones de problemas. reconoce que hay alumnos motivados y que están comprometidos con sus aprendizaje. Sin embargo el reforzamiento lleva una nota. considera que es útil hacer esas guías tipo SIMCE, pues puede saber en que nivel se encuentran sus aprendizajes. Como estrategias utiliza un lenguaje cercano a los estudiantes. considera que la estructura es muy importante y también organización del trabajo docente. El profesor, remarca que es importante que los estudiante sienta que no existe improvisación en sus clases.

Otros

El profesor manifiesta la necesidad de tener más tiempo para planificar y realizar material dentro de horas de trabajo. También considera que sería útil material de trabajo como retroproyector y computador.

Prof. Gómez

Formación y experiencia

La profesora posee un título de Educación General Básica y un postítulo de mención en matemática.

Organización pedagógica

La profesora organiza sus clases por unidades de aprendizaje, según lo propuesto por el MINEDUC. Según las dificultades de los estudiantes la profesora reorganiza las unidades. El material que más utiliza son las guías de trabajo y también utiliza bastante el retroproyector. Se apoya de los manuales Santillana y el manual Crisol (cuadernillo de ejercicio para los estudiantes). El cuadernillo es un trabajo lo trabajan en casa. Los estudiantes deben ir realizando los ejercicios según la unidad en que estén trabajando. Al final de cada unidad tienen una clase para resolver las dudas y luego se evalúa su trabajo. La profesora nos señala que el contenido que les cuesta más comprender a los alumnos es geometría. En particular les cuesta asimilar las fórmulas. La profesora declara que no comprende o no sabe cual es la mejor manera de enseñar geometría. En la formación continua en el dominio de geometría no le fue muy bien, piensa que fue muy teórico. En su formación inicial no vio geometría. Se apoya en el programa de estudio para ver la profundidad que debe tener el contenido y lo complementa con los recursos en línea.

Evaluación SIMCE

Desde mayo se realiza un taller de matemáticas (2hrs pedagógicas). En el taller trata de hacer algo didáctico. El taller lo tiene en todas las asignaturas que dan SIMCE. La profesora ha participado en 2 evaluación SIMCE (2007 y 2009). La primera vez no le fue muy bien. Lo asocia a su falta de conocimiento y en la segunda les fue bastante mejor. Pidió a la escuela una reorganización de los horas de clases. Tener las horas de clases más compactadas le permitió avanzar más rápido y ver todos los contenidos. Durante el año escolar se realizan varios ensayos SIMCE. Para este año (2011)no ha alzando a ver todos los contenidos como el año anterior. La profesora declara no trabajar 100% para SIMCE, lo que trata es de ver todos los contenidos para que los estudiantes sepan si se les pregunta. No es prioridad para el colegio, no se siente presionada. Considera que el trabajo realizado el año 2009 no privilegio tanto a los niños, pues iba muy rápido y habían alumnos que se quedaban atrás y no iban aprendiendo. Este año ha tratado de ir más a al par con todos los estudiantes. Consecuencia del trabajo 2009 hubo tres alumnos que repitieron 1ero. medio por vacíos del año anterior. Ella pensó que no era justo esa forma de trabajar y por eso decidió no volver a aplicar el método del 2009. Piensa que los resultados van de la mano con el capital cultural que tienen los alumnos. Considera que la evaluación mide el rendimiento, pero hay muchas desigualdades que no son consideradas. Piensa, además que obtener buenos resultados le permite obtener recursos financieros y en consecuencia recursos de aula como retroproyector, computadores, etc.

Otros

Piensa que la formación continua le ha ayudado mucho y está aprendiendo a mejorar sus clases utilizando la didáctica.

Prof. Uribe

Formación y experiencia

El profesor además de sus título de profesor de Educación básica posee un postítulo con mención en matemática. Ha realizado varios cursos de apropiaciones curriculares de 120 horas cada curso: geometría, fracciones, porcentajes, estadística y probabilidades. También fue tutor de estadística en uno de los cursos. El último curso que realizó junto con tres profesores del colegio fue del programa Geogebra.

Organización pedagógica

El profesor cuenta con una planificación clase a clase. La estructura que utiliza en la realización de las clases es un inicio, un desarrollo y cierre. Las planificaciones son proporcionadas por un organismo externo (proyecto del grupo Klein). Ellas cuentas con unidades de aprendizajes, fichas de trabajo para los alumnos, cronograma temáticos y procedimiento clase a clase. Estas planificación cubren el 80% del trabajo. El 20% restante lo planifica en coordinación entre tres profesores. Dentro de la institución se trabaja en equipo. Casi todo el trabajo es revisado por parte del equipo de apoyo externo. El profesor se apoya mucho con guías de trabajo. Los estudiantes tiene una carpeta con guías de trabajo desde el comienzo de la unidad. El profesor observa dificultades de parte de los estudiantes en los contenidos de calculo y en álgebra (uso de las propiedades para justificar). El dominio de geometría se trabajaba hasta el año anterior 2 horas semanales. Este año se modificó y se trabaja como una unidad dentro del semestre. Piensa que eso ha limitado el trabajo de experimentación, en particular el uso con material concreto. Otra dificultad ha observado una dificultad en la comprensión del número pi. Para desarrollar ese contenidos lo realizan con material concreto.

EvaluaciónSIMCE

El profesor realiza un taller SIMCE dos horas semanales, durante todo el año escolar. Se trabaja principalmente una guía de 10 ejercicio y un problema diario. Cada ejercicio hace referencia a un tipo de contenido. El ambiente de trabajo es por medio de la discusión de las estrategias de resolución. También se realizan ensayos SIMCE una vez por meses a partir del segundo semestre. El profesor piensa que la evaluación SIMCE puede ser un indicador de los aprendizajes de los alumnos, sin embargo lo considera muy general. De todo modos cree que esta proceso evaluativo permite ver en que situaciones se encuentra el colegio. Nos señala que la información que entrega SIMCE es muy general y no le permite retroalimentar su trabajo en el aula.

Otros

El profesor considera que la SEP, es muy positiva dado que permite la adquisición de material. De esa forma los estudiantes el poder contar con materiales de calidad y que complementa sus aprendizajes. También se apoya a la capacitación de docentes. El último curso de geometría lo ha logrado implementar en aula (Geogebra). El profesor nos manifiesta su interés por seguir estudiando de esa forma poder justificar y argumentar sus procesos de enseñanza de matemática.

<u>Prof. Linderos</u>

Formación y experiencia

El profesor posee un Magister en gestión con mención en matemática. El postítulo le significó ser profesor consultor (proyecto LEM). Cumplía el rol de capacitar a los profesores que hacían matemática en primer ciclo. Ha trabajado en la elaboración de unidades didácticas en el proyecto Klein (universidad de Santiago). Ha realizado varios cursos de perfeccionamiento. Uno de ellos fue en la Universidad de Granada, España; Metodología práctica de la enseñanza en matemática, en segundo ciclo. Se reconoce como un profesor que se ha capacitado bastante. También señala que se dan varios cursos donde no es mucho lo que se entrega, sino más bien, es lo que son capaces los profesores hacer. Ha sido visitado por profesores de España para evaluar sus clases.

Organización pedagógica

No realiza planificaciones anuales. Se dedica a planificar clase a clase para ellos se guía por una planificación entregada en el texto del profesor y el programa de estudio. Cuando inicia un contenido, entrega una problematización, luego una clase más formal: preguntas, respuestas, sistematización de técnicas. Considera la las fases de inicio desarrollo y cierres para sus clase. El cierre lo entiende como un mapa conceptual de lo que desarrollaron. Considera que el cierre debe surgir de los alumnos (reflexión de parte de los alumnos guiados por el profesor). El profesor se siente cómodo enseñando álgebra; ecuaciones de primer grado y expresiones algebraicas. Él considera que es un tema que cuesta bastante, por lo que trabaja las expresiones algebraicas con métodos gráficos. Su idea es que los estudiantes realicen representaciones, con barrita y segmentos. No le gusta mucho el tema Datos y azar, no le atrae. Considera que a los estudiantes les cuesta mucho el tema de funciones y las operatorias en el conjunto de los enteros. Contrario a eso los estudiantes manejan bien las potencias, los estudiantes se aprender las propiedades y aplica. El profesor realiza dos horas de geometría semanales, a partir del segundo semestres. Su experiencia le ha mostrado que los profesores no trabajan o dejan como la última unidad la geometría. En particular eso lo ha visto desde 1ere. Año básico. Cree que los profesores no manejan los contenidos y no saben como trabajarlos.

Evaluación SIMCE

Ha tenido varias experiencia en 4to básico. El colegio le entrega ensayos tipo SIMCE para aplicarlos a los estudiantes. Revisa junto a los estudiantes algunos ejercicios. En algunos casos ellos revisan la evaluación en grupo. Se realiza una corrección y discusión sobre la forma de resolución. El profesor trata de mostrar utilizando varias estrategias para responder a una pregunta. Se centra en hacer a los estudiantes conscientes sobre los distractores que aparecen en las alternativas. Este año tiene 7 horas pedagógicas con 8avo básico. A estas horas se adicionó una hora de matemática recreativa pero ejecutivamente no lo es, es para preparar SIMCE. finalmente se termina realizando 2 horas por semana para SIMCE durante el año escolar. Piensa que SIMCE sería un gran instrumento si produjera lineamientos para solucionar las fallas. El postula que sí SIMCE identifica dificultades debería dar apoyos. Piensa que SIMCE no es un buen instrumento, pues no considera el contexto de los estudiantes. Creo que es un instrumento de discriminación. El profesor señala que el SIMCE ha cambiado la vida en ocasiones se termina trabajando solo para eso. Existe un entrenamiento para que los alumnos contesten. El profesor no siente que la escuela le impone exigencias, sin embargo, si siente que el gobierno si pone exigencias y siempre se encuentra entre medio el dinero.

Otros

Considera que la institución desconoce el trabajo de equipo y el trabajo colaborativo. El profesor desconoce el trabajo del profesor externo que realiza el reforzamiento. Creo que la persona que es contratada no trabaja y que no maneja una organización.

Prof. Ocaña

Formación y experiencia

El profesor es licenciado en ciencias exactas y se encuentra en este momento en el primer año de pedagogía en matemática(de 2 años). Ya ha realizado algunos cursos de perfeccionamiento. Un cursos de didáctica y otro de Tics. El enfoque del último curso fue más para trabajo personal que para llevarlo acabo en aula.

Organización pedagógica

El profesor organiza sus clases por unidad. De los planes y programas oficiales saca los contenidos, los aprendizajes aprendidos, las unidades temáticas y el tiempo de cada unidad. La planificación la utiliza para orientarse más que nada en el tiempo las unidades temática. El comienza por motivar a los alumnos (qué y para qué) luego explicar los contenidos y cierra la clase con un resumen (idealmente senda. Para sus clases utiliza mucho el dibujo en la pizarra y cada dos semanas trabaja con guías de ejercitación. Estas guías a medida que los alumnos las van resolviendo, el profesor considera algunos ejercicios para resolver en la pizarra y otros los revuelven los estudiantes en la pizarra. El trabajo en clase se hace mayoritariamente de forma individual. En relación los contenidos y los aprendizajes de sus estudiantes, el profesor observa en los estudiantes que tienen mayor dificultad en el tema de fracciones y en la geometría. El asocia este problema a una dificultad de imaginación, ya que les dificultad visualizar figuras en el espacio. Respecto al área y el perímetro, los alumnos no saben de donde salen las fórmulas, no le encuentran una explicación. Esta dificultad se observa en el tema de los volúmenes. El profesor nos señala que aquellos contenidos que involucran “sentido común” como las proporciones, son más fáciles de comprender por los estudiantes.

Evaluación SIMCE

El profesor trabaja el Taller SIMCE, dos horas semanales desde principios del año escolar. Nos señala que la idea principal es practicar lo que se aprende. Por lo que se trabaja en función de los contenidos que se vieron durante la semana y al final de ella se realizan ejercicios. Se le llama taller SIMCE, porque el manual que se utiliza está compuesto de varios ejercicios tipo SIMCE. Los estudiantes trabajan de forma individual y cuando hay muchas dudas en una tarea el profesor resuelve la tarea en pizarra, sino él las resuelve alumno por alumno. Además, trabaja con guías SIMCE y Ensayos SIMCE, que él mismo confecciona. El primer semestre se aplican dos ensayos y el segundo semestre uno al mes. La coordinación de la institución le entrega solamente dos ensayos al año. A partir de los resultados obtenidos el profesor trata de trabajar en función de las debilidades de los estudiantes y les da mayor hincapié a las materias menos logradas. Cuando en el taller hay muchas preguntas sobre un mismo tema, refuerza ese contenido, volviendo a trabajar en las sesiones de clase ordinarias. Piensa que la evaluación SIMCE le permite conocer las debilidades y fortaleces de sus estudiantes. Sin embargo, considera que los resultados no solo depender de su trabajo sino que también del apoyo del establecimiento y en ocasiones de la relación del profesor con los estudiantes.

Otros

El profesor nos señala que el colegio mide a los profesores por el resultado SIMCE. Todo se enfoca a los resultados SIMCE: Los contenidos se pasa en función de la evaluación, se piden textos en función de la evaluación (que no son baratos para los alumnos), la planificación debe ser de marzo a octubre. Todo debe ser rápido. En el mes de la evaluación los subsectores que no tiene SIMCE refuerzan SIMCE. Por ejemplo, la profesora de Ingles, dedica sus tres horas de clases para reforzar temas que el profesor de matemática trabajó durante el año. El profesor le entrega guías para trabajar en clase. En Música se trabaja para la evaluación SIMCE de Lenguaje. En Artes para la evaluación de Ciencias Naturales. Las últimas cinco semanas antes de la evaluación se dedican solo a reforzar SIMCE. Los profesores de las disciplinas evaluadas deben de hacer guías de trabajo y los profesores de Inglés, Música y Artes le deben hacer un informe sobre el desarrollo de la clase y en función de eso se realiza material. El profesor nos señala que quisiera un parámetros claros de los contenidos que se evaluaran verdaderamente. Dado que el tiempo de trabajo se ve disminuido por la fecha de la evaluación (octubre). También quisiera un texto SIMCE, seleccionado por él y no impuesto por la coordinación de la institución. Además siente que necesita mayor aportes en didáctica. El profesor considera que el establecimiento apoyo su labor desde el punto de vista de materiales. El año anterior tuvo una buena experiencia con SIMCE (2do medio), por eso considera que ha hecho bien su trabajo y que lo está haciendo bien. El profesor piensa que una forma de lograr aprendizajes es poder aplicar y contextualizar los matemáticas.

Prof. Gutiérrez

Formación y experiencia

Profesor de estado y estadística. El título lo obtuvo en 1983. Ha tenido varios cursos de perfeccionamiento.
Ha realizado clases de 7mo a 2do. Medio.

Organización pedagógica

El profesor planifica el año escolar poniendo énfasis en la red de contenidos según MINEDUC. Trata de poner mucho detalle en los contenidos que debe enseñar. El colegio tiene 3 horas destinadas a taller de geometría, y cinco horas destinadas a las otras unidades temáticas. Esta organización comienza desde inicio del año escolar. El profesor habla de una cadena de conocimientos, y en eso ve la dificultad, en poder establecer las relaciones correctas entre contenidos. Los contenidos que los estudiantes tienen mayor facilidad son las porcentajes y la proporcionalidad. En contraposición el observa que en las operatorias los estudiantes tienen varias dificultades.

Evaluación SIMCE

Tiene muchos hechos de experiencia con estudiantes que han rendido SIMCE. Durante muchos años el colegio tenía excelencia académica, pero no hacia ningún trabajo específico. Solo tener bien organizado los contenidos a enseñar en la sala de clase. En el colegio que hoy en día trabaja, existe una comisión SIMCE que realiza los ensayo y los toma en las horas de Religión, Música o Artes. el colegio tiene organizado una comisión SIMCE, ellos son los que se encargan de realizar los ensayos. El profesor recibe los resultados y repasa con los estudiantes los contenidos menos logrados. El profesor ve como positivo que la evaluación SIMCE piensa que nivela a todos los colegios, buscando tener un estándar, pero cree que no debería existir que midan a los estudiantes. Dado a la existe de muchas diferencias sociales cree que es imposible comparar.

Otros

El profesor realiza muchas críticas a los estudiantes, habla de ellos como estudiantes que no estudian que no se dedican. El profesor dice que el culpable de los malos resultados es que los alumnos chilenos son flojos y ni quieren trabajar. Considera que existe una buena organización y eso apoya su labor docente. El profesor dice que el factor suerte tiene mucha influencia en la su práctica. El colegio cuenta con la ley SEP.

Prof. Vásquez

Formación y experiencia

Realizó una especialización en matemática en la Universidad de Los Lagos. La profesor ha realizado varios cursos especialización: Actualizaciones curriculares en diferentes dominio. También posee varios cursos de Informática Educativa: Destaca uno de herramientas para desarrollar en clases y otro de Tics.

Organización pedagógica

La profesora organiza sus planificación de forma mensual. Para cada una de sus clases realiza una planificaciones detallada. Sin embargo, declara ser flexible en su cronograma de trabajo. Cuando ve que un aprendizaje esperado no se logro lo retoma. La estructura que utiliza para cada clase es: un Inicio, un desarrollo y un cierre. Construye sus actividades introduciendo situaciones problemáticas, en general. Se apoya en el programas de estudio y en algunas actividades sugeridas. También utiliza el manual escolar del alumno (Editorial SM) y una Guía didáctica del profesor de la misma editorial. Se apoya en material como internet, retroproyector, pizarra electrónica. Los contenidos que se siente más fuerte son algebra, potencias. Señala que hay mucho material para trabajar esos contenidos. La estadística y probabilidad, son contenidos que le cuesta enseñar, que no domina bien. El geometría, también reconoce no tener buena base. Se apoya de sus colegas para trabajar estos contenidos que son ella se siente más débil. Señala que a los estudiantes no le gustan los números decimales (operatoria) ni las fracciones. Ella trata de motivarlos con situaciones problemas y ve que logra buenos resultados, que los estudiantes disfrutan del análisis de problemas.

Evaluación SIMCE

En el último SIMCE los resultados fueron muy bajos. Ella nos señala no trabajar para SIMCE, solo pasa los contenidos del programa. La jefa de utp, se encarga de los ensayos SIMCE que se realizan uno por mes. Los profesores externos revisan los ensayos y el personal del colegio toma las evaluaciones. La profesora revisa con los estudiantes las ensayos, cada estudiante debe revisa su evaluación. La corrección se realiza en función de los errores, los contenidos más débiles y en el caso que se encuentren en la unidad estos son considerados. En las evaluaciones incorpora ejercicios tipo SIMCE. Se realizan reforzamientos de 5 a 8 año básico. La profesora es la encargada del reforzamiento para 8avo. año básico. A partir del segundo semestre se realiza una vez por semana, después de la jornada escolar. Se trabaja con los alumnos con menos aprendizajes logrados. Piensa que SIMCE le permite conocer los niveles de logros de sus estudiantes, pero no le gusta como medición, descalifica a los profesores y a la escuela.

Otros

Entre la escuela y la profesora hay diferencia de intereses. En 4to. año básico se trabaja para SIMCE. En 8avo. año no de la misma forma. La escuela tiene ley SEP, eso le gusta por la formación que recibe del Centro Educación Profesional. La profesora reconoce tener buena llegada con los estudiantes. También poseen un proyecto de integración, por lo que en la escuela hay muchos especialista. En algunas clase profesores externos se encuentran en la sala de clases como asistente, para apoyar en los niveles 1ero., 2do. y 4to. año básico

Prof. Armijo

Formación y experiencia

La profesora obtención su título de profesora de educación general básica en 2006 y actualmente se encuentra participando en el programa de perfeccionamiento profesional en el Centro de Educación Profesional.

Organización pedagógica

La profesor realiza una planificación anual y mensual. Mensualmente debe entregan una planificación clase a clase. Para su elaboración considera el programa de estudio, el texto del profesor y el texto del alumno. Cada planificación tiene un inicio, desarrollo y cierre. En el inicio, se consideran los aprendizajes previos, motiva con lo que van a conocer. Utiliza PowerPoint en algunos casos. En el desarrollo comienza con conceptos teóricos, y dando la posibilidad de estrategias diferentes en la resolución de tareas. En el cierre, se preocupa de preguntar a sus estudiantes si quedo claro el contenidos y si existen dudas. De esa forma se asegura de reforzar lo que no ha quedado claro. Trabaja con el manual escolar de MINEDUC. El texto es un apoyo y considera que trae buenos ejemplos para trabajar. Construye guías de aprendizaje y guías de investigación que se realizan en la sala de internet. Los contenidos que le resultan más fáciles de enseñar son datos y azar. Le perece que sus temas son fáciles de contextualizar. Contrariamente al tema de funciones, que lo encuentra complejo y es su primer año que lo enseña. En el dominio de geometría, los temas de transformaciones isométricas y las teselaciones, les parece interesante y lo trabaja con material concreto. También se apoya de material concreto para trabajar el área y perímetro del círculo. Reconoce que en su formación inicial tuvo mala experiencia, por mala organización de la carrera. Considera que eso provocó muchos vacíos en matemática. Sin embargo, se preocupa de busca información en internet, se apoya con los colegas y se ha comparado libros de matemática.

Evaluación SIMCE

Es la primera vez que le toca SIMCE. Ha buscando información en diferentes fuentes: visitando la página SIMCE y busca distintos ejercicios para trabajar con los estudiantes. También recibe apoyo de personal externo a la institución. Un profesor externo (ayudantía en la universidad e investigación) trabaja en forma conjunta con ella tres días a las semana las dos horas de clase, desde el 2do. semestre. Esta persona viene solamente por el tema de SIMCE a trabajar con los 4to y 8avos. años básicos. Este profesional a veces da las instrucciones sobre la guía y la profesora de aula ve la guía en el mismo momento que las alumnas. Cada guía cuenta con 7 a 10 ejercicios. El profesor externo es quien realiza y revisa los ensayos SIMCE para luego reforzar con ejercicios (toma los ejercicios con mayor dificultad y los resuelve con los estudiantes). La profesor estaba comenzando la unidad de datos y azar, pero no ha podido ver con profundidad el contenido, por el trabajo SIMCE. La profesora considera este trabajo como un apoyo positivo. No se realiza reforzamiento. La profesora toma como un apoyo los resultados de los ensayos, de acuerdo a ellos, refuerza lo débil. Valora la información sobre el rendimiento de sus estudiantes. La profesora señala que de acuerdo a los resultados se puede reformular la práctica, ya que no puede seguir avanzando si ve que tienen falencias en algunos contenidos. Los esfuerzos del Centro de Educación Profesional, lo considera positivo para el aprendizaje de las alumnas, puesto que ha recibido apoyo diversificando sus herramientas pedagógicas.

Otros

La profesora nos señala que asiste sábado por mes con otros profesores a un curso y además dos veces al mes va personal del CEP, a trabajar con los profesores durante dos horas, a la institución. Les enseñan contenidos (operatorias) y a ella les hace sentido y puede justificar los contenidos, operatorias, etc. En consecuencia a sus estudiantes también les hace sentido lo que están haciendo, no es algo mecánico. Considera que las exigencias del colegio son altas: hacer guías, reforzamientos, trabajo administrativo, evaluaciones.

Prof. Bisbal

Formación y experiencia

El profesor además de sus título de profesor de Educación básica posee un postítulo con mención en matemática y otro en Inglés. Además tiene una primera mención de Educación Física. El profesor reconoce que en matemática tiene muchos vacíos.

Organización pedagógica

El profesor trabaja con el programa de estudio de MINEDUC. El declara adaptar un poco las unidades, pues trabaja en una comuna de alto riesgo y no siempre se alcanza a pasar los contenidos. Desde el comienzo de año se realiza un diagnostico para conocer el estado de sus estudiantes. Su trabajo lo planifica clase a clase y incluye aprendizajes esperados y actividad genérica. Se siente frustrado porque ve que los estudiantes no aprenden y no entiende porque ocurre eso. En geometría se siente cómodo, en especial el se ha ido perfeccionando y le gusta mucho enseñarla.

Evaluación SIMCE

En la última evaluación SIMCE el profesor hizo que los estudiantes memorizaran una pregunta de SIMCE y luego construyeron la evaluación en clases. A partir de eso el profesor vio que contenidos se habían evaluado y cuales fueron los tipos de preguntas. En función de eso concluyó que no estaba tan mal, pues lo que le habían preguntado era lo que estaban trabajando. Se realizan reforzamiento en función de los resultados de los ensayos SIMCE. Los ensayos comienzan desde mayo. Este tipo de trabajo se está implementando desde este año. El jefe de UTP, construye el instrumento y en otra asignatura se toma el ensayo. El profesor tabula los resultados de los ensayos y le va mostrando a los estudiante como van. El reforzamiento se realiza en dos horas semanales. Los estudiantes construyen fichas de conceptos (5to a 8vo) que incluyen: definiciones, ejemplos, imágenes. Este trabajo se comenzó en septiembre. Para llevarlo acabo utiliza el laboratorio de computación. El profesor nos señala que de apoco se ha ido mejorando la organización de este trabajo. El profesor considera que SIMCE es un estándar que refleja un mínimo que debe aprender un alumno. Además le da a conocer el estado en que se encuentran los estudiantes. No obstante, la evaluación motiva a comparaciones sin considerara que los contexto de sus alumnos es muy diferente a otros.

Otros

El profesor trabaja en dos colegios. Uno en la mañana y el otro en la tarde. En el colegio de la tarde existe la exigencia de perfeccionarse. El profesor reconocer estar permanentemente aprendiendo y que se ha fortalecido en didáctica. De ese modo lograr que todos puedan aprender dentro del aula.

Prof. Maldonado

Formación y experiencia

El profesor posee un título de Educación general básica y un postítulo en Inglés, que no pudo terminar por recursos financieros. Ha realizado muchos cursos de motivación, considera que es muy necesario para trabajar con los estudiantes.

Organización pedagógica

Su trabajo de planificación es anual y clase a clase. La planificación la construye con los planes y programas de MINEDUC y con material que la jefa de UTR le entrega. Los estudiantes utilizan el manual de MINEDUC. Generalmente se apoya con información de internet, pues hay varias cosas que debe aprender. Piensa que lo que le cuesta al alumnos es lo que le va ha costar a él. Observa que en dominio de la geometría los estudiantes tienen varias dificultadas. El profesor nos señala que le gusta mucho enseñar potencias y geometría, pero reconoce que está última es su debilidad.

Evaluación SIMCE

Este es el primer año que le toca realizar la evaluación SIMCE. La jefa de UTP les pasa las guías de trabajo y ensayos. Han realizado 5 ensayos SIMCE. Los primeros los realizó la jefa de UTP y los otros los hizo el profesor. Desde el segundo semestre, se dejan 15 min en cada clase, para hacer 10 ejercicios tipo SIMCE, que tienen relación con el contenido que se está trabajando. Los estudiante resuelven los ejercicios y luego los revisan juntos. También realizan guías en la sala de internet durante las horas de matemática. El profesor nos señala no entender que evalúa SIMCE. Considera que si los colegios que tienen buenos resultados ganan más dinero y los colegios con malos resultados, como los municipales, tienden a desaparece. Agrega que SIMCE evalúa al colegio, a los profes y a los alumnos y busca castigar que a mejorar las falencias. Ve la evaluación como injusta pues no considera el contexto de cada comuna. Considera que no puede exigir mucho a los alumnos porque por su contexto los alumnos no da más. Además, el colegio le exige a él que supere el puntaje anterior.

Otros

Considera que lo más importante sería que los profesores pudiesen especializarse. En su experiencia el apoyo externo en aula no le fue muy útil. En grupo de estudiantes de ingeniería, observaron cinco de sus clases. Una vez por semana y luego ellos le presentaron una clase a los alumnos. El profesor no señala que siente que eso no funcionó. El profesor siente que le perturbaron su trabajo y que el trabajo fue muy desorganizado. Sin embargo, el apoyo que recibe él, dos veces al mes lo considera muy útil. (Un profesor les va a hacer clase dos horas al mes y les aclara dudas sobre algunos contenidos)

Prof. Méndez

Formación y experiencia

El profesor posee un título de Educación general básica y un postítulo en matemática. También a realizado varios cursos de perfeccionamiento: computación y resolución algebraica. En el postítulo el esperaba aprender matemática y poder llevar al aula. Saber como enseñar los contenidos pero el nivel era alto y muy dirigido a enseñar matemática. La unidad de didáctica, ellos tuvieron que hacer una clase y él esperaba recibir conocimientos sobre didáctica. Su siento que matemática es cansador y cuesta.

Organización pedagógica

El colegio le entrega el formato de planificación: unidades temáticas y recursos. El profesor agrega información que obtienen de internet. Planifica de forma mensual cada unidad. Las clases se caracterizan por tres fases: inicio, desarrollo y cierre. El profesor trata de contextualizar y adecuarse a la realidad de los estudiantes. Al comienzo de cada unidad realiza un diagnostico y en cada clase define un objetivo. En el desarrollo de la clase trabaja con guías, en resolución de problemas y trabajos en grupo. El profesor ha observado contenidos donde los estudiantes trabajan sin mayor problema; como el caso de los números enteros, las ecuaciones y Proporcionalidad. El profesor nos señala que no se siente capacitado para enseñar probabilidad. el debe estudiarlo antes de enseñar, por eso lo esta dejando de lado. El dominio de la geometría tiene el segundo lugar, lo primero son loa números. Durante el postítulo aprendió geometría, pero no en la formación inicial. En este dominio el profesor considera que los estudiantes tiene dificultad en calcular las áreas de cilindro y en general de los cuerpos geométricos. Piensa que son muchas fórmulas.

Evaluación SIMCE

Se trabajan cuatro ensayos SIMCE. El preparo dos ensayos y direcciones le entregó los otros dos. El profesor evalúa los ensayos(pone una nota o calificación). A partir de los resultados revisa con los estudiantes las dificultades que tiene en cada ejercicio. También se realiza reforzamiento con profesor externo, el profesor externo está en la institución desde mayo. El reforzamiento se realiza fuera del horario de clase. No existe ninguna comunicación con la persona encargada del reforzamiento y el profesor. El profesor señala sentirse un poco solo en su trabajo de aula. Siente que coordinación lo deja solo y no lo apoya en su trabajo de aula. Cree que un trabajo conjunto entre coordinación y profesores podría mejorar su trabajo. El profesor considera que los resultados SIMCE le sirve para evaluarse al final del año y ver si ha realizado bien su trabajo. De todos modos, cree que existe una diferencia en preparar para SIMCE y hacer que los estudiantes logren aprendizajes. Ve la evaluación como una herramienta de discriminación. Dado que existen muchas diferencias entre escuelas que no son consideradas. El profesor siente mucha presión por obtener buenos resultados.

Otros

El profesor señala que le gustaría más ayuda. Aunque valora las inversiones que hace la escuela.

Prof. Flores

Formación y experiencia

La profesora posee un título de Educación General Básica con mención en matemática. La mención la obtuvo mediante la realización de un postítulo. Durante su desarrollo profesional ha realizado varias formaciones: un primer postítulo en sicopedagogía con mención en trastornos de aprendizaje, curso de apropiación curricular sobre Datos y Azar, curso de perfeccionamiento en el dominio de geometría y también ha participado en formación popular.

Organización pedagógica

La profesora al termino de año escolar se realiza un plan anual. Luego se realizan mes a mes y clase a clase. Posee una red de contenidos y de aprendizajes esperados. Las unidades son las del programa de estudio. Semana a semana planifica dos o tres clases (día a día). Cuando se presentan dificultades retoma el contenidos. En la planificación clase a clase detalla el contenido, habilidad y destreza, tres actividades. La clase la estructura en tres fases: inicio, desarrollo y cierre. Cierre, es la fase más débil (que se vio hoy en día y que entendieron). Durante la clase, el desarrollo hay momento de evaluación formativa. Se apoya bastante con el texto de estudio, y enumera el cuaderno de matemática, también utiliza guías de desarrollo. Da una tarea diaria y mandan vía email. Su idea es que siempre tengan que ver matemática. Tiene una sicopedagoga en la sala que ha sido contratada como personal externo. La profesora nos señala que en los contenidos que los alumnos tienen mayor dificultad es en volumen, números decimales, las fórmulas.

Evaluación SIMCE

Por varios años ha trabajado con alumnos para la prueba SIMCE. En 4to. año básico se trabajan bastante ejercicios SIMCE. En 8avo. años básico no hace nada para SIMCE. Su mayor esfuerzo es en la clase misma. Reorganiza los contenidos en función de la cobertura. Hay contenidos que se ven en 7mo y 8avo, entonces ella comienzo por los que presentan mayor dificultad en los alumnos y luego sigue con los contenidos nuevos. Solamente trabajan 5 horas de matemática por semana. Piensa que la evaluación SIMCE deja poco tiempo para pasar los contenidos. Su escuela ha ido subiendo sus puntajes cada año. La escuela realiza tres ensayo SIMCE durante un año. La escuela no hace lo mismo en 4to básico. En este nivel se refuerza intensamente Nantes de la evaluación SIMCE. En algunos casos ve que los resultados en los ensayos no siempre tienen relación con el aprendizaje del alumno. No obstante los contenido menos logrados los retoma en clases y los refuerza. La profesora nos señala que trata de proponer una diversidad las actividades de clases. La profesora realiza sus evaluaciones considerando diferentes niveles de habilidades y competencias. Las evaluaciones cuentan con % de niveles de logros, con % de conocimiento y con % habilidades (razonamiento lógico). Ve negativo el hecho que los resultados SIMCE califiquen a las instituciones.

Otros

La profesora nos señala que al interior de su institución existen pocas instancia para compartir, pero se trata de sacar lo mejor y estar permanentemente estudiante.

17 ANEXO I – OBSERVACIONES DE CLASE – NARRACIONES

17.1 SESIONES DE CLASE DE PREPARACIÓN SIMCE

17.1.1 Ficha nº1 Profesor Jiménez

En el primer momento de la clase los estudiantes resuelven una tarea matemática que recibe el nombre de "problema diario". Los alumnos cuentas con 3 min aproximadamente para resolver esta tarea. Luego se discute y se archiva en el cuaderno. El profesor pide a una alumna que la lea. Ella la lee y entrega la respuesta.

1. Alum.: El valor es de 60 grados.
2. Prof. : ¿Por qué ese valor?
3. Alum.1.: Porque tiene el mismo valor del ángulo de arriba.
4. Prof.: ¿Cuál es el nombre que reciben esos ángulos?
5. Alum.2.: Ángulos correspondientes.

Luego explica que realizaran una guía un grupo de alumnas se encarga de repartirlas. Una vez repartidas las guías, el profesor le pide a una estudiante que comience leyendo la tarea no 1. Una alumna lo lee, al terminar el profesor le pregunta que es lo que debe hacer. La alumna responde calcular el área del rectángulo.

6. Alum.3: Como el radio es 5 y el diámetro es 10, entonces un lado es 10 y el otro es el doble 20.
7. Prof.: Entonces ya descubriste los lados del rectángulo ¿Qué debes hacer ahora?
8. Alum.3: Multiplicar 10x20. 200 metros cuadrados.
9. Prof.: Completen la figura y marquen la alternativa correcta ¿Alguien no entiendo?
10. Alum.: ¿Se puede sacar el área de la circunferencia?

Continúa con la tarea nº2**.** Un alumno lo lee y luego explica que hay que restar el área del contorno de adentro con el contorno de afuera.

11. Prof.: ¿El contorno de adentro?
12. Alum.4: No el de afuera y luego de adentro.
13. Prof.: Bueno, háganlo todos ¿Qué resultados les dio?
14. Alum. 4: 710 m^2. Calculé el área.
15. Prof.: Muy bien. Vamos con la tarea no 3.

Continúa la misma forma de trabajar, le pide a una alumna que lea el ejercicio y luego pregunta como lo resolverían. Una alumna responde.

16. Alum.5: Como el ancho del triángulo es 4 cm, el doble es 8. Luego hago la resta entre 20 que es el total del perímetro y 8, la diferencia es 12 y eso lo divido en dos, y el lado es 6cm.

El profesor les da un tiempo para realizar el procedimiento y luego le pide a otro alumno que realice la lectura el siguiente ejercicio, una vez que el alumno termina de leer los estudiantes comienzan a resolver la tarea no 4 de forma individual.

17. Alum.6: El largo de una caja es aproximadamente 9, piden el centímetro mas próximo entonces tiene que ser decimal y de las alternativas el número más próximo es 8,6.

El profesor afirma el resultado y dibuja en la pizarra la tarea no 5. Luego saca a un alumno a desarrollar y explicar el procedimiento en la pizarra. El profesor complementa las afirmaciones del alumno.

18. Alum.7: Como esta es paralela con esta [AB]//[ED](señala con la mano las rectas) .
19. Prof.: Ya…como este lado es paralela con este… y este es paralelo a este. Entonces son ángulos con….
20. Alum.7: Congruentes.
21. Prof.: Sí son congruentes entonces son corre…
22. Alums.: Correspondientes.
23. Alum.7: Los ángulos son iguales, este es igual a 40º y el otro es 60º. Entonces el ángulo $\widehat{EGC}$ es 80º, porque la suma de los ángulos es 180º.

El profesor retoma el trabajo del alumno y explica nuevamente lo que el alumno acaba de explicar. Continúan con la tarea no 6, el cual corrigen rápidamente. Una alumna lo realiza con una hoja de papel utilizando el pliegue y consigue la respuesta correcta. Pasan a la tarea nº7. Una alumna lee el ejercicio, esta vez antes que los alumnos comiencen a trabajar en él, el profesor interviene.

24. Prof.: ¿Qué es lo que hay que hacer en este ejercicio?
25. Alums.: Teorema de Pitágoras.

Los alumnos comienzan a resolver el ejercicio, el profesor dibuja la figura en la pizarra y saca a un estudiantes a resolverlo en la pizarra. El alumno lo realiza y luego el profesor le pide que explique la resolución.

26. Alum.8: Hay que sacar este lado.
27. Prof.: ¿Cómo se llama ese lado?
28. Alum.8: Hipotenusa, aquí están los dos catetos elevados al cuadrado.
29. Prof.: Ya, si le ponemos una raíz cuadrada ahí. (el profesor adjunta una raíz cuadrada en el segundo paso que realiza el alumno)
30. Alum.8: Ya… después la raíz cuadrada de esto 225, es 15. Después es la suma y obtiene el resultado.
31. Prof.: Codee la figura agregando el valor 15 m al lado del triángulo.

Inmediatamente continúa con la tarea no 8 y con la misma organización, esta vez la respuesta es entregada por una alumna oralmente. Se continúa con la tarea no 9. Un alumno sale a la pizarra. Entrega inmediatamente el resultado, explica

32. Alum.9: Se conserva el numerador y se resta 3x menos x esos da 2x.

El profesor no realiza comentarios y el curso aprueba el resultado. Se pasa a resolver la tarea 10.

33. Prof.: A ver chiquillo, tengo una expresión de tres pares consecutivos que suman 84. Estamos hablando de tres pares consecutivos, ustedes tienen que ver que son tres pares, no solamente que es un número. Tienen que ver que la letra k está representando un número, luego la misma letra representando el mismo número más dos unidades. Ahora ¿qué representa la letra k? ¿Solamente la letra k?
34. Alums.: El menor de los pares.
35. Prof. : Tienen que pensar que tienen una letra que está representando un número, luego un número más 2. Dime Pablo ¿qué estás pensando?
36. Alum10.: (Pablo), no… nada, yo pensé la letra C.
37. Prof. : ¿qué dice la letra C?
38. Alum10. : (Pablo) el mayor de los tres números pares.
39. Prof. : Pongámonos en una fase hipotética. Supongamos que tengo un número par, supongamos que es 2, este par (k+2) que representa el par consecutivo. Y este otro (k+4) que numero representa?
40. Alum.11 : 6.
41. Prof.: el tercer par consecutivo. Ahora de los tres pares consecutivos que representa en si la letra k?
42. Alum.12: El número menor.
43. Prof.: Ah, el menor de los tres pares. Pero niños, nosotros hemos visto expresiones algebraicas, los pares, los pares consecutivos. Ustedes deben ser capaces de responder esa pregunta. Entiendo que la algebra es bastante abstracta, pero tienen que asociarla con números, darse ejemplos. Insisto ¿cuál es la alternativa correcta?
44. Prof.: Ahora, otra pregunta ¿qué número es la letra k?
45. Alum.13: 24.
46. Prof.: ¿Cómo lo resolviste?
47. Alum.13: porque está tomado el 2 y el 4, se lo reste al 84, eso me dio 78 y eso lo dividí en tres que sería el numero.
48. Prof.: Excelente, venga a hacerlo a la pizarra. Quiero que todos resuelvan el ejercicio.
49. Prof.: Acá su compañero está resolviendo una ecuación pero lo esta haciendo mentalmente, él se paso todo la estructura de cómo nosotros resolvemos la ecuación. El lo hizo con la lógica. Él dijo que al 84 le podía restar 6, que corresponde al 2 y 4. Y luego ese resultado lo dividió por tres. Pero ¿por qué lo dividió por tres?
50. Alum.13: porque 3k es igual al numero 78.
51. Prof.: ¿Qué significa 3k?
52. Alum.13: Tres números iguales.
53. Prof. :¿Tú lo podrías hacer como ecuación?
54. Alum.13: No, no puedo.
55. Prof.: ¿Alguien lo podría hacer?
56. Alum.14: Sí, es fácil (El estudiante sale a la pizarra)
57. Prof.: Bien. Ahora les pregunto ¿cuáles vendrían siendo los tres pares consecutivos?
58. Alum.14: 26, 28 y 30 (Dibuja una secuencia de números en la pizarra)
59. Prof.: ¿Por qué?
60. Prof.: Siempre hay diferentes maneras de resolver problemas, a veces solo usamos la lógica. Pero, es necesario tener un orden y trabajar un poquito con la propiedades. El primer compañero lo hizo lógicamente. El otro compañero

resolvió la ecuación, aplicó el inverso aditivo. Antes asoció términos semejantes, k + k + k, lo que es 3k. Después dividió por 3. Eso era todo. Ustedes deben ser capaces de resolver un problema así.

Las tareas no 11 y 12, son leídos por los estudiantes y resueltos de forma oral, sin mayor intervención del profesor. De tal forma continúan con la tarea no 13.

61. Prof.: Malena lea la no13 por favor. ¿Cuál es la respuesta correcta?
62. Alums.: La letra d.
63. Prof.: A ver quiero que alguien lo explique en la pizarra ¿Lo sacó yo o alguien viene?
64. Alum.15: Porque Juan tiene cinco sombreros más que María, clara tres veces más que eso de Juan y María tiene *n* sombreros, sería (n-5) multiplicado por 3.

El profesor confirman la alternativa vuelve a pedir a otra la alumna que lea el ejercicio y le pide que vuelva a explicar, en esa ocasión confirma la alternativa. La tarea no14 genera discusión en los alumnos. El profesor copia las expresiones algebraicas en la pizarra. Y les vuelve a preguntar a los estudiantes.

65. Prof.: ¿Cuál es la alternativa correcta?
66. Prof.: ¿Es la letra a?
67. Alums.: No
68. Prof.: Es lo mismo que la letra c y que cuando ocurre eso se descartan inmediatamente. ¿Es la alternativa d? ¿existe alguna propiedad en la potencias para trabajar las suma?
69. Alums.: No.
70. Prof.: Para la operatoria de la multiplicación existen alguna propiedad.
71. Alums.: Sí.
72. Prof.: Entonces ¿cuál es la alternativa correcta?
73. Alums.: La b

En la tarea no 15 varios alumnos se ofrecen a salir a la pizarra. Un alumna sala a la pizarra y explica cada uno de los pasos.

74. Alum.16: primero como está el tres afuera, multiplica al cinco y a la x. Entonces queda 3x más 15, como aquí esta sumando el 15 pasa restando, y queda 15, después bajo las 3x y queda 15 dividido en 3 y da 5.
75. Prof.: ¿Por qué multiplicó 3(x+5) de forma separada? Se recuerdan de la propiedad que permite hacer eso.
76. Alum.16: Sí la propiedad distributiva.
77. Prof.: Otro estudiantes la sacaron por lógica.
78. Alum.16: Yo lo que hice fue (5+5)x3, por lo tanto el resultado es 5.

Sale una alumna a la pizarra a hacer la última tarea no 16. Algunos estudiantes comienzan a decir que el ejercicio no da, que no se puede resolver. El profesor lee el ejercicio en voz alta. Luego les pide a los estudiantes que justifiquen porque no da. Un alumno explica que según la información entregada por el enunciado da 21. El profesor confirma que hay un error.

Luego le una nueva guía de ejercicio a los alumnos. Le señala que la resolverán de forma individual. Los estudiantes comienzan a realizarla la guía, el profesor se pasea en la sala de clases y responde dudas a los alumnos cuando se lo solicitan. Luego de unos 15 min de trabajo el profesor le dice que comenzará a preguntar y luego terminarán la clase. Alcanzar a leer y responder de forma oral los dos primeros ejercicios y se finaliza la sesión de clase.

17.1.2 Ficha n° 2 Profesor Uribe

La clase tiene como objetivo revisar algunos ejercicios SIMCE, entregados por el MINEDUC. Generalmente se les proponen 10 ejercicios a los estudiantes. Del tipo de selección múltiple. El profesor hace participar a los estudiantes, haciéndoles preguntas y que pasen a la pizarra. La sesión que pudimos observar se realizan 6 tareas. El profesor proyecta el ejercicio a través del PowerPoint. Los estudiantes lo leen lo copian en el cuaderno y comienzan a desarrollarlo de forma individual. Se comienza la clase con la tarea no 14 .

1. Prof.: ¿Se acuerdan cuándo vimos fracciones equivalentes? Tenían cantidades diferentes, pero el mismo valor. Una forma de registro es la siguiente (Figura 6.9). De la cantidad de cada 100, me fijo en esta parte posicional. Cuando se habla de porcentajes nos referimos a la idea de cada 100. Cuando yo tengo 5,4% hay una parte entera y otra decimal. ¿La parte 5 qué significa? El 5 es 5 de cada 100. ¿dónde hay que escribir la parte entera?
2. Alum 1: En los centésimos.
3. Prof.: Y el 4? En la posición inmediatamente inferior. ¿Cómo escribo esto? La cifra como 5,4 % la puedo expresar como…Podemos tomar dos caminos. Uno es la fórmula que les enseñé para la suma de fracciones ¿ en este caso cómo sería?

El profesor escribe la representación en la pizarra *(Figura 6.10 – primera y segunda línea)* y la lee en voz alta. Luego les dice a los alumnos:

4. Prof. : Ustedes hacen el resto y ven lo que sucede. Esa es una posibilidad. La otra posibilidad es transformar cada una de estas cifras en una expresión decimal. ¿Usted díganme como se transforma la expresión 5/100 en una expresión decimal. Transfórmela por favor ¿Vean a qué resultado llega?
5. Alum 2.: Está mal, porque no era necesario amplificar. (El profesor valida el comentario de los alumnos y les pregunta)
6. Prof.: ¿Cómo sería? ¿La división en forma directa?
7. Alum 3: Sí.
8. Prof.: ¿ Otra persona concluyó el resultado con la suma fraccionaria? Vi que algunos simplificaron, ¿cómo queda la cifra fraccionaria sin la simplificación? ¿Eso se puede simplificar? Al simplificar ¿cuánto queda?
9. Prof.: ¿Cómo lo hizo? el resultado está bien, pero detrás de ese resultado, ¿sabes qué está haciendo?
10. Alum.3: Sí, pero no sé como explicarlo.
11. Prof.: Hágalo con la tabla.
12. Alum.3: En 40 no cabe, en 400 tampoco y en 4000 si cabe, entonces 1000 en 4000 son 4.
13. Prof.: Estamos transformando las expresiones fraccionarias 5/100 y 4/1000 a decimal, es decir, estamos tratando de expresar dos situaciones en el mismos

resultado, entonces queda por sumar cinco centésimos con cuatro milésimos. ¿Cuál es la relación que tienen las dos notaciones?
14. Alum.3: Que son iguales.

Continúan con la tarea no 20.

15. Prof.: ¿Por qué da negativo? ¿Qué sucede en las otras alternativas? Explícanos como descartaste las otras alternativas? La letra a, c y d.
16. Alum.4: Si –n
17. Prof.: ¿Quien sabe justificar la letra d? Cuando escojo debo saber fundamentar. Se justifico la c ¿ quién podría justificar la letra d?
18. Alum.5: Yo
19. Prof.: ¿Hay algo que está mal? No borre lo que hizo el compañero sino que explique donde se equivoco el compañero.
20. Alum.5: El signo –n no pertenece al número, entonces eso quedaría.
21. Prof.: ¿Cuál nos falta por demostrar? sale una alumnos a demostrar la letra a. (Los alumnos dicen que está mal, sale un compañero a corregir).
22. Prof.: ¿qué función cumple el exponente? El exponente dice el número de veces que se debe multiplicar la base. Por ejemplo ¿cuál de estos números se considera negativo?
23. Alum.6: Es porque el signo se encuentra dentro del paréntesis.

Continúan con la tarea no 21. Se continúa trabajando de la misma forma. Pasa un alumno a la pizarra a resolver la tarea.

24. Alum.7: Primero sacó el total del curso, luego dije que son 10 los que escuchan música. Después los 10 los multiplique por 100 y lo dividí por 40 que es el total.
25. Alum.8.: Hay un error. (Sale un segundo el alumno a resolver el ejercicio).
26. Alum.8: El considera los 10 alumnos que escuchan música y los 10 alumnos que bailan, luego los suma y dice que 20 es la mitad del total que es 40 que es total de alumnos, por lo tanto es 50%.
27. Prof.: ¿ Qué opinión los compañeros?
28. Alums.: Sí está bien.

Se pasa la tarea nº 22**.** Sale un alumno a la pizarra a resolver la tarea.

29. Prof.: ¿De qué forma resolvió el ejercicio?
30. Alum.9: Ubiqué a la mitad del 10 y el 12 el 11 y R está entremedio del 11 y el 12, por eso es 11,5.
31. Prof.: ¿Qué conocimientos matemáticos cree que utilizó?
32. Alum.9: La estimación.
33. Prof.: ¿Qué estimar? ¿Para poder estimar que utilizó para llegar al resultado final? Es necesario utilizar un patrón. La propuesta es una recta numérica y la estimación esta entre 10 y 12. Por medio de la longitud de la unidad se estableció las relaciones.

El profesor lee en voz alta la tarea 23 y luego le da tiempo a los estudiantes que lo resultan. Sale un alumno a la pizarra.

34. Alum.10: Un ¼ equivale a 2/8, eso suma 3/8 de tonel, por lo tanto le faltaría por llenar 5/8.
35. Prof.: Está correcto, pero ¿cómo puedes decirme que ¼ es equivalente a 2/8?
36. Alum.10: Un ¼ de la torta sí se divide en dos partes se obtienen 2/8.
37. Prof.: Puede expresarlo con otro registro para representar. Por ejemplo, si haces un diagrama.

El alumno realiza el siguiente diagrama y el profesor validad el trabajo realizado por este alumno.

38. Prof.: ¿Alguien tienen otra forma de realizar el ejercicio?
39. Alum.11: Amplificando. Amplifico por 2 la fracción ¼. obtengo 2/8.
40. Prof.: ¿Cuál es el objetivo de transformar el ¼ a 2/8?
41. Alum.11: Para demostrar que son equivalente.
42. Prof.: Efectivamente son fracciones que tiene el mismo valor ¿por qué todo se lleva a octavos?
43. Alums.: Para sumarlos.
44. Prof.: ¿ Es ese el resultado?
45. Alum.11: No, que es lo que tiene lleno y lo que le falta son 5/8 y ese es el resultado. Lo está achurado representa 3/8 y es lo que está lleno y lo que le falta es 5/8.

El profesor comienza a leer la tarea no 24, se detiene y pregunta a los estudiantes si saben lo que es un mosaico. Los alumnos responden. El profesor continúa leyendo el ejercicio.

46. Prof.: ¿Por qué en el sistema sexagesimal el ángulo recto mide 90º?
47. Alum.12: Porque el ángulo completo vale 360º.
48. Prof.: ¿Cuáles son las medidas de los catetos?
49. Alums.: 40 y 60 cm.
50. Prof.: La terraza es de 120 por 80 cm. Ahora la pregunta es ¿cuántas baldosas se necesitan para cubrir la superficie del rectángulo?. Resuélvalo usted ahora. (enseguida el profesor saca a un alumno a la pizarra)
51. Prof.: Usted podría explicar lo que hizo.
52. Alum12.: Tenemos un rectángulo que los catetos miden 40 y 60 cm y un rectángulo que sus lados miden 80 y el otro 120 que es el doble de la medida del cateto de 60 y que lo mismo pasa en el otro lado. Aquí el cateto de 40 cabe dos veces acá y el cateto de 60 también cabe dos veces (Figura 6.15).
53. Prof.: ¿Entonces si cabe dos veces qué significa eso?,¿ahí cuánto hay? Pongale las medidas a los catetos para poder comprender con más claridad. A ver, si tu dices eso 40 y 40 es ese triángulo, la altura ¿cuánto es? ¿Perdón, es la altura no? ¿Si esa es la altura la base cuánto mide? (El alumno realiza un dibujo en la pizarra, tratando de hacer calzar triángulos con las medidas 40 y 60, no dándose cuenta que la altura no puede ser 60cm.
54. Alum.13: Está al revés.
55. Prof.: ¿Qué piensan ustedes de lo que acaba de hacer el compañero?
56. Alum.14: No entiendo lo que está haciendo.
57. Prof.: ¿Qué parte no entiende, señor Juan? ¿No entiendes nada?
58. Alum.14: Igual entiendo, que 40 y 40 lo dividió…

59. Prof.: Entiendes que el ejercicio acá es saber cuántas de estas baldosas caben acá. El compañero para poder resolver el ejercicio qué fue lo que hizo.
60. Alum.14: En la medida de 40 el 80 va a caber dos veces (todos los alumnos ríen)
61. Prof.: Alguna otra propuesta
62. Alum.15: Es como un volantín.
63. Prof.: Pon las medidas de los catetos. Se entiende eso.
64. Alums.: Sí.
65. Prof.: ¿Hay otra solución posible? De que otra forma se puede resolver el ejercicio.
66. Alum.16: Primero se saca el área del triángulo, después se saca el área del rectángulo y luego se dividen.
67. Prof.: Esta es la idea de comparación de áreas, por tal motivo se calcula el área del triángulo y luego la del rectángulo, luego para saber cuántas veces algo está contenido en otra cosa, se utiliza la división

Finalmente, la sesión de clase de finaliza con esta última tarea presentada.

17.1.3 Ficha n°3 Profesor Linderos

La clase fue de forma imprevista cambiada por un ensayo SIMCE. El ensayo lo entregó la dirección de la escuela. El ensayo SIMCE cuenta con 34 preguntas de selección múltiple. Las tareas poseen una única respuesta. Son ejercicios que corresponden a los contenidos de: geometría (ángulos, triángulos, perímetro y área de cuadriláteros), enteros, fracciones, algebra, estadística, porcentajes, potencias. Los estudiantes cuentan con 1hr aproximadamente para responder el ensayo. Eso lo logramos constatar una vez finalizada la sesión de clase, pues le profesor no entrega ninguna indicación específica. Paso unos 30 minutos los estudiantes comienzan a entregar las evaluaciones.

17.1.4 Ficha n°4 Profesor Ocaña

Esta sesión de clase el profesor la organiza de forma grupal. Él utiliza el manual Santillana Sendas de ejercitación. Según el tema trabajado de la semana se ejercita con el manual, que tiene un enfoque fuerte en la técnica de resolución de ejercicios. Durante las hora y media de clase los estudiantes trabajaron en parejas casi todo la sesión. El profesor responde preguntas de forma individual y corrige en la pizarra la siguiente tarea.

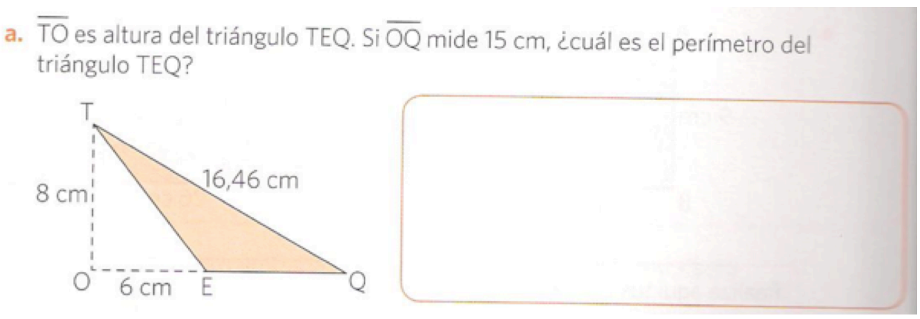


Figura 6.18 - Tarea del Taller SIMCE de Prof. Ocaña

5. Prof. Miren EQ = 9. Falta el cateto. (señala el segmento TE). A este lado hay un triángulo rectángulo ¿ podemos aplicar Pitágoras?
6. Alums. Sí
7. Prof.: $x^2 = 8^2 + 6^2$
   $x^2 = 64 + 36$
   $x^2 = 100$
8. Prof.: $x = 10$ ¿Cuánto es la raíz de 100? ¿Cuánto vale el perímetro? ¿Qué es el perímetro? La suma de los lados : 10 + 9 + 16,46 = 35,46 cm

Enseguida de finalizar la tarea pregunta si existen dudas. Unos estudiantes señalan que sí, que no entienden lo que hizo y el profesor vuelve a repetir los pasos de la resolución, apoyándose de los mismos argumentos antes señalados.

17.2 SESIONES DE CLASE ORDINARIAS

17.2.1 Ficha n°1 Profesor Linderos

La sesión corresponde a la segunda clase de la unidad de geometría. En la primera clase se realizó un recordatorio de lo trabajado en los años anteriores sobre medición de perímetro y área de polígonos, cálculo de volumen. También se hizo un recordatorio del teorema de Pitágoras y se les presentó en ejercicio donde los estudiantes debían encontrar el valor de un lado (cateto) en un triangulo rectángulo. El profesor utiliza como recurso una presentación PPT. A medida que va proyectando las diapositivas va complementando con aclaraciones, comentarios, explicaciones verbales, en algunos casos acude al pizarrón para realizar un dibujo que complemente la explicación verbal. El profesor Linderos comienza con la definición de "recta secante" (Diapositiva no 3), pero retoma las definiciones de circunferencia; centro y radio, y diámetro introducidas en la sesión anterior.

1. Prof.: La recta secante es la que intersecta a la circunferencia en dos puntos y forma adentro un segmento que se llama cuerda. No hay que confundir cuerda con secante. ¿cuántas cuerdas se pueden trazar en una circunferencias?
2. Alum1.: Indefinidas.
3. Prof.: Indefinidas ¿no se sabe? ¿o infinitas?
4. Prof.: Diámetro, es la cuerda mayor que podemos encontrar, es aquella que pasa por el centro de la circunferencia. Esta cuerda tiene una característica especial que desde el centro a la circunferencia es el radio. El diámetro equivale a la medida de dos radios, entonces d = 2r o como dijo el compañero es r = d/2. También tenemos otro tipo de recta, es la tangente (la señala con la mano). La recta tangente toca a la circunferencia en un solo punto. Lo importante a saber, es la distancia del punto del centro al punto de la tangencia ¿a qué se refiere? Al radio. Pero además, cuando nosotros trazamos una línea al punto de tangencia, esa línea que pasa por acá va a ser perpendicular al punto de tangencia.

5. Prof.: Un arco es un pedacito o un segmento de la circunferencia misma. Ejemplo arco PQ, son pedacitos de (recta)circunferencia. Cuando se acercan los punto se van perdiendo los puntos de la curvatura. Es importante tenerlo en cuenta para más adelante. Lo mismo pasa con la tierra como es tan grande no logramos ver la curvatura vemos el horizonte. Si nosotros trazamos una cuerda y trazamos también un radio perpendicular se forman dos sectores que son simétricos, se forma un segmento que se llama Flecha o Sagita.

El profesor sala de la clase, vuelve y retoma la idea de diámetro, recta tangente, del radio, (breve repaso de lo que vieron el año pasado), luego un arco. Luego retoma la definición de flecha o sagita (los estudiantes dibujan en el cuaderno).

6. Prof.: Después de los elementos básico de la circunferencia vamos a entrar de lleno en lo que nos corresponde ahora. (el profesor da tiempo a los alumnos para que dibujen, algunos alumnos comienzan a pasearse por la sala de clases).

Diapositiva no 4.

7. Prof.: Esta definición es mas coloquial no tan técnica como la que veíamos.

El profesor señala que esas mismas definiciones parecen en el texto escolar, para que no pierdan tiempo copiándola. El profesor lee cada definición, en algunos casos dibuja los elementos en la pizarra y los vuelve a explicar utilizando las mismas expresiones.

Diapositiva no 5.

8. Prof.: Con respecto al círculo hay un error, todo el mundo dice círculo y está hablando de la circunferencia o al revés. Hay diferencia de la circunferencia. El círculo también es un lugar geométrico, ¿se acuerdan que era un lugar geométrico?.
9. Alum.2: Un conjunto de puntos del plano.
10. Prof.: Entonces, el círculo también es un lugar geométrico que cumple con una serie de condiciones, también es un conjunto de puntos, pero aquí la diferencia con la circunferencia es que la distancia que hay entre un punto que está en el círculo y el centro es menor o igual al radio. A ver si se entiende un poco está idea (el profesor dibuja en la pizarra una circunferencia). También podríamos decir en términos sencillos que el círculo es la circunferencia y el sector interior (señala de forma gestual pasando la mano por el borde del círculo y en su parte interior, luego traza líneas en el interior). Por eso se habla del radio, si la distancia entre el punto y el centro es igual o menor al radio (Dibuja un segmento igual al radio, un punto inferior al radio y otro mayor al radio, señalando que ese punto no pertenece ni al circulo ni a la circunferencia). Entonces el círculo contempla la circunferencia el borde y su sector interior. (el profesor le da tiempo, 4 min., a los estudiantes para que dibujen en la pizarra).

El profesor retoma la sesión de clase con una nueva diapositiva (no 6). Realiza la lectura de la expresión escrita.

11. Prof.: El signo en el caso de la circunferencia es igual. Esos puntos que pertenecen al círculo.

Diapositiva no 7. El profesor propone una actividad a los estudiantes.

12. Prof.: Vamos a dejar lanzada esta actividad. Tienen cuatro circunferencias. La idea es que hagan una estimación, a ojo, de cuánto creen que miden la circunferencia. Usted tiene que tener claro que es una línea curva y debe pensar en estirarla.

El profesor finaliza la clase, proponiendo a los estudiantes continuar la próxima sesión con la actividad.

17.2.2 Ficha n°2 Profesor Ocaña

El profesor inicia la clase diciendo a los alumnos que verán circunferencia. Les cuerda que primero vimos triángulo, rectángulo y ahora verán circunferencia.

1. Prof.: Título, "Los elementos básicos de la circunferencia y como calcular área y perímetro".

El profesor dicta la definición de circunferencia de radio, cuerda, diámetro, arco, semi-circunferencia. Una vez que termina de dictar las definición dibuja en la pizarra la figura.

2. Prof.: La circunferencia: es el conjunto de puntos que equidistan (tienen la misma distancia) de un punto fijo, llamado centro de la circunferencia. La distancia que existe entre el centro de la circunferencia y cualquier punto de ella, se denomina radio. El radio nos va a servir después para calcular área y perímetro. Cuerda: La cuerda es un segmento determinado por dos puntos cualquiera de la circunferencia. La cuerda más larga de la circunferencia es el diámetro. Diámetro: El diámetro es la cuerda que contiene al centro de la circunferencia. Su longitud es igual a dos veces el radio y se denota con la letra d. Arco: es la parte de la circunferencia comprendida entre dos puntos de ella. Semi-circunferencia: es el arco cuya medida es la mitad de la circunferencia. Quedaron claros los elementos de la circunferencia ¿si los ponemos en una prueba vamos a saber cuales son?

Continúa el dictado de las definiciones en torno a "Elemento de la circunferencia" y "Posiciones de las rectas relativas a una circunferencia".

3. Prof.: Veremos tres tipos de rectas que pasan por la circunferencia: recta secante, es la recta que tiene dos puntos en común con la circunferencia; recta tangente, es la recta que tiene solo un punto en común a la circunferencia. El ángulo que forma una recta tangente con el radio de la circunferencia es siempre un ángulo recta; recta exterior, es la recta que no tiene puntos en común con la circunferencia.

Una vez que termina las explicaciones vuelve a copiar un título: "área y perímetro de la circunferencia"

4. Prof.: Cuando calculábamos el perímetro de una figura geométrica lo que hacíamos era sumar la medida de todos los lados. Cuando sacábamos el

perímetro del cuadrado era la suma de los cuatro lados; del triángulo la medida de los tres lados. Entonces, pongan hay, para calcular el perímetro de una circunferencia ocuparemos la siguiente fórmula, ponga ahí bajo $P = 2\pi r$ ¿Qué pasa cuándo no tengo nada aquí? ¿qué hay ahí?

5. Alum1.:Un uno,
6. Prof.: No, hay una multiplicación, entonces multiplico 2 por π por r. Esa fórmula es la que vamos a utilizar para calcular el perímetro. Esta chiquillos se la tienen que aprender de memoria. Ya copien el siguiente ejemplo (Figura 6.29):

"Determinar el perímetro de la circunferencia de radio 5cm (π = 3,14)

$$P = 2 \times 3{,}14 \times 5$$

$$P = 10 \times 3{,}14$$

$$P = 31{,}4$$

Figura 6.29 - Tarea de la clase de Prof. Ocaña

7. Prof.: Que tengo que hacer aquí, tengo que determinar el P, cuánto mide la circunferencia en todo su contorno. El radio del la circunferencia mide 5 cm, el perímetro va a ser 2 (π) que es una constante que vamos a utilizar (apunta el enunciado donde escribió 3,14) por el radio. Entonces, lo que vamos hacer es reemplazar los datos. ¿Ya cómo lo reemplazo?. Dígame Pablo. (A medida que el alumno responde el profesor va resolviendo el ejercicio)
8. Alum.1: 2 x 3,14 x 5.
9. Prof.: Cinco veces dos 10 por 3,14 ¿Qué se hace con la coma? La traslado
10. Alums.: La traslado.
11. Prof.: ¿Para dónde? Para allá (señala con la mano hacia derecha). ¿Cuánto queda? 31,4 cm. Acuérdense de esto, cuando multiplicamos por 10 estamos amplificando. ¿Qué hago con la coma? ¿Si hubiera multiplicado por 100 que pasa con la coma?
12. Alums.: Corro dos lugares.
13. Prof.: ¿Alguien no entendió?
14. Alum.2: Yo
15. Prof.: Ok, ponga atención. Perímetro de una circunferencia de radio 5cm, dijimos que el perímetro va hacer esto (el profesor muestra la fórmula) siempre va a ser esta.
16. Alum.2: ¿Siempre va a ser esa?
17. Prof.: Siempre. Esta es la fórmula, el 2 se mantiene, pi dijimos que valía 3,14
18. Alum.2: ¿Siempre va valer 3,14?
19. Prof.: Sí. Ya y después es esto (muestra la parte final de la resolución.)

Luego de ese ejercicio se finaliza la sesión de clase.

17.2.3 Ficha nº 3 Profesor Dunas

Esta sesión se clase de desarrolla en dos fases. Una consiste en un trabajo colectivo de tareas que el profesor dicta a los estudiantes, luego les da unos minutos a ellos para realizar la tarea seguido de la corrección. La segunda fase consiste en el desarrollo de una guía de ejercitación. La primera fase se desarrolla de la siguiente forma.

1. Prof. Chiquillo reviso la uno. Ya Romero dame ¿cuál es la proporción? En el problema que está acá ¿cuál es la cantidad total?
2. Alum.1: Uno
3. Prof. En el problema que estas acá, ¿cuál la cantidad total? La cantidad total dice aquí 15.500, es mi 100% armo la proporción. ¿Qué cantidad parcia es el 12%? Ya Romeo , ¿x va ha ser igual a qué? (15 500 x 12) /100. Espinoza dice cero mata a cero, cero mata a cero. Quedaría (155x12)/1 ¿eso cuánto es? ¿Quién lo tiene por ahí? Eso es 1860/1 y eso es igual , así de simple.
4. Prof.: Francisca deme la dos como queda la proporción
5. Alum.2: 300 = 100, que cantidad es el 28% (profesor transcribe en la pizarra),
6. Prof.: ya Francisca ¿cómo queda la proporción?
7. Alum2.: (300x28)/100(profesor transcribe en la pizarra),
8. Prof. Ya cero elimina a cero, queda (3x28)/1, eso es 84/1, es 84. ¿Cuál sería la respuesta? el 28% de 300 es 84.
9. Prof.: (señala la tarea anterior) aquí sería el 12% de 15 500 es 1860. Hay que dar una respuesta no podemos colocar 84.
10. Prof. Caro, la última.
11. Alum.3: 600 000 = 100, que cantidad es el 27%.
12. Prof.: Bien caro, ¿x va ser igual a qué?
13. Alum.3: (600 000x27)/100.
14. Prof.: Eliminamos cero. Quedaría (6000 x27)/1. Nico lo hiciste bien. Entonces sería 162 000/1, entonces sería 162 000. ¿La respuesta cuál es? El 162 000 sería el 27% de 600 000.
15. Prof. Ya chiquillos nos vamos a la tarea no 3**.** Ahora que va a pasar la x, va ha comenzar a cambiar de lado. No siempre la incógnita va ha quedar acá siempre sino que puede quedar a este lado. (señala utilizando un ejemplo en la pizarra). Ya sea para saber que porcentaje es, debemos comenzar a trabajar con la fórmula. Coloquemos allí problema numero 3. Estos son problema que los alumnos, como personas adultas se caen creen que siempre piensas que es el 100%

Enunciado: "Catalina compró un par de botas a 14 300, en la liquidación de una tienda. Si todo el calzado estaba rebajado en un 35%. ¿Cuál era el precio original de las botas? Original de las botas quiere decir sin el descuento".

Piénsala, analícelo.

16. Prof.: Quiero que hagamos el siguiente ejercicio primero. Cierre el cuaderno y mire a la pizarra. 'Catalina fue a comprar las botas y estaban con un 35% de descuento'. Aquí es donde los alumnos se equivocan y piensas que lo que pagó Catalina es el 35 % de las botas, eso está mal. Los alumnos dicen ella pagó 14 300 pesos y eso es el 35 % o piensan que eso es el 100%. Eso es un error. El profesor realiza el siguiente esquema en la pizarra.
17. Prof.: El total de las botas es el 100%, el precio completo esta ahí. A ese 100% le descontaron el 35%, le quitaron esa cantidad. Y eso que queda acá es lo que pagó Catalina, el 14 300 pesos, ¿y qué porcentaje es? El 65%, ella pagó solamente el 65% ¿Cómo voy a armar la proporción? ¿Tengo el total de las botas?

18. Alums.: No.
19. Prof.: Entonces, x = 100% ¿Cuál es la cantidad parcial que tengo? 14 300 = 65%. Ya tengo la proporción. Ojo, los errores que comenten los estudiantes, es pensar que 14 300 pesos es el precio total o es el 35%. El problema dice que le rebajaron el 35% al precio original de las botas. Con esta proporción puede calcular el precio de las botas. Preguntas que pueden aparecer: ¿Cuál es el precio original de las botas?, ¿cuál fue el descuento en plata que le hicieron? Sabemos que al precio total le descontaron el 35%, pero no sabemos el precio original. Resuélvalo.

20. Prof.: ¿Ya Franco dime, x va ha ser igual a qué?
21. Alums.: $x = \frac{14300 \times 100\%}{65\%}$
22. Prof.: ¿Qué me convendría simplificar? ¿Por cuánto? Por cinco.
23. Alums.: Simplificamos por 5.
24. Prof.: x = 286 000 / 13 y esto nos daría. x = 22 000 ,
25. Prof.:¿Cuánto costaron las botas? 22 000 pesos ¿Cuánto pago ella? 14 300 pesos
26. Prof.: Otra pregunta de prueba: ¿De cuánto es el porcentaje de descuento?
27. Alums.: Ahí se resta,
28. Prof.: Sí se resta
29. Alums.: 22 000 - 14 300 = 7 700
30. Prof.: ¿Cuánto es eso? 7700
31. Prof.: Anoten, vamos hacer tres de nuevo, anote: Resulta las siguientes operaciones. Chiquillos una forma de entender el problema es hacer el diagrama.

32. Prof.: Anote, si el 18% de un numero es 648 ¿Cuán es el numero? Entendamos el diagrama un poquito. Porque todos son iguales, para que lo entienda. Tengo el número, el número va ha ver el 100%, pero me dicen que esta cantidad acá que equivale al 18% del número, es igual ¿a cuánto? a 648. Me están preguntando ¿cuál es número, el número que está escondido? El número sería el 100%, x=100, 648 = 18%, ¿qué queda? Recuerde porcentaje igual a porcentaje, número con número x= (648 x 100)/18. Todos loa porcentajes son proporciones directas. ¿Simplificamos por 4, o por 6 o 3?. Dos cosas, un número es divisibles por dos, si en la unidad en la primera casilla es un cero o es divisible por 2. O un número es divisible por 3 si la suma de sus dígitos es divisible por 3, o es múltiplo de 3. Entonces, el de arriba es divisibles por 2 y por 3 y el de abajo es divisibles por 2 y 3. Si un número es divisible por 2 y 3, es divisible por 6. Entonces lo vamos a simplificar por 6. El 6 en el 18 ¿cuántos veces cabe? 3 veces. Ahora el 6 en 648, si nos cuesta ver cuantas veces cabe, tomamos el número y dividimos. 648 : 6 = 108. Separamos la primera cifra el 6 en el 6, 1 vez, el 6 en el 4 cero veces, el 6 en el 48, 8 veces. Fíjese, ¿qué paso acá, con el 108/3?
33. Alum.: Puede seguir,
34. Prof.: Puede seguir implicándose por 3 de nuevo. Chiquillos 10 800/3. Ayúdame Felipe 3 x 3 es 9 para llegar a 10, es uno, bajo el 8. El 3 en 18, 6 y estos 2 ceros los copia allá. El escondido era 3 600. Vamos a dejar de tarea el problema cuatro, porque vamos a pasar a una guía.
35. Prof. Anote. El 24% de un número es 390 ¿cuál es el número? Otra, si el 42% de un número es 793,8 ¿cuál es el número?. Y última de tarea (número 4).

¿Qué porcentaje es un número de otro? La señora María vio un vestido en la tienda a 7 000 pesos. Cuál fue a comprarlo estaba a 8 400 ¿En qué porcentaje subió el precio con respecto al precio inicial? Hay dos formas de hacerse ¿Alguien quiere hacerlo? Piénselo. El precio inicial para ella sería el 100, para ella va a ser los 7 000. La pregunta es ¿qué porcentaje subió el precio?

Se entrega una guía de ejercitación que los estudiantes trabajan de forma individual. Durante ese momento el profesor resuelve preguntas de forma individual.

17.2.4 Ficha n°4 Profesora Flores

La sesión de clase que pudimos observar fue sobre la proporcionalidad. La profesora utiliza una presentación PPT para presentar las tareas, las cuales corresponden a tareas en contexto. En un primera fase los estudiantes utilizan sus cuadernos y en una segunda fase una guía de trabajo entregada por la profesora. A continuación presentamos la primera fase de la sesión de clase.

1. Prof.: ya ahí tenemos la misma cantidad que teníamos anteriormente, pero que es lo que hicimos? Aumentamos una columna ciertos
2. Alum.1: Así como lo teníamos anteriormente.
3. Prof.: ¿Qué tenemos? dos opciones. Por ejemplo tomamos esos datos y ¿cómo los ordenaríamos por ejemplo?
4. Alum.1: La cantidad de 1500 pesos
5. Prof.: ¿Y qué paso después? ¿Te podríamos preguntar algo con eso?
6. Alum.1: Cuánto vale el 20
7. Prof.: ¿ y qué paso acá? Entonces si sabes cuánto vale una cierta cantidad vas a tener tu valor ¿Por qué 150?
8. Alumnos…
9. Prof.: Ciertos de nosotros nos dimos cuenta de que cual era el valor unitario. ¿Quien dice por ahí? ¿Qué multiplico?
10. Alums.: Los 150 por la cantidad de lápiz
11. Prof.: ¿Dudas con eso?
12. Alums.: No
13. Prof.: Ya hagamos esto. Anotemos ¿Alguien se atreve a salir adelante?
14. Alum.2: Yo
15. Prof.: Lo importante es ordenar bien los datos…cierto! 3 /8 = x/ 18000

La profesora trabaja con el estudiantes de forma individual, mientras el resuelve en la pizarra.

16. Prof.: ¿Ya lo hicieron chicos?
17. Alums:. Sí

18. Prof.: Ya ¿cuántos les dio?
19. Alums.: 4800.

Sale otra alumna a la pizarra realizar otro ejercicio

20. Prof.: ¿Cómo están los cálculos?
21. Alums.: Bien.

22. Prof. Entonces, está bien. ¿Alguna duda con las proporciones directas? ¿Alguna pregunta? ¿Alguien que no entienda? ¿Quien me podría decir de que nos tenemos que preocupar para desarrollar un ejercicio como esto?
23. Alums.: como ordenar los datos
24. Prof.: ¿Cómo? ¿a ver Tamara?
25. Alum.3: Hay que saber ponerlos en esa tabla…
26. Alum.3: regla de tres
27. Prof.: Claro, por ejemplo acá ¿de qué se debe preocupar? (marca las cifras del enunciado)
28. Alum.5: El 4 con el 120 deben estar en la misma línea.
29. Prof.: Sí cierto, el 120 con x ocupan la misma columna. La x es la incógnita porque no sabemos cuántos metros.
30. Prof.: ¿Puedo cambiar?
31. Alum.5: Sí
32. Prof.: Vamos a leer y ver que hacer (lee) ¿cuántos cabrán…..?
33. Alum.6: Cabrán casi el doble, o menos, de la mitad
34. Prof.: ¿Por qué?
35. Alum.6: Porque 48 es casi la mitad de 80
36. Prof.: ¿Que aumenta?
37. Alums.: Los operarios
38. Prof.: ¿Qué va a pasar ahí?
39. Alums:. Disminuye el tiempo.
40. Prof.: ¿Qué clase de proporción es esa? ¿Va disminuir la cantidad de tiempo? A ver veamos… ¿quien va a salir a la pizarra? Léanlo nuevamente. (sale un alumno a la pizarra)
41. Alum.7: ¿Está bien? (alumno habla con la profesora y luego continúa solo)
42. Prof.: Vamos haciendo el otro.
43. Alums.: hay un error.
44. Prof.: Matías puedes leer. (alumno lee)
45. Prof.: Veamos que pasa en un día, en un solo día se cavan 80 metros ¿Cuánto trabajadores hay?
46. Alum.8: 6.
47. Prof.: Entonces aquí hay 6 personas. Entonces dice la pregunta ¿cuántos metros cavaran en un día? Aquí también es un día ¿sabemos cuántos metros?
48. Alums.: No.
49. Prof.: ¿Y cuántos trabajadores son?
50. Alums.: 42.
51. Prof.: ¿Qué paso con los trabajadores?
52. Alums.: Aumenta.
53. Prof.: Sí entonces, ya sabemos que es un puro día, pero ahora aumento la cantidad de operarios, cierto. Claro como dice la compañera si los 6 cavaron 80, ahora esto ya va hacer más profundo ¿Qué es lo que me están pidiendo?
54. Alum.9: El día, no todo pasa en el mismo día.
55. Prof.: Imaginen acá están los 6 operario y cavan esto. Al otro lado están los 42 operarios. Entonces, allá su compañero lo ordeno, 6 igual ochenta metros. Si yo les preguntará independientemente de este ejercicio. ¿Usted por qué tenía la duda?
56. Alum.9: Yo pensé que era otra cantidad de día.
57. Prof.: ¿Otras dudas? ¿está claro?

La profesora presenta una diapositiva con la definición de proporción indirecta.

58. Alum.10: Eso ya lo escribí.
59. Prof.: No, no ahora estamos en la inversa. La primera era la otra proporción. Ahora es inversamente proporcional.

Los estudiantes copian en la pizarra, toman 2-3 min. La profesora lee la definición y realiza preguntas.

60. Prof.: Que las varias x e y sean inversamente proporcionales ¿qué quiere decir? Nosotros hicimos ejercicios anteriormente y veamos que habían situaciones directamente proporcionales e inversamente proporcionales. Alguien me podría decir o ejemplificar en las situaciones que vimos una situación. La situación de los operarios ¿cuántos operarios eran al comienzo?
61. Alums.: 6.
62. Prof.: y cavan 80 metros y después ¿cuántos trabajadores eran?
63. Alums.: 42.
64. Prof. : ¿y que paso, cuantos metros cavan? 560 no es cierto. ¿Y pasa con estas variable? ¿El “n” de trabajadores disminuyó o aumentos?
65. Alums.: Aumento.
66. Prof.: Cierto, aumento y ¿qué pasa con los metros? ¿Aumentaron o disminuyeron?
67. Alums.: Aumentaron.
68. Prof.: Entonces ambas aumentaron ¿Alguien decía que era una proporción inversa? ¿Era inversa?
69. Alum.11: No, porque las 2 aumentaron.
70. Prof.: Ahora que pasa con esta…tenemos dos variables x e y. ¿Qué pasa con esta y?
71. Alum.11: Una sube y a otra baja.
72. Prof.: Sí, una sube y la otra baja. ¿Qué pasaría si yo quiero pintar? Si tengo 6 trabajadores
73. Alum.11: Una sube y la otra baja.
74. Prof.: ¿Cuántos días crees que se puede demorar? por ejemplo, para pintar este colegio.
75. Alums.: Un mes.
76. Prof.: O sea 30 días, que pasa si yo triplico la cantidad y pongo 18 trabajadores.
77. Alum.12: Sería el triple.
78. Alum.13.: No, no seria 7 días. 6x2, hay tengo 12 , 6 más….
79. Alum.13: Serían 7 días
80. Prof.: (diseño lo copia en la pizarra). Entonces que paso acá ¿qué aumentamos?
81. Alums.: la cantidad de trabajadores.
82. Prof.: aumento la cantidad de trabajadores y ¿qué es lo que disminuye?
83. Alums.: Los días.
84. Prof.: Cierto, aumentaron los trabadores pero disminuyeron los días.

Se presenta una nueva diapositiva para mostrar un ejemplo. Lee la tarea.

85. Prof.: Sin saber el resultado ¿qué aumenta y qué disminuye?
86. Alum.14: Aumentan las máquinas y disminuye el tiempo
87. Prof.: Cierto. Ahora entienden que es una proporción inversa.

Los estudiantes realizan una tarea

88. Prof.: ya, entonces una va a aumentar y la otra va a disminuir o viceversa. Por ejemplo alguien les podría hacer la pregunta de manera distinta, por ejemplo x cantidad de máquinas trabajan tanto tiempo, luego menos máquinas ¿cuánto tiempo? ¿qué va a pasar con el tiempo?
89. Alums.: Va a aumentar.

La profesor cambia de dispositiva

90. Prof.: Ya Julián, (alumno lee la situación) ¿Quién entiende esta situación?
91. Alum.15: Yo…yo…que si no hay invitados la torta sería solo para él. Si hay un invitado lo repartirían la torta en la mitad, si son tres en tres partes.
92. Prof.: Ya, si todos fueran a la fiesta ¿Cuánto invitados te gustarían que hubieran?
93. Alum.16: Yo no invito a nadie.
94. Prof.: A ver esta situación ¿qué relación tienen con la propiedad inversa?
95. Alum.16: Que mientras más personas vayan en más partes se va compartir la torta.
96. Prof.: Ya, entonces, a mayor cantidad de invitados, ¿qué pasa con el trozo?
97. Alums.: Se achica.
98. Prof.: Si aumenta la cantidad de invitados el trozo se achica. Altamirano ¿qué pasa en la fiesta?
99. Alum.17: Si hay dos personas se comen la mitad, si tres personas un tercio cada una.
100. Prof.: ¿Y qué relación tiene esta situación con la proporcionalidad inversa?
101. Alum.18: De que las personas aumentan y la porción de la torta disminuye.
102. Prof.: Entonces tenemos un dato que aumenta y otro variables que disminuye. Alguien me podría decir solamente observando ¿cuál es la diferencia, del gráfico que vimos en la situaciones directamente proporcionales y esta?
103. Alum.19: Es en esta una aumenta y otra va disminuyendo.
104. Prof.: ¿Cuál es la diferencia entre este gráfico y el que vimos inicialmente?
105. Alum.19: Pasa al revés, el otro era recto y este es más curvo.
106. Prof.: Acá esta el uno, cierto y el otro dónde tendría que ponerse si fuera directamente proporcional ¿dónde pondrías tu el puntito?
107. Alums.: En el 10.
108. Prof.: Y el otro.
109. Alums.: En el 20.
110. Prof.: Y el otro.
111. Alums.: En el 30.
112. Prof.: Y el otro.
113. Alums.: En el 40.
114. Prof.: Y así, continúa, cierto. ¿Entonces sí yo tirará una línea aquí que pasará?
115. Alums.: Quedará recta.
116. Prof.: Entonces se puede ver en este gráfico las situaciones directamente proporcionales e inversamente proporcionales.
117. Alums.: Sí.

118. Prof.: Sí. Entonces alguien tiene preguntas….no. Entonces ahora vamos a ver lo mismo que lo anterior cierto. ¿Qué necesita la segunda columna?

Los alumnos copian de la pizarra la tabla y se presenta una diapositiva con otras tareas. (2-3 min)

119. Prof. Vamos anotando chiquillos ¿ qué podemos decir?
120. Alum20. Que la cantidad de…van a aumentar y los días van a disminuir.
121. Prof. Antes de resolver la situación nosotros tenemos que visualizar, que variable van aumentar y que variables van a disminuir. Porque si estamos viendo…luego van aparecer situaciones directamente proporcional e inversamente proporcional juntas, entonces tenemos que usar la lógica, si vienen mas personas a trabajar que va ha pasar con el tiempo, entonces tenemos que ser un poquito visionarios y leer con atención el enunciado para saber cual va ha ser la posible respuesta. ¿Alguien quiere salir a la pizarra? (Sale una alumna a la pizarra)
122. Prof.: A ver ¿qué era lo importante que yo debo proponer en una proporción? Lo primer en ver si es inversa o directa. ¿Es inversa o directa?
123. Alum21. (irreproducible la explicación a causa de la grabación)
124. Prof. En este tipo de problemas es donde se equivocan, así que realícenlo. (Luego se pone a discutir solo ella con la estudiante) ¿Está bien lo que hizo la compañera?
125. Alums.: No.
126. Alum.22: Debería dar menos.
127. Prof. ¿Por qué debería dar menos?
128. Alum.22: Porque son más personas, por eso son menos días.
129. Prof.: Dígame ¿qué paso? A ver vamos a ver algo acá nosotros dijimos que lo que debería importar en que orden poníamos los datos. Vamos a ver que fue lo que ocurrió que no le dio el dato indicado. (sale la alumna a corregir el trabajo) ¿Qué hizo ahí?
130. Alum.22: Multiplique 15,5x8 = 124/11 me dio 11,2.
131. Prof.: Ya (sale otra alumna a la pizarra y realiza la misma tarea. Ya, ella ordeno 8 = 15,5 y 11 = x. Muriel ordenó de esta manera los datos y una vez que ella multiplico (15,5 x 8)/11 le dio 11,2. Y alguien por ahí dijo que no podía ser. No se podía demorar más días si habían más trabajadores.
132. Alum.23: Me equivoque en la multiplicación. En ordenar los datos.
133. Prof.: Veamos, su compañera ordeno de esa manera y la otra lo ordeno hacia el lado ¿Qué paso con eso?
134. Alums.: Se invierten.
135. Prof.: Eso se invierten. Pero ¿qué pasa cuando yo tengo una proporción inversamente proporcional? ¿cómo vamos ordenar los datos? ¿qué pasa con el segundo termino o la segunda razón?
136. Alums.: Se invierte.
137. Prof.: Se invierte. Si yo multiplico cruzado ¿cómo se llama eso? Producto cruzado. Si usted invierte la segunda razón va a poder hacer producto cruzado. ¿Alguien tiene alguna duda? Ojo chiquillo, yo tengo que anticiparme a conocer la proporción y cuando es inversa tengo que invertir la segunda razón. Veamos otra (la profesor lee la tarea) ¿qué pasa?

138. Alums.: Disminuyen las vacas.
139. Prof.: ¿Qué va aumentar?
140. Alums.: El alimento.
141. Prof.: Muriel ¿cómo lo haría?
142. Alum.23: pondría las 30 vacas y abajo las 12 vacas en la otra columna el 16 y la x abajo. Y luego que haría. Tienes 30 vacas y tienes alimento para 16 días como vendiste 18 vacas te quedaron 12 y no saben cuánto días van a comer. ¿qué se hace para que nos de el resultado correcto? Tengo 30/12, x/16 y ahora está listo.
143. Alums.: da 40 días.
144. Prof.: ahora vamos a realizar la guía y lo que no alcancemos a revisar lo hacemos la próxima clase.

Finalizada esta primera fase, se pasa al trabajo con una guía de ejercicios (Anexo 16.7). Se realiza una corrección de forma oral de los primeros ejercicios.

17.2.5 Ficha n°5 Profesor Uribe

La sesión de clase fue destinada a explicitar la técnica de construcción para la traslación de un triángulo según un vector dado. El profesor realiza la traslación en la pizarra con la ayuda de un estudiante. En una primera fase el profesor explica cada paso de la construcción, luego los estudiantes tiene una fase de trabajo individual de ejercitación de la técnica. La construcción de la traslación se hace mediante el diálogo siguiente:

1. Prof.: El trabajo que realizaremos hoy tiene que ver con un trabajo de traslación. Lo que vamos a hacer ahora tiene que ver con establecer pasos y un protocolo de construcción. En seguida, en tu material de trabajo vas a registrar los pasos de la construcción y luego vas a hacer las 4 traslaciones.
2. Prof.: Ahora, usemos como ejemplo esta traslación que tenemos acá (Figura 6.30): un triángulo y un vector de traslación, entregando el sentido, la dirección y la distancia. Lo marcado en rojo es el vector de traslación Para poder hacer la traslación, el primer paso ¿Cuál fue?
3. Alum.1: Prolongar el vector.
4. Prof.: El segundo paso es trazar los vértices del polígono y el vector. Entonces la distancia entre este segmento esta en la perpendicular, ¿Eso está en qué regla?
5. Alums.: En la escuadra.
6. Prof.: Sí, porque tiene un ángulo recto. Trazo la perpendicular entre el vértice B y el vector. ¿Qué tengo qué hacer ahora? ¿Que tengo que hacer para saber la distancia entre C y el vector? Córdova, ¿Qué hay que hacer?
7. Alum.1: Desde el vértice hasta el vector, lo mismo que hizo usted. Apoya la escuadra bien en el vector y alineado con el vértice C.

El profesor trabaja con el alumnos en la pizarra para trazar las rectas perpendiculares y las paralelas.

8. Prof.: ¿Cuál sería el siguiente paso? ¿Cuál fue el segundo paso? ¿Trazar qué cosa? ¿Ese símbolo que significa?
9. Alums.: Una perpendicular.

10. Prof.: Trazamos la perpendicular entre el vector y el vértice del polígono. Bien, están trazadas las tres distancias, ¿Ahora qué hacemos? ¿Qué teníamos que trazar y que pase por A, por B y por C? ¿Qué hay que trazar ahora?
11. Alum.2: Se traza una paralela.
12. Prof.: ¿Paralela a qué cosa?
13. Alum.2: Paralela al vector
14. Prof.: Paralela al vector y ¿A qué cosa? Al vértice.
15. Prof.: Entonces, a ver ponga atención por favor.
16. Prof.: He trazado la primera paralela al vector. ¿Ahora qué debo hacer? Vamos a trazar ahora la….

El profesor borra la pizarra y vuelve a dibujar la figura original, repite cada uno de los pasos de forma oral y traza las perpendiculares entre el vector el vértice del polígono.

17. Prof.: Hemos establecido la distancia entre el vértice y el vector ¿Cuál era el tercer paso?
18. Alums.: Trazar las paralelas al vector que pasen por A,B y C.
19. Prof.: Ok, para ellos usamos la escuadra y la regla. A la primera paralela le vamos a llamar l_2, el vector es l_1.y luego l_3.

Luego de 28 minutos de trabajo con la construcción presentada, el profesor da el resto de tiempo (45 minutos) a los estudiantes para que realicen tres otras construcciones. Durante ese tiempo él corrige de forma individual el trabajo de los alumnos.

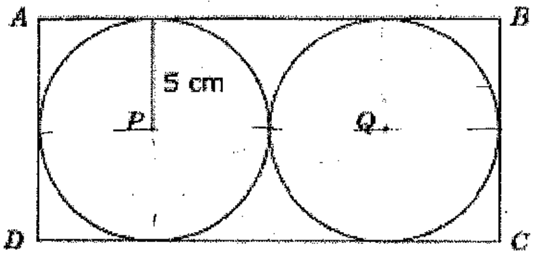
18 ANEXO J – EXTRACTOS DE GUIAS DE TRABAJO DE SESIONES DE CLASE

18.1 TALLER SIMCE – PROF. JIMÉNEZ

Departamento de Matemática
Octavos Básicos 2011

NOMBRE:______________________________CURSO:_____FECHA:______PUNTOS:______

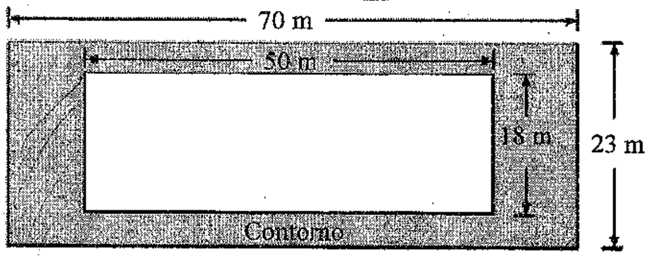
1) En la figura, ABCD es un rectángulo, y los círculos P y Q tienen, cada uno, un radio de 5 centímetros. ¿Cuál es el área del rectángulo?



A) 50 cm^2 B) 60 cm^2

C) 100 cm^2 D) 200 cm^2

2) Una piscina de forma rectangular tiene un contorno pavimentado como el que se muestra.
¿Cuál es el área de ese contorno?



A) 100 m^2 B) 141 m^2

C) 710 m^2 D) 1 610 m^2

3) Con un alambre delgado de 20 centímetros de largo se forma un rectángulo. Si el ancho del rectángulo es de 4 centímetros, ¿cuál es el largo?

A) 5 centímetros

B) 6 centímetros

C) 12 centímetros

D) 16 centímetros

4) El largo de una caja tiene, aproximadamente, 9 centímetros al centímetro más cercano. ¿Cuál de estas medidas puede ser el largo real de la caja?

A) 10 cm

B) 9,9 cm

C) 9,6 cm

D) 8,6 cm

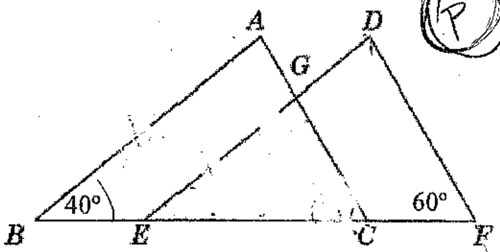
5) En la figura, *AB* // *ED* y *AC* // *DF*, ¿cuánto mide el ángulo *EGC*

A) 20°

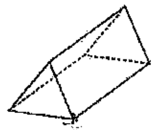
B) 40°

C) 60°

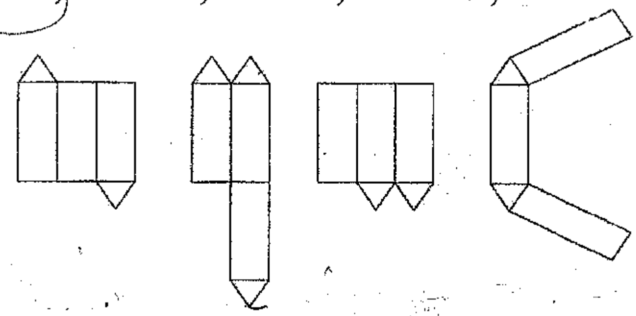
D) 80°



6) ¿Con cuál de las siguientes redes se puede formar el prisma de base triangular?

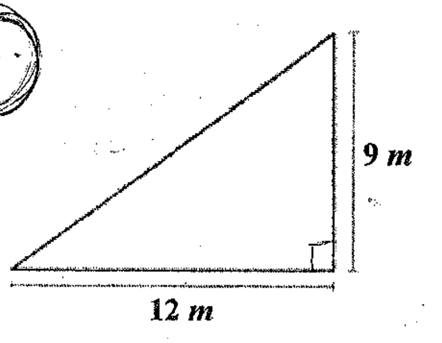


A)   B)   C)   D)



7) Un grupo de amigos organiza una carrera en una plaza. Ellos marcan el recorrido, formando un triángulo rectángulo, como se muestra en el dibujo.

¿Cuántos metros recorren en una vuelta completa?



A) 36 *m*

B) 42 *m*

C) 54 *m*

D) 56 *m*

8) Carla pagó X pesos por 3 cajas de jugo. ¿Cuál sería el precio de 1 caja de jugo?

A) $\frac{x}{3}$ B) $\frac{3}{x}$

C) $3 + x$ D) $3x$

9) Restar: $\frac{3x}{7} - \frac{x}{7} =$

A) $\frac{2}{7}$ B) $\frac{x}{7}$

C) $\frac{2x}{7}$ D) $\frac{1}{7}$

10) Samuel quería encontrar tres números pares consecutivos que sumaran 84. El escribió la ecuación $k + (k+2) + (k+4) = 84$.

¿Qué representa la letra k?

A) El menor de los tres números pares.

B) El número par del medio.

C) El mayor de los tres números pares.

D) El promedio de los tres números pares

11) Estas figuras están colocadas siguiendo un cierto orden.

○△○○△△○○○△△△

¿Cuál de los siguientes conjuntos de figuras tiene el mismo orden?

A) ★□★□★★□□★★□□

B) □★□□★□□□★□□□□

C) ★□★★□□★★★□□□

D) □□★★□★□□★★□★

12) Si m representa un número positivo, ¿cuál de las siguientes expresiones es equivalente a $m + m + m + m$?

A) $m + 4$

B) $4m$

C) m^4

D) $4(m + 1)$

13) Juan tiene **5** sombreros menos que María, y Clara tiene **3** veces más sombreros que Juan. Si María tiene n sombreros, ¿cuál de las siguientes expresiones representa el número de sombreros que tiene Clara?

A) $3n - 5$

B) $3n$

C) $n - 5$

D) $3(n - 5)$

14) ¿Cuál de las siguientes expresiones es equivalente a y^5?

A) $y + y + y + y + y$

B) $y^2 \cdot y^3$

C) $5y$

D) $y^2 + y^3$

15) Si $3(x + 5) = 30$, entonces x es igual a…

A) 2

B) 5

C) 10

D) 95

16) Un grupo de estudiantes tiene 20 lápices en total, y todos tienen al menos un lápiz. Seis estudiantes tienen 1 lápiz cada uno, 5 estudiantes tienen 3 y el resto tiene 2. ¿Cuántos estudiantes tienen solamente 2 lápices?

A) 4 B) 6 C) 8 D) 9

Departamento de Matemática
Octavos Básicos 2011

NOMBRE:____________________________**CURSO:**____**FECHA:**_____**PUNTOS:**_____

1) La cantidad botellas de 250 milímetros que se pueden llenar con 400 litros de agua son:

A) 16

B) 160

C) 1 600

D) 16 000

2) ¿Cuál de estas unidades de medidas serían las que se usarían para indicar el tamaño de un área como la de una cancha de fútbol?

A) metros cuadrados

B) metros cúbicos

C) centímetros cuadrados

D) centímetros cúbicos

3) Las naranjas son empacadas en cajas. El diámetro promedio de una naranja es de 6 cm, y las cajas tienen 60 cm de largo, 36 cm de ancho y 24 cm de alto. ¿Cuál de las siguientes es la **MEJOR** aproximación del número de naranjas que pueden caber en la caja?

A) 30

B) 240

C) 360

D) 1 920

4) ¿En cuáles de estos pares de números, **2,25** es mayor que el primer número y menor que el segundo?

A) 1 y 2

B) 2 y $\frac{5}{2}$

C) $\frac{5}{2}$ y $\frac{11}{4}$

D) $\frac{11}{4}$ y 3

5) ¿Cuál de estas puede ser la medida del área de un triángulo?

A) 2 cm

B) 3 m

C) 4 m^3

D) 5 cm^2

6) ¿Cuál de estos representa la **menor** cantidad de tiempo?

A) 20 horas

B) 24 horas

C) 1 800 minutos

D) 90 000 segundos

7) ¿Qué fracción de hora ha pasado entre la **1:10** a.m. y la **1:30** a.m.?

A) $\frac{1}{5}$

B) $\frac{2}{3}$

C) $\frac{1}{2}$

D) $\frac{1}{3}$

8) El número de botellas de 750 ml de capacidad que podemos llenar con 600 litros de agua es…

A) 8

B) 80

C) 800

D) 8 000

9) Cerca de 7 000 copias de una revista son vendidas todas las semanas. ¿Aproximadamente cuántas revistas serían vendidas durante un año?

A) 8 400

B) 35 000

C) 84 000

D) 350 000

10) ¿Cuál de estos números está más cercano al 10?

A) 0,10

B) 9,99

C) 10,01

D) 10,90

11) A Juan y Catalina le pidieron que dividiera un número en 100. Por equivocación Juan multiplicó el número por 100 y el resultado fue 450. Catalina dividió correctamente el número por 100. ¿Cuál sería el resultado?

A) 0,0045

B) 0,045

C) 0,45

D) 4,5

12) Tres hermanos, Daniel, Marco y Roberto reciben un regalo de su papá de $ 45 000. El dinero es compartido entre los hermanos, en relación al número de niños que cada uno tiene. Roberto tiene 2 hijos, Daniel tiene 3 hijos y Marco tiene 4 hijos. ¿Cuánto dinero recibió Marco?

A) 5 000

B) 10 000

C) 15 000

D) 20 000

13) Alicia corre una carrera en 49,86 segundos. Beatriz corrió la misma carrera en 52,30 segundos. ¿Cuánto más tiempo le tomó a Beatriz correr la carrera que a Alicia?

A) 2,44 segundos

B) 2,54 segundos

C) 3,56 segundos

D) 3,76 segundos

14) Un profesor y un médico tienen, cada uno, 45 libros. Si $\frac{4}{5}$ de los libros del profesor y $\frac{2}{3}$ de los libros del médico son novelas, ¿cuántas más novelas tiene el profesor que el médico?

A) 3

B) 6

C) 30

D) 36

15) $\boxed{9}$ $\boxed{1}$ $\boxed{4}$ $\boxed{5}$

Los cuatro dígitos que aparecen deben ordenarse de mayor a menor para formar un número de cuatro dígitos. Los mismos 4 dígitos deben ordenarse de menor a mayor para formar otro número de cuatro dígitos.
¿Cuál es la diferencia entre ambos números?

A) 3 726

B) 4 726

C) 8 082

D) 8 182

16) $\frac{3}{5}+\left(\frac{3}{10}\cdot\frac{4}{15}\right)=$

A) $\frac{3}{51}$

B) $\frac{1}{6}$

C) $\frac{6}{25}$

D) $\frac{17}{25}$

18.2 Taller SIMCE – Prof. Uribe

14

¿Qué significa que 5,4% de las intoxicaciones sea provocada por plaguicidas domésticos?

A. 54 de cada 100 intoxicaciones son provocadas por plaguicidas domésticos.

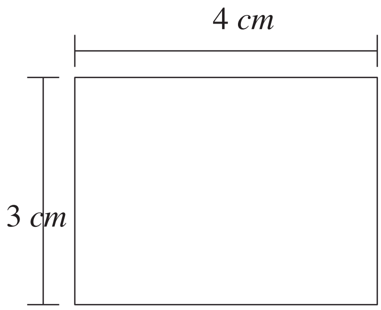
B. 54 de cada 1.000 intoxicaciones son provocadas por plaguicidas domésticos.

C. 5 de cada 100 y 4 de cada 10 intoxicaciones son provocadas por plaguicidas domésticos.

D. 4 de cada 100 y 5 de cada 1.000 intoxicaciones son provocadas por plaguicidas domésticos.

15

Un rectángulo mide 4 *cm* de largo y 3 *cm* de ancho, como se muestra en la figura.



Si se duplican las medidas del largo y del ancho de este rectángulo, se obtiene un nuevo rectángulo. ¿Cuál es la diferencia entre las áreas de ambos rectángulos?

A. $7\ cm^2$

B. $12\ cm^2$

C. $14\ cm^2$

D. $36\ cm^2$

20

Si n representa un número negativo, ¿cuál de las siguientes expresiones corresponde a un número negativo?

A. n^2

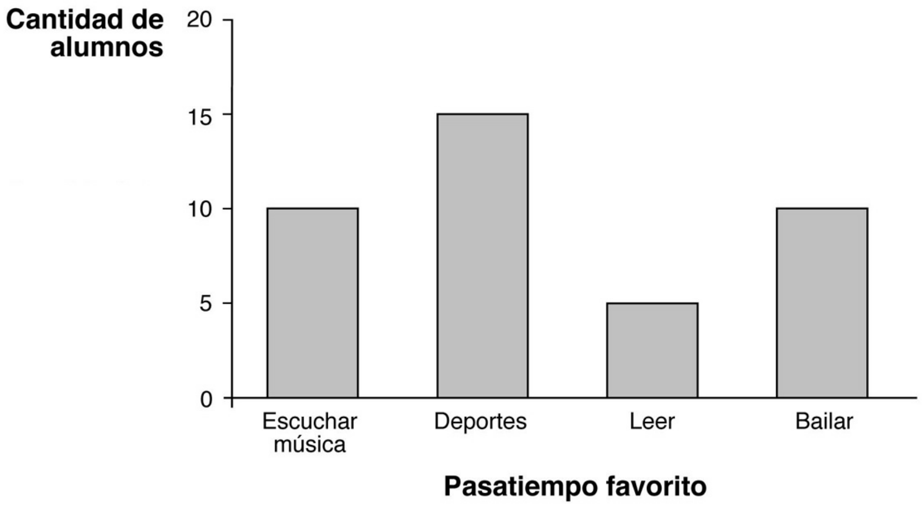
B. n^3

C. $-2n$

D. $-\frac{n}{3}$

21

En un curso se hizo una encuesta sobre el pasatiempo favorito de los alumnos, en la cual cada uno podía elegir solo una preferencia. Los resultados se muestran en el siguiente gráfico.



¿Qué porcentaje de los alumnos encuestados prefieren actividades relacionadas con la música (bailar y escuchar música)?

A. 10%

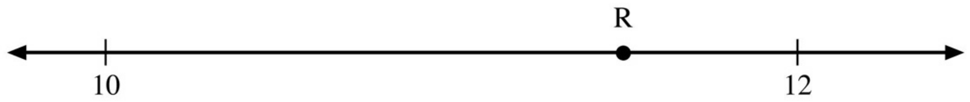
B. 20%

C. 25%

D. 50%

22

Observa la siguiente recta numérica.



¿Cuál de las siguientes alternativas es la mejor estimación del número representado por el punto R?

A. 10,5

B. 10,8

C. 11,0

D. 11,5

23

Una trabajadora va poniendo la uva que cosecha en un tonel. Primero llena $\frac{1}{4}$ del tonel y después llena $\frac{1}{8}$ del tonel. ¿Qué fracción del tonel le queda por llenar?

A. $\frac{5}{8}$

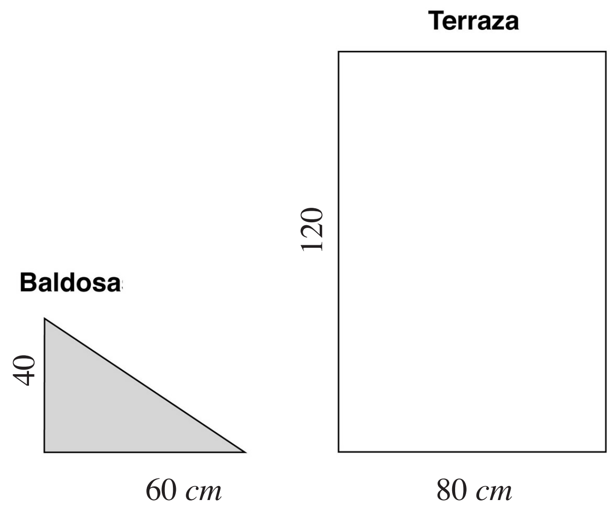
B. $\frac{2}{12}$

C. $\frac{1}{8}$

D. $\frac{1}{32}$

24

Una persona quiere hacer un mosaico en su terraza rectangular, usando baldosas con forma de triángulo rectángulo. Las medidas de cada baldosa y de la terraza se muestran en el dibujo que aparece a continuación.



¿Cuántas baldosas se necesitan para cubrir la superficie total de la terraza?

A. 4

B. 6

C. 8

D. 12

25

José vendió 68 números de una rifa, los que corresponden a 4 listas más 8 números. ¿Cuál es la cantidad de números que tenía cada lista?

A. 12

B. 15

C. 25

D. 32

18.3 TALLER SIMCE – PROF. LINDEROS

Evaluación N°5 Matemática
8° Año Básico

1. Si a es el doble de 2 y b es el triple de 3, entonces ¿cuántas veces (a + b) es 130?
   A) 5
   B) 10
   C) 13
   D) 25

2. a, b, c, d son cuatro números naturales, donde se cumple que b > c, c > d y a = b, entonces ¿cuál de las siguientes relaciones es verdadera?
   A) a < c
   B) c = d
   C) a > d
   D) d > b

3. Si se sabe que a es igual al triple de b, entonces ¿cuál de las siguientes expresiones es igual a cero?
   A) 3a – b
   B) a – 3b
   C) –a – 3b
   D) a + 3b

4. En una reunión se reparten notebook entre 16 personas correspondiendo 6 a cada uno y sobran 4, ¿cuántos notebook son?
   A) 36
   B) 82
   C) 96
   D) 100

5. ¿Qué valor toma la expresión $m^5 - m^4 - m^3$, si m = -1?
   A) 2
   B) 1
   C) -1
   D) -12

6. Si al triple de m se le resta el quíntuplo de m – 2 ¿Qué valor se obtiene cuando m=-3?
   A) -34
   B) -16
   C) 0
   D) 16

7. Calcular -1 + 3(-1) – (-1)(-5)
   A) -9
   B) -3
   C) 1
   D) 7

8. ¿Cuál de las siguientes expresiones es igual a la unidad?
   A) 9/14 – 5/14
   B) 15 /14 : 14/15
   C) 9/14 + 5/14
   D) 9/14 + 14/9

9. Un depósito contiene 1.200 litros de agua, la mitad se emplea para beber, de la otra mitad, la cuarta parte se usa para riego y con el resto se llena una pileta, ¿cuántos litros de agua se ocuparon para llenar la pileta?
   A) 550
   B) 450

10. Si en 20 minutos leo los 2/3 de una página de un libro, ¿cuánto me demoraré en 10 páginas?
A) 300 minutos
B) 250 minutos
C) 100 minutos
D) 50 minutos

11. Si x = 0,125 / 0,0625, ¿Cuál de las siguientes relaciones es verdadera?
A) $x = 1/2$
B) $x < 0,5$
C) $x = 2$
D) $x > 4$

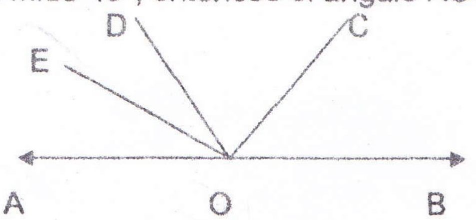
12. Diez veces la suma entre 0,4 y el producto entre 0,11 y 0,2 es igual a:
A) 0,422
B) 4,22
C) 42,2
D) 422

13. Calcular: $2^2 + (-2)^2 - 3(-3)$
A) 17
B) 9
C) 1
D) -9

14. Si $x = 2^2$ e $y = 2$, entonces $x^y + y^x$ es:
A) X^5
B) X^2
C) Y^5
D) Y^6

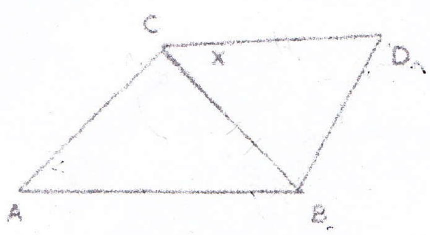
15. Si a = b + 30° y el suplemento de a mide 80°, entonces b mide:
A) 80°
B) 70°
C) 45°
D) 20°

16. A, O y B son puntos colineales, OE es bisectriz del ángulo AOD y OD es bisectriz del ángulo AOC. Si el ángulo AOE mide 40°, entonces el ángulo AOC mide:



A) 20°
B) 45°
C) 120°
D) 160°

17. En la figura el triángulo ABC es equilátero y CB = CD. Si el ángulo ABD es 130°, entonces ¿cuál es el valor del ángulo x?

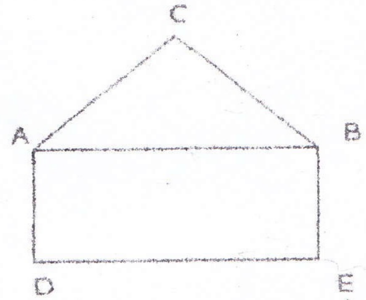


A) 20°
B) 40°
C) 60°
D) 140°

18. ¿Con cuántos vasos de 250 cc se llena un envase de 2,75 litros?
A) 7
B) 8

19. El Señor Pérez dispone de dos semanas y media para preparar una presentación, ¿A cuántos días equivale este tiempo?
A) 15 días
B) 17,5 días
C) 18 días
D) 25 días

20. En la figura el triángulo ABC es equilátero de perímetro 6p cm, ABDE es un rectángulo y EB es un cuarto del lado del triángulo. El perímetro de la figura CADEBC es:

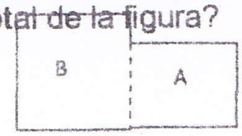


A) 10 p cm
B) 9 p cm
C) 7 p cm
D) 5 p cm

21. Si aumenta el valor del ancho de un rectángulo en 3 cm resulta un cuadrado cuya área es 81 cm^2, entonces, ¿Cuál es el área del rectángulo?
A) 27 cm^2
B) 36 cm^2
C) 54 cm^2
D) 98 cm^2

22. A Pablo le faltaron 20 metros para alcanzar a dar cuatro vueltas a una pista rectangular de 80 metros de largo por 60 metros de ancho. ¿Cuántos metros recorrió?
A) 260
B) 1120
C) 1100
D) 4480

23. Se tiene dos cuadrados, uno de área igual a 49 cm^2 (cuadrado A) y el otro de área igual a 100 cm^2, (cuadrado B) ¿cuál es el perímetro total de la figura?



A) 34 cm
B) 49 cm
C) 54 cm
D) 58 cm

24. Tres números enteros consecutivos suman cero, ¿Cuál es el mayor de ellos?
A) 3
B) 1
C) 0
D) -1

25. ¿Cuántas veces el doble de **a** es igual a $2a^2$ cuando a = 5?
A) 50
B) 10
C) 5
D) 2

26. Si a = 35, entonces (90 – a) + (180 – a)=
A) 305
B) 280
C) 200
D) 180

27. En una sala hay 36 alumnos, si 24 son mujeres, la razón entre hombres y mujeres es:
A) 1 /2
B) 36/12

28. Marta quiere comprar manzanas, ¿cuánto tendría que pagar por 27 manzanas, si la docena sale $240?
   A) $300
   B) $450
   C) $540
   D) $650

29. Carlos con $400 puede comprar **m** Kg. de arroz, ¿Cuántos Kg. de arroz podrá comprar con $1.000?
   A) 2,5 kg.
   B) 2,5 m kg.
   C) 25 m kg.
   D) 25 kg.

30. Si 6 m^2 de alfombra valen $24.000, ¿Cuánto tendrá que pagar una persona por 44 m^2 de la misma alfombra?
   A) $196.000
   B) $185.000
   C) $176.000
   D) $146.000

31. La señora María va al supermercado con $12.000 y gasta $9.000 ¿con qué tanto por ciento del dinero regresa a la casa?
   A) 20%
   B) 25%
   C) 30%
   D) 75%

32. Para completar una unidad me falta el 80% de 4/5, entonces ¿Cuánto es lo que tengo?
   A) 12/10
   B) 10/12
   C) 9/25
   D) 32/10

33. Una torta se divide en 4 partes iguales y cada parte se divide en 5 partes. ¿Qué porcentaje de la torta es uno de los trozos obtenidos?
   A) 2/10 %
   B) 1/5 %
   C) 5%
   D) 10%

34. Un pediatra en su consulta preguntó a las madres de 50 niños sobre la edad en meses en que sus hijos caminaron por primera vez, registrando los datos obtenidos en la siguiente tabla

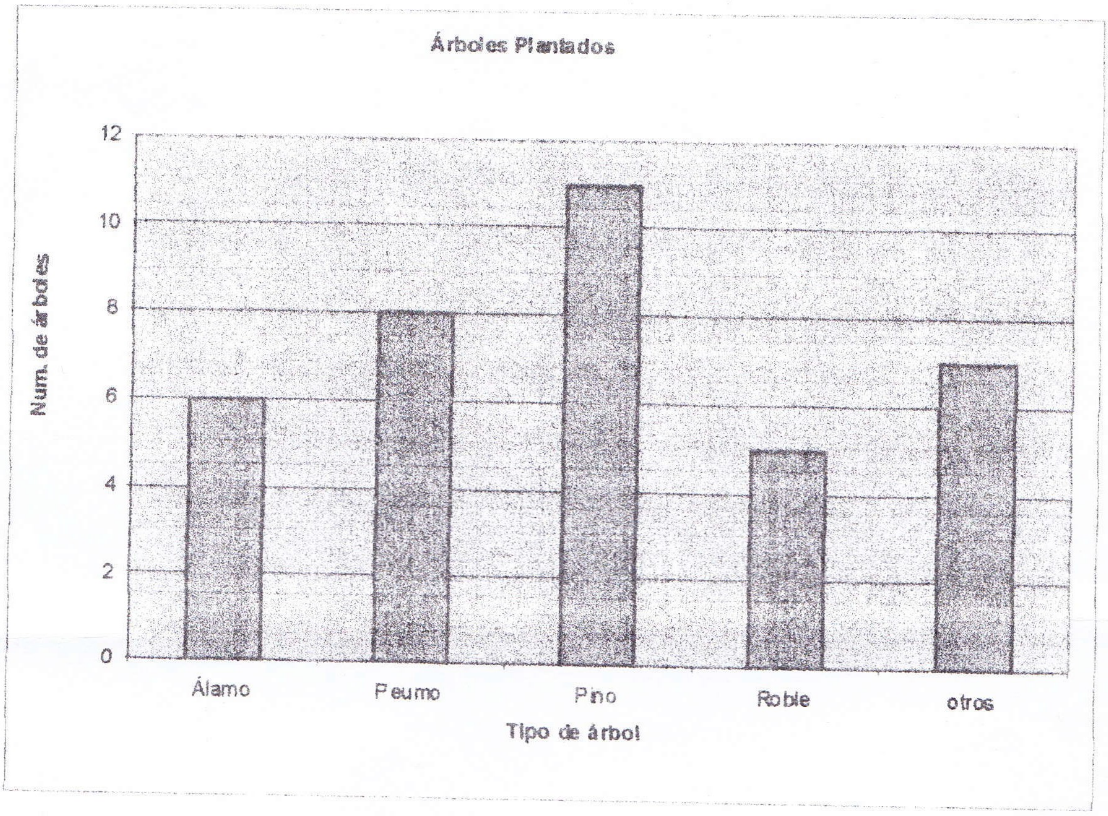
Calcula la moda según los datos de la tabla:

   A) 20
   B) 18
   C) 12
   D) 10

Meses	Niños
9	1
10	4
11	9
12	16
13	11
14	8
15	1

35. El siguiente gráfico muestra el número de árboles plantados en un parque el año 2004 ¿Cuáles de las siguientes afirmaciones relativas a los datos del gráfico **no** es verdadera?

a) Se plantaron un total de 37 árboles
b) La media del número de árboles plantado es 7,4.
c) Los peumos que se plantaron son 3 más que los robles plantados.
d) La mediana del número de árboles plantados es 11.



18.4 TALLER SIMCE – PROF. OCAÑA

FICHA 3

APLICAR: utilizar un procedimiento o una tarea con la que se está familiarizado para responder una pregunta específica.

HABILIDAD: APLICAR

Para **aplicar** un procedimiento es necesario que interpretes la situación que se te plantea, reconozcas el procedimiento y lo lleves a cabo.

Paso 1

Identifica e interpreta lo que entiendes de la situación.

Paso 2

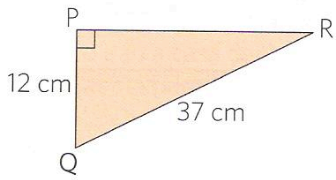
Reconoce y selecciona el procedimiento que puedes utilizar.

Paso 3

Utiliza los pasos necesarios para llevar a cabo el procedimiento.

3 **Calcula** el perímetro (P) y el área (A) de cada triángulo.

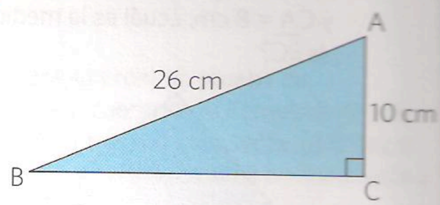
a.



P =

A =

b.

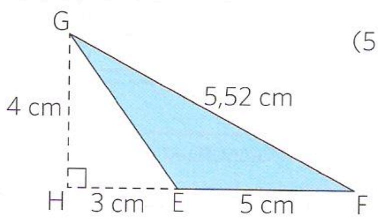


P =

A =

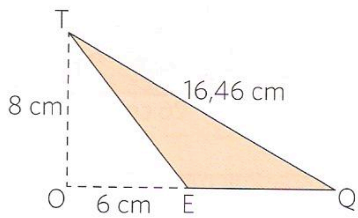
4 **Resuelve** los siguientes problemas. Para ello, observa el ejemplo.

Ejemplo: para calcular el perímetro del triángulo GEF, se tiene que $\overline{GH}$ es altura, entonces el triángulo GHE es rectángulo en **H**, donde los catetos $\overline{GH}$ y $\overline{HE}$ miden 4 cm y 3 cm, respectivamente. Luego, al aplicar el teorema de Pitágoras, se tiene que: GE = 5 cm. Por lo tanto, el perímetro del triángulo EFG es:

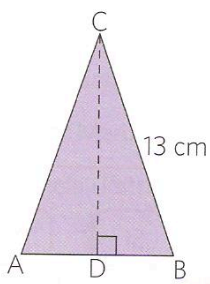


(5 + 5 + 5,52) cm = 15,52 cm

a. $\overline{TO}$ es altura del triángulo TEQ. Si $\overline{OQ}$ mide 15 cm, ¿cuál es el perímetro del triángulo TEQ?



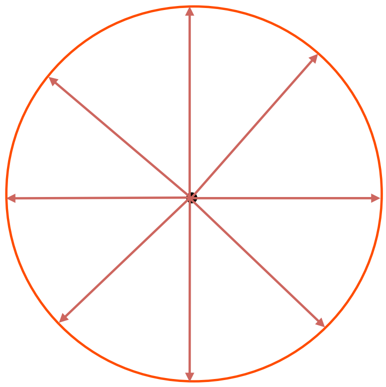
b. El triángulo ABC es isósceles de base AB = 10 cm, ¿cuál es la mitad del área del triángulo rectángulo ADC?



18.5 Clase Ordinaria – Prof. Linderos

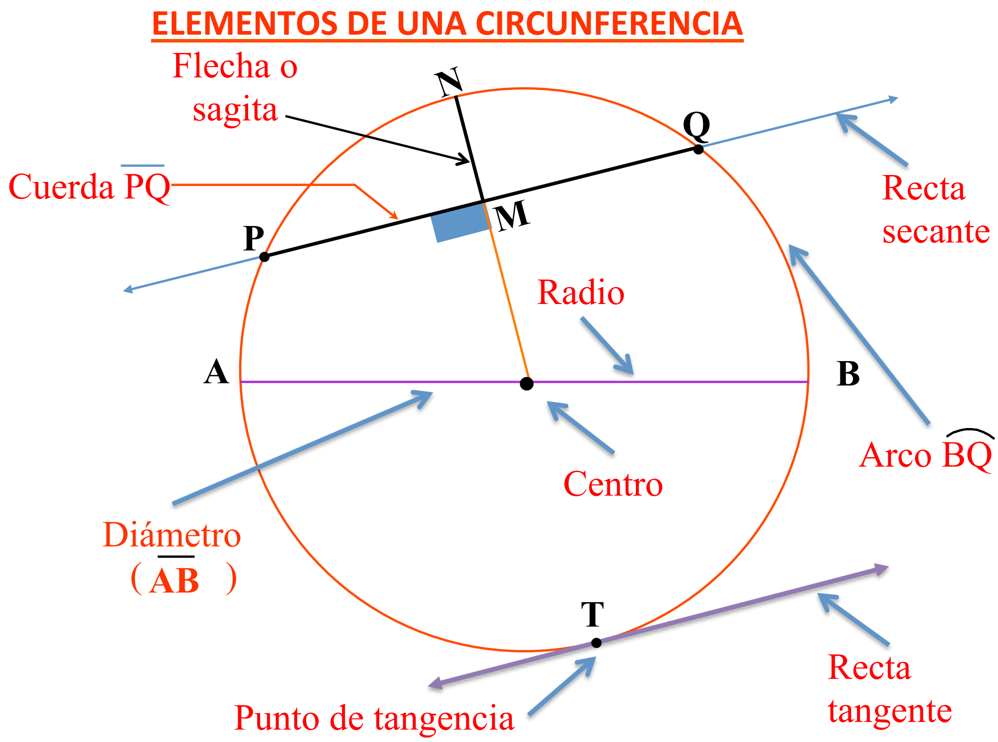
CIRCUNFERENCIA

Una **circunferencia** es el lugar geométrico de los puntos del plano que están a igual distancia de un punto fijo, llamado **centro**; dicha distancia se denomina **radio**.



Matemáticamente, el conjunto C de puntos p del plano P, que pertenecen a una circunferencia de centro O y radio r, se puede representar de la siguiente manera:

$$C = \{p \in P / d(p, O) = r\}$$



Una **circunferencia** está formada por todos los puntos del plano que están a igual distancia de un punto en particular llamado centro. En una circunferencia podemos distinguir los siguientes elementos:

Cuerda: segmento trazado entre dos puntos cualesquiera de la circunferencia.

Radio: segmento que une cualquier punto de la circunferencia con el centro.

Diámetro: cuerda que une dos puntos de la circunferencia pasando por el centro. En toda circunferencia se tiene que la medida del diámetro corresponde al doble que la medida del radio.

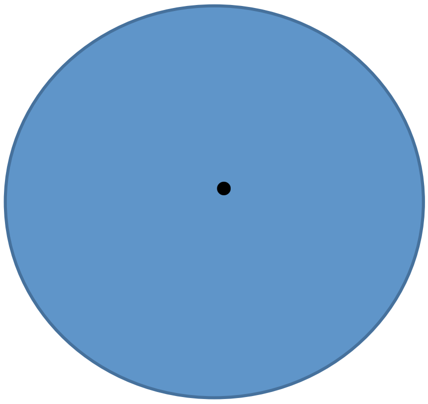
Arco: parte de circunferencia comprendida entre dos puntos de ella. Una recta, según su posición respecto a una circunferencia, puede ser:

Tangente a una circunferencia: recta que tiene solo un punto en común con la circunferencia.

Secante a una circunferencia: recta que corta a la circunferencia en dos puntos.

CÍRCULO

El **círculo** es el lugar geométrico de los puntos del plano cuya distancia a otro punto fijo, llamado centro, es menor o igual que la longitud del **radio**.



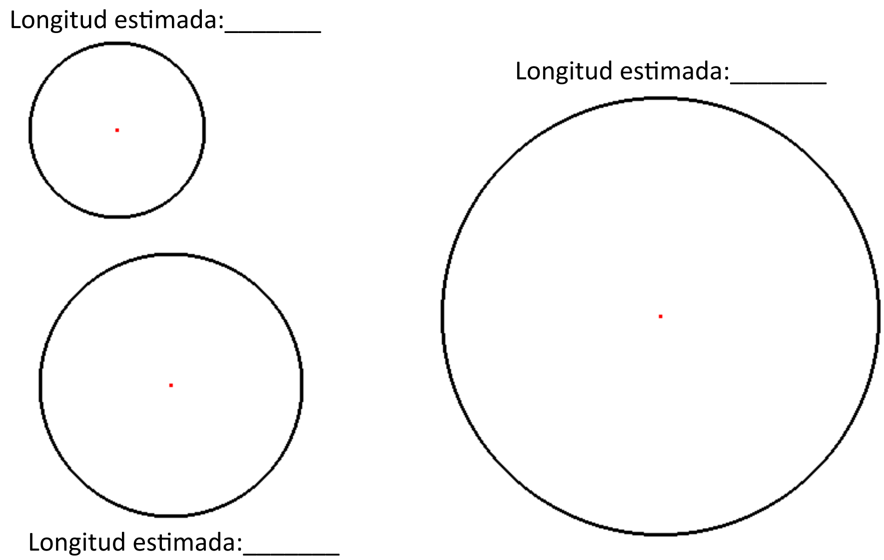
Matemáticamente, el conjunto *C* de puntos *p* del plano *P*, que pertenecen a un círculo de centro *O* y radio *r*, se puede representar de la siguiente manera:

$$C = \{p \in P \,/\, d(p, O) \leq r\}$$

La notación d(p, O) representa la distancia desde cualquier punto p del plano P al centro O.

ACTIVIDAD: Acercándonos a medir la circunferencia

Realiza una estimación de la longitud de cada una de las circunferencias entregadas y anótala s al costado de cada una de ellas.



Circunferencias	Longitud obtenida	Medida del diámetro	Longitud / diámetro
Circunferencia 1			
Circunferencia 2			
Circunferencia 3			
Circunferencia 4			

18.6 Clase Ordinaria – Prof. Dunas

EDUCACIÓN MATEMÁTICA

Guía de Porcentaje

8

Antes de abrir la prueba, lee atentamente las siguientes instrucciones.

INSTRUCCIONES

- Completa sus datos en el recuadro.

NOMBRE:	**CURSO: 8°** 7mo
RUN:	**FECHA:**

- En esta guía se aborda el contenido:

* 10% de una cantidad.	* Que % es un número de otro.
* Porcentaje de un número.	* Ecuaciones.
* Número dado un porcentaje.	

- En esta guía se abordan los aprendizajes esperados.

* Calcular porcentajes.
* Establecer porcentaje, utilizando proporción directa.
* Reconocer los diferentes cálculos de porcentaje, dependiendo del problema.
* Resolver problemas de descuento o de interés..

- Recuerda hacer todas las operaciones al interior de la guía.
- Solo debes usar lápiz grafito para desarrollar tus ejercicios y lápiz pasta azul o negro para validar tu respuesta.
- Puntaje de la guia (2 puntos cada uno).

- Cecilia (3)
Hans (3)
Jorge (3)

1 *María le prestó $125.000 a su hermano Ricardo. Después de un año, él le devolvió el dinero con un interés del 10%. ¿A cuánto dinero equivale el interés que pagó Ricardo?*

2 *Inés ganó $185.000 en el Loto. Si a cada uno de sus 4 hijos le regaló el 10% del premio y se queda con el resto, ¿con cuánto dinero se quedó ella?*

11 *José ganaba $300.000 el mes pasado. Si después de un reajust su sueldo quedó en $315.000, ¿qué porcentaje de su sueldo representa el reajuste?*

2 *Camila vio un vestido en la tienda a $12.000. Cuándo fue a compr estaba a $18.400. ¿En qué porcentaje subió el precio con respect al precio inicial?*

9 *Los noticiarios informaron que el precio de la bencina aumentó en un 3%. Si ahora el litro cuesta $735, ¿cuál era su antiguo valor?*

3 *Si quiero retirar el 10% de mis ahorros y tengo $125.000 ahorrados, ¿cuánto dinero puedo retirar?*

10 *En un curso de 45 alumnos, 20 tienen promedio general mayor que 6.0. ¿Qué porcentaje de los alumnos de ese curso tiene promedio mayor a 6.0?*

Sara trabaja en una fábrica y le aumentaron el sueldo en un 8%. Si antes Sara ganaba $14.000 diarios, ¿a cuánto dinero corresponde el aumento?, ¿cuánto gana ahora al día?

5 *Un litro de bencina cuesta $765. Si mañana su precio aumenta en un 3,4%, ¿a cuánto dinero corresponderá el aumento por litro?, ¿cuál será el nuevo precio del litro de bencina?*

6 *Para fomentar la producción nacional, los comerciantes de Patronato rebajaron toda la ropa chilena en un 30%. Si antes de esta campaña un chaleco costaba $6.200, ¿a cuánto dinero corresponde su rebaja?, ¿cuál es su nuevo precio?*

7 *Alberto le canceló a Carolina el 80% del dinero que ella le prestó el mes pasado. Si Carolina recibió $65.800, ¿cuál era el monto total de la deuda?*

Esta mañana se informó que el precio del gas licuado bajó en un 5%. Si con las nuevas tarifas el cilindro de gas de 45 kilos cuesta $41.400 ¿cuál era su antiguo valor?

18.7 CLASE ORDINARIA – PROF. FLORES

Profesora: Cecilia Fritz Peña.

Guía de Educación Matemática

Nombre:______________________________Fecha:______________

GUIA DE PROPORCIONES DIRECTA E INVERSA

I.- A continuación te presentamos diversas situaciones en las que intervienen proporcionales. Decide si se trata de magnitudes directa o inversamente proporcionales; coloca en el espacio indicado una D (directamente) o una I (inversamente) según sea el caso.

1) Cantidad de manzanas y su peso ____
2) Número de bebidas y sus consumidores ____
3) Número de personas trabajando y tiempo empleado en terminar el trabajo ____
4) Cantidad de litros de bencina y el precio respectivo ____
5) Número de baldosas para cubrir una determinada superficie y su tamaño ____
6) Número de horas trabajadas y el sueldo ganado ____
7) Número de ejercicios de matemáticas y tiempo empleado en solucionarlos ____
8) Cantidad de forraje (alimento) y número de animales a alimentar ____
9) Peso de las remolachas y peso del azúcar elaborado con ellas ____
10) Días que alcanzan las provisiones y número de personas a alimentar ____

II.- Resuelve los siguientes problemas:

1. 12 m. de alambre cuestan $ 32.025. ¿Cuánto cuestan 8 m?

Respuesta:____________________________

2. Una persona caminó 10 km. en 3 horas . ¿Cuánto caminaría en 4hrs sin variar su tranco?

Respuesta:____

3. A una velocidad promedio de 75 km/hr. un vehículo demora 9 horas en ir de una ciudad a otra. ¿Cuántas horas tardaría si aumentara el promedio de su velocidad en 15 km./hr?

Respuesta:_____________________________________

4. Trabajando 8 horas diarias dos carpinteros y, dos ayudantes han hecho una obra en 14 días ¿Cuántos días hubieran demorado si hubieran trabajado 10 horas diarias?

Respuesta:___________________________________

5. Para fabricar 30 kg. de chocolate se necesitan 10 kg. de cacao. ¿Cuántos kg. de chocolates se podrán fabricar con 64 kg. de cacao?

Respuesta:-___________________________________

6. Un estanque lleno de agua permite mantener durante 32 días a 18 personas. ¿Cuántas personas se podrían mantener durante 24 días?

Repuesta:________________________________

7. Una persona camina 6 km. en 90 minutos ¿Cuántos kilómetros camina en las mismas condiciones en 30 minutos ?

Respuesta:____

8. En una bodega hay comida para 50 personas durante un mes. ¿Cuántos días podrían comer 80 personas?

19 ANEXO K – PERFIL DE LA PROFESORA FLORES

Formación y experticia

Es una profesora de educación general básica con mención en matemática. La mención la obtuvo mediante la realización de un postítulo en la universidad de Chile. Cuenta con 17 años de experiencia como profesora de segundo ciclo básico. Durante su desarrollo profesional ha realizado varias formaciones: un primer postítulo en sicopedagogía con mención en trastornos de aprendizaje, curso de apropiación curricular sobre Datos y Azar, curso de perfeccionamiento en el dominio de geometría y también ha participado en formación popular.

Posicionamiento institucional

La profesora trabaja actualmente en un Escuela Particular-Subvencionada, Puerto Rico en la comuna de Puente Alto. Su antigüedad en esa escuela es de 14 años, con un contrato de 44 horas semanales de las cuales 42 son en aula. Existen diferentes instancias de participación y discusión dentro del establecimiento. El tema nos frecuente es el que corresponde al contenido. Dentro del establecimiento participa de observaciones de clases, revisión de planificaciones y entrevistas con el coordinador académico.

Autonomía dentro de la instituciones : la profesora hace varios años que trabajo en 8avo. básico, curso que regularmente rinde SIMCE, pese a ello el establecimiento no le exige ninguna preparación especial. La profesor se encarga de organizar sus sesiones de clase ordinarias. Reconoce que el nivel 4to. Básico se realizan varios Ensayos SIMCE y que unas semanas antes de la fecha de evaluación solamente se ejercita para la evaluación, en cambio el nivel donde ella trabaja solamente se realizan tres Ensayo SIMCE durante el año. Eso nos demuestra que la profesor tiene una evaluación positiva y goza de confianza de sus superiores sobre su labor profesional.

Relación a la evaluación SIMCE

Como señalamos en el párrafo precedente la profesora no realiza más que tres Ensayo SIMCE durante todo el año, es lo que le pide la institución. De acuerdo a esos resultados refuerza aquellos contenidos menos logrados por los estudiantes. La profesora señala que su mayor esfuerzo es en la clase misma, salvo por la reorganización de los contenidos que la hace en función de “la cobertura”. Dado que existen contenidos iguales en 7mo y 8avo, la profesora hace sus planificaciones con la meta de poder ver todos los contenidos de la mejor forma posible, entonces ella comienzo por aquellos que presentan mayor dificultad en los alumnos y luego sigue con los contenidos nuevos. También introduce ejercicios tipo SIMCE en evaluaciones y guías de ejercitación de contenidos. La profesora manifiesta que no ve muchos aspectos favorables en la evaluación SIMCE, debido que no siempre los aprendizajes de la estudiantes son reflejados por la evaluación. Además, ve desventajoso la reducción del tiempo para pasar los contenidos, dado que la evaluación SIMCE se realiza antes de finalizar el año escolar. No obstante, señala que el recibir información sobre los niveles de logros de sus estudiantes le ha permitido mejorar sus instrumentos de evaluación interna. En cada prueba evalúa habilidades y conocimientos, ambos los expresa porcentualmente y los resultados los presenta utilizando niveles de logro.

Sensibilidad didáctica

La profesora posee una planificación clase a clase que construye utilizando el programa de estudio del 2009. En ella detalla el contenido, las habilidades y las destrezas que se espera que los estudiantes alcancen. Divido la clase en tres momentos: inicio, desarrollo, cierre. En el inicio de la clase propone actividades para motivar a los estudiantes, generalmente son por medio de preguntas abiertas. Durante el desarrollo la profesora además trabajar el contenido propone un momento de evaluación formativa. En el cierre, la profesora realizan de forma oral un resumen e interroga a los estudiantes para recordar que contenido trabajaron. Para desarrollar sus clases se apoya bastante en el texto del estudiantes, en guías de ejercitación y auto-explicativas y en internet para resolver pequeñas tareas de investigación. Para el desarrollo de sus clases privilegia el trabajo individual de los estudiantes. Otra estrategias que forma parte de su trabajo es una tarea diaria que mandan vía email, de esa forma siempre los estudiantes están cerca de las matemáticas. Dentro de los contenidos que ha constatado dificultad en los estudiantes son volumen, números decimales, las fórmulas para la medición y resolución de problemas. Ella identifica que hay ciertos contenidos en los que se considera más fuerte como: álgebra, y números enteros. De igual forma se siente débil, en funciones. Este contenido ha comenzado a ser trabajado a partir del 2010 en el programa de 8avo. por lo que para ella es nuevo, sin embargo está profundizando en él.